

电子设备振动分析_(第3版)

Vibration Analysis for Electronic Equipment, Third Edition

(美)戴夫·S.斯坦伯格 (Dave S. Steinberg) 著

王建刚 译

航空工业出版社

责任编辑：安玉彦

责任设计：王 頔



WILEY
wiley.com



Copies of this book sold without a Wiley sticker
on the cover are unauthorized and illegal.

中航出版传媒有限责任公司

CHINA AVIATION PUBLISHING & MEDIA CO., LTD.

www.aviationnow.com.cn

ISBN 978-7-5165-0000-2



9 787516 500002 >

定价：98.00元

电子设备振动分析

(第3版)

(美) 戴夫·S. 斯坦伯格 (Dave S. Steinberg) 著
王建刚 译

航空工业出版社
北 京

内 容 提 要

电子设备现场故障数据表明,其使用故障大都表现为由振动和冲击应力引起的机械故障。本书首先分析了振动、冲击和噪声载荷对电子设备结构要素,特别是PCB的动态影响,继而介绍了延长PCB疲劳寿命的倍频程规则、缓冲和阻尼特性,阐述了电子设备的耐振动、冲击设计技术,特别是电子机箱的设计技术。分析了制造方法对设备可靠性的影响,以及振动夹具设计对振动试验特性的影响。最后介绍了环境应力筛选技术在提高电子设备可靠性特性中的应用。全书内容深入浅出,点面结合,其设计方法的基本应用范例很多,工程实用性很强,既可作为高等院校的教学参考书,又可供广大工程技术人员作为设计参考的工具书。

图书在版编目(CIP)数据

电子设备振动分析:第3版/(美)斯坦伯格
(Steinberg, D. S.) 著;王建刚译. --北京:航空工业
出版社,2012.6

书名原文:Vibration Analysis for Electronic
Equipment, Third Edition

ISBN 978-7-5165-0000-2

I. ①电… II. ①斯… ②王… III. ①电子设备-振
动分析 IV. ①TN02

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第124914号

北京市版权局著作权合同登记
图字:01-2012-1573

Copyright © 2000 by John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

Authorized translation from the English language edition, entitled *Vibration Analysis for Electronic Equipment, Third Edition*, ISBN 0-471-37685-X, by Dave S. Steinberg, published by John Wiley & Sons. No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of the original copyrights holder.

电子设备振动分析(第3版)

Dianzi Shebei Zhendong Fenxi (Di 3 Ban)

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里14号 100029)

发行部电话:010-64815615 010-64978486

北京地质印刷厂印刷

全国各地新华书店经售

2012年6月第1版

2012年6月第1次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:19.75

字数:481千字

印数:1—3000

定价:98.00元

译 者 序

近30年来,可靠性工程已经成为非常热门也非常成熟的一个学科。为提高电子设备的基本可靠性和使用可靠性,人们耗费了大量的人力、物力,致力于产品的可靠性试验工作。但我们知道,产品可靠性首先是设计出来的,为此,许多院校的专业团队也编写并出版了大量包括可靠性设计手册在内的、涉及可靠性设计理论的书籍,同时培养了大批可靠性专业设计和试验人才。近几年,我们在阅读这些专业图书的同时,还有幸拜读了由戴夫·S. 斯坦伯格(Dave S. Steinberg)著、约翰·威利(John Wiley & Sons)公司出版的系列专著:《电子设备振动分析(第3版)》、《电子设备冷却技术(第2版)》和《电子设备热循环和振动故障预防》。这套专著从耐振动设计和耐热设计的视角,立足于电子设备基本部件设计的简化分析计算,系统性地阐述了电子设备可靠性设计问题。它们的一个共同特点是,内容阐述立论严谨,由小到大,点面结合,层层深入,丝丝入扣,所提供的分析计算方法基本应用范例很多,工程实用性很强,实属不可多得的工具类图书。为此,我们在中航出版传媒有限责任公司(航空工业出版社)的大力支持下,组织将这3部专著一并翻译出版,奉献于此,如能对各位读者的可靠性工程设计工作有所助益,将不胜欣慰。

其中,《电子设备振动分析(第3版)》在分析了振动、冲击和声噪声载荷对电子设备结构要素,特别是PCB的动态影响之后,又在介绍延长PCB疲劳寿命的倍频程规则、缓冲和阻尼特性的基础上,阐述了电子设备的耐振动、冲击设计技术,特别是电子机箱的设计技术。分析了制造方法对设备可靠性的影响,以及振动夹具设计对振动试验特性的影响。最后介绍了环境应力筛选技术在提高电子设备可靠性特性中的应用。

《电子设备冷却技术(第2版)》阐述了高温和温度循环对电子设备元件、电路板和机箱的力、应力及疲劳寿命的影响。其内容包括电子设备机箱结构和电路板的冷却设计、元器件安装和冷却、强迫空气冷却、焊点和电镀通孔的热应力分析、热循环环境的疲劳寿命预计、电子系统瞬态冷却计算、热管和液体冷却系统、大型安装架和机柜的有效冷却以及有限元数学分析方法的应用。

《电子设备热循环和振动故障预防》详细分析了热循环条件下热胀系数的变化和振动条件下谐振频率对电子组件产生的位移、力和应力大小的影响。阐述了累积疲劳损伤的概念,并介绍了如何应用这种概念来计算各种电子元件和组件、元件引线和焊点,在热循环和振动环境中累积的不同疲劳组合下用掉的疲劳寿命,从而给出了预防电子设备热循环和振动故障的设计方法和寿命预计方法。

这几部专著的译本均承蒙资深专家丁其伯在技术上做了细致的通校。另外,王莉、马慧鹏和段玉思等同仁,为这几部专著的文图整理工作也付出了许多心力,在此一并表示谢意。唯囿于作者水平,译本中或仍有某些不当之处,敬请读者不吝指正。

中国航空工业集团公司洛阳电光设备研究所

2012年6月

To my wife Annette and to my two daughters
Cori and Stacie

献给我的妻子安妮特以及两个女儿
科里和斯泰西

原版前言

电子设备遍及整个世界的每个角落，实际上在与商业、工业和军用相关的各个领域，电子设备均在继续其残酷的扩张。在医学、娱乐、通信、旅游、运输、制造、教育和贸易界，外来技术已经变得十分普遍。由于快速、小巧且强有力的个人计算机的广泛使用，在不需要很大的办公场所和办理文书关税等大型团队的情况下，互联网已经戏剧性地改变而且还在不停地改变着许多公司进行交易的方式。这种情况已经导致采用新技术的公司利润率的提高，并已成为抵抗改变大潮的公司的灾难。

本书第3版做了大幅度的更改，以反映电子设备领域发生的变化。较大变化之一是由于自动化程度的提高，电子设备的制造成本有了惊人的降低。在诸如摄像机、汽车控制装置（如刹车、点火装置、空调、变速器换挡、燃烧控制、计算机、打印机、传真机和电视）等种类繁多的产品中，这些变化已经导致电子设备的更多使用，这些电子设备产品具有胜于机械功能的改进性能。最引人注目的变化之一发生在军用领域，在此领域内，高昂的费用迫使国防部放弃了许多军用规范而采用具有最佳商务惯例的电子硬件作为他们新的精密设备。而较低成本常常导致会降低可靠性的较差的质量。当你的电视出现故障或者你的汽车无法启动时，它们只会给你带来麻烦。而在军用飞行器中如果航炮不能击发，或者导航系统出现故障，或者通信系统出现故障，就可能带来灾难。因此新增加了一章，以调查和评价制造方法和容差对于电子硬件可靠性的影响。另外还增加了新的一章，以说明提高民用硬件的坚固性，意在提高它们在严酷的军用环境中的可靠性。额外增加的一章涉及更好地理解电路板在其谐振条件下的弯曲变形，以及在元件引线和焊点中它是如何影响力、应力和疲劳寿命的。在环境应力筛选方面还增加了新的一章，以便更好地理解热循环和振动的不同组合及其如何影响累积损伤，以及由各种应力用完的总疲劳寿命。

为降低引线和焊点中的动态力和应力，从而提高它们的疲劳寿命，导出的新公式说明了它是如何用于评价引线应力消除的有效性的。它还说明了用于评价随机振动中的疲劳寿命的一种较简单的方法，这种方法具有与三段技术相同的精度，而工作量却小得多。还叙述了一种快速地评估插入式PCB上加强肋的效用的简易方法。新增加的一章讨论了快速而方便地评价矩形、六边形^①、三角形和圆形（每种形状均具有16个不同的边和点的支撑）的平板和PCB的前三阶固有频率的方法。为了说明它们与固有频率和输入加速度的关系，采用一种新的更精确的方法来计算梁、电路板和机箱的预期的传输率 Q 。这种方法的数据

① 原文这里误为八边形。——译者注

是以大量的振动试验为基础的, 这些数据表明由低的应力和阻尼产生的很低的输入加速度, 会导致很高的 Q 值。相反, 由高应力和阻尼产生的高输入加速度, 会形成低的 Q 。本书全篇给出了很多详细的例题, 用于验证基于许多不同类型的电子系统的 40 年测试的分析评价方法。还增加了涉及振动测试案例历史的一章, 以提供用于改善测试结果的额外知识和宝贵经验。

美国空军在大约 20 年的时间内收集的电子设备硬件的现场故障显示: 约有 40% 的故障是与连接器相关的, 约有 30% 的故障是与互相连接相关的, 大约有 20% 的故障是与元部件相关的。这些领域的故障可能是由于搬运、振动、冲击和热循环引起的。与工作环境相关的现场故障表明: 约有 55% 的故障是由于温度和温度循环引起的, 约有 20% 的故障是由于高温和温度循环引起的, 约有 55% 的故障是与振动和冲击相关的, 约有 20% 的故障是由于湿度引起的。高温和温度循环事件表现为电子设备故障的主要环境起因, 与这些领域相关的更多的信息是很重要的。本书并没有更详细地涉及这些问题。论述高温和温度循环力、应力和疲劳寿命影响的更多信息可参见《电子设备冷却技术 (第2版)》一书。由于热胀系数 (TCE) 不同, 有关电子元件、电气引线、焊点以及表面安装和通孔部件用的电镀通孔细节的论述, 可参见由 John Wiley & Sons 出版的我的名为《电子设备冷却技术 (第2版)》的专著。

戴夫·S. 斯坦伯格

1999 年 9 月于加利福尼亚州西湖山庄

符 号 表

A	面积 (in^2); 放大倍数 (无量纲)		秒 (cycle/s))
a	长度 (in); 加速度 (in/s^2)	I	惯性矩 (in^4)
ASIC	专用集成电路	I_m	质量惯性矩 ($\text{lbf} \cdot \text{in} \cdot \text{s}^2$)
B	长度 (in)	J	扭转形状因子 (in^4)
b	疲劳指数; 宽度 (in)	K	线弹簧刚度 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$); 刚度比 (无量纲); 抗弯形状因子 (无量纲)
C	动态力学常数	KIN	动能
C	长度 (in)	K_t	理论应力集中因子 (无量纲)
CG	重心	K_θ	角弹簧刚度 ($\text{lbf} \cdot \text{in}/\text{rad}$)
c	从中性轴到外层纤维的距离, 长度 (in); 阻尼系数 ($\text{lbf} \cdot \text{s}/\text{in}$)	L	长度 (in)
c_c	临界阻尼 ($\text{lbf} \cdot \text{s}/\text{in}$)	LCCC	无引线陶瓷芯片载体
D	耗散能量 ($\text{lbf} \cdot \text{s}/\text{in}$); 直径 (in); 平板弯曲刚度因子 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$)	M	弯曲力矩 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$)
dB	分贝	M_T	总力矩 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$)
D_{xy}	平板扭转刚度因子 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$)	M_x	沿 X 轴单位长度上的弯曲力矩 ($\text{in} \cdot \text{lbf}/\text{in}$); 点 X 处的弯曲力矩 ($\text{lbf} \cdot \text{in}$)
d	直径 (in), 长度 (in)	Mo	动量 ($\text{lbf} \cdot \text{s}$)
DIP	双列直插式封装	MS	安全系数 (无量纲)
E	弹性模量 (lbf/in^2)	m	质量 ($\text{lb} \cdot \text{s}^2/\text{in}$)
e	螺接有效因子 (%)	N	故障前疲劳循环数
ESS	环境应力筛选	N_0^+	正零位交越数 (Hz)
F	力 (lbf)	n	实际累积的疲劳循环数
f	频率 (Hz)	NS	扫过的谐振点数
f_n	固有频率 (Hz)	P	力 (lbf)
f_r	转动固有频率 (Hz)	P, PSD	功率谱密度 (G^2/Hz)
FEM	有限元法	PCB	印制电路板
G	剪切模量 (lbf/in^2); 重力单位加速度 (无量纲)	P_d	动态力 (lbf)
g	重力加速度 ($386\text{in}/\text{s}^2 = 32.2\text{ft}/\text{s}^2 = 9.8\text{m}/\text{s}^2$)	p	单位负载 (lbf/in)
H	水平力 (lbf); 下落高度 (in 或 ft)	Q	传输率 (无量纲)
h	高度 (in), 厚度 (in)	q	剪切流 (lbf/in); 动压力 (lbf/in)
Hz	频率单位 (赫 [兹], 即循环数/		

R	半径 (in); 反作用力 (lbf); 应力比 (无量纲); 扫描速率 (oct/min)	TCE	热胀系数 (in/in/°C)
R_n	疲劳循环比 (无量纲)	T	动能 (lbf · in); 扭矩 (in · lbf)
R_c	阻尼比 (无量纲)	t	时间 (min); 温度; 厚度 (in)
R_o	频率比 (无量纲)	U	应变能 (lbf · in); 功 (lbf · in)
RMS	均方根	V	速度 (in/s); 力 (lbf)
RSS	和方根	W	重量 (lbf)
r	半径 (in); 相对位置因子	W_d	动载荷 (lbf)
S	应力 (lbf/in ²)	w	单位载荷 (lbf/in)
S_b	弯曲应力 (lbf/in ²)	X	位移
S_e	耐久极限应力 (lbf/in ²)	X	X_i, Y_j, Z 坐标轴
SMD	表面安装器件	$\dot{X}$	一阶微分; 速度
		$\ddot{X}$	二阶微分; 加速度
		Z	位移 (in)

希腊符号

α	角 [(°) 或 rad]; 热胀系数 (in/in/°C) ^①		(lb · s ² /in ³)
δ	位移 (in)	ϕ	相位角 (°)
θ	角位移 (rad)	Δ	差值
μ	泊松比 (无量纲)	Ω	角速度 (rad/s)
ρ	密度 (lb/in ³); 每单位面积质量	Ω_n	固有圆频率 ^② (rad/s)

下标符号

av	平均	c, cr	临界的
b	弯曲	d	动态的; 期望的

① 按国家标准, in/in/°C 即 in/ (in · °C), 本文不作改动。
② 原文误为固有频率。——译者注

e	耐久的；极限的	st	静态的
eq	等效的	su	剪切极限
in	输入	t	拉伸
max	最大	tu	拉伸极限
n	固有的	ty	拉伸形变
out	输出；响应	u	极限的
S	剪切	y	屈服
ST	剪切撕断	0	最大

目 录

符号表	(I)
第1章 引 言	(1)
1.1 振动源	(1)
1.2 定义	(1)
1.3 振动表达式	(2)
1.4 自由度	(3)
1.5 振动方式	(4)
1.6 振动节点	(5)
1.7 耦合方式	(5)
1.8 紧固件	(6)
1.9 飞机和导弹用电子设备	(8)
1.10 舰船和潜艇用电子设备	(10)
1.11 汽车、卡车和牵引车用电子设备	(11)
1.12 石油勘探用电子设备	(12)
1.13 计算机、通信和娱乐用电子设备	(12)
第2章 简单电子系统的振动	(13)
2.1 无阻尼单弹簧-质量系统	(13)
例题: 悬臂梁的固有频率	(14)
2.2 单自由度扭转系统	(15)
例题: 扭转系统的固有频率	(16)
2.3 串联弹簧和并联弹簧	(17)
例题: 弹簧系统的谐振频率	(18)
2.4 频率和加速度与位移的关系	(19)
例题: 梁的固有频率应力	(20)
2.5 有黏滞阻尼的强迫振动	(22)
2.6 传输率作为频率的函数	(25)
例题: 建立谐振频率与动态位移的关系式	(25)
2.7 无阻尼多弹簧-质量系统	(26)
例题: 系统的谐振频率	(26)

电子设备振动分析 (第3版)

第3章 元件引线和焊点的振动疲劳寿命	(28)
3.1 引言	(28)
3.2 安装在 PCB 上的元件的振动问题	(28)
例题: TO-5 晶体管引线的振动疲劳寿命	(28)
3.3 TO-5 晶体管焊点的振动疲劳寿命	(30)
3.4 引线振动问题的建议	(32)
3.5 振动期间变压器内采用动态力驱动式的引线	(32)
例题: 变压器引线中的动态力和疲劳寿命	(33)
3.6 PCB 和元件产生的引线应变之间的相对位移	(35)
例题: PCB 位移对可靠性的多种影响	(36)
第4章 电子部件的梁结构	(40)
4.1 匀质梁的固有频率	(40)
例题: 梁的固有频率	(43)
4.2 非均匀横截面	(46)
例题: 带有非均匀截面箱体的固有频率	(49)
4.3 复合梁	(50)
第5章 排架、框架和圆弧状元件引线	(55)
5.1 装在电路板上的电子元件	(55)
5.2 有侧向载荷和铰接端的排架	(57)
5.3 应变能——有铰接端的排架	(58)
5.4 应变能——有固定端的排架	(61)
5.5 应变能——有铰接端的圆弧	(65)
5.6 应变能——有固定端的圆弧	(66)
5.7 应变能——消除引线应变的圆弧	(68)
例题: 增加引线的横偏绕曲来提高疲劳寿命	(70)
第6章 印制电路板与平板	(75)
6.1 不同类型的印制电路板	(75)
6.2 电路板边缘条件的变化	(77)
6.3 印制电路板传输率的估算	(79)
6.4 利用三角级数估算固有频率	(80)
6.5 利用多项式级数估算固有频率	(84)
例题: 印制电路板的谐振频率	(87)
6.6 瑞利法导出固有频率方程	(88)
6.7 电路板中的动态应力	(93)
例题: PCB 中的振动应力	(95)
6.8 印制电路板上的加强肋	(95)
6.9 用螺钉固定到电路板上的加强肋	(99)
6.10 在两个方向有加强肋的印制电路板	(101)

6.11	用肋加固平板和电路板的正确应用	(102)
6.12	快速估算电路板要求的肋间距的方法	(103)
6.13	有不同支撑的不同形状 PCB 的固有频率	(104)
	例题: 带三点支撑的三角形 PCB 的固有频率	(109)
第 7 章	用以延长 PCB 的疲劳寿命的倍频程准则、缓冲和阻尼	(110)
7.1	PCB 与其支撑结构之间的动态耦合	(110)
7.2	松动的边缘导向件对插入式 PCB 的影响	(113)
7.3	对倍频程准则的动态计算机研究的描述	(113)
7.4	前向倍频程准则的反复应用	(113)
7.5	反向倍频程准则必须具有轻量的 PCB	(114)
	例题: 装有继电器的 PCB 的振动问题	(114)
7.6	建议的继电器的纠正措施	(115)
7.7	使用减振器减小 PCB 的位移和应力	(116)
	例题: 增加减振器以提高 PCB 的可靠性	(117)
7.8	使用阻尼控制 PCB 的传输率	(118)
7.9	材料的阻尼特性	(119)
7.10	使用黏弹性材料的约束分层阻尼	(119)
7.11	为何 PCB 上的加固肋常常比阻尼更好	(120)
7.12	具有 PCB 黏弹性阻尼器的问题	(120)
第 8 章	电子设备正弦振动故障预防	(122)
8.1	引言	(122)
8.2	振动疲劳寿命估算	(122)
	例题: 电子系统的鉴定试验	(124)
8.3	电子元件引线应力消除	(124)
8.4	为正弦振动环境设计的 PCB	(126)
	例题: 确定 PCB 的理想谐振频率	(128)
8.5	器件位置和布局对 PCB 寿命的影响	(129)
8.6	楔形压板对 PCB 谐振频率的影响	(130)
	例题: 有边缘楔形压板的 PCB 的谐振频率	(132)
8.7	松动的 PCB 边缘导向件的影响	(134)
	例题: 有松动的边缘导向件的 PCB 的谐振频率	(136)
8.8	过谐振点的正弦扫频	(137)
	例题: 正弦扫描期间累积的疲劳循环数	(138)
第 9 章	电子设备随机振动设计	(139)
9.1	引言	(139)
9.2	随机振动中的基本故障模式	(139)
9.3	随机振动的特性	(140)
9.4	正弦振动和随机振动之间的差异	(140)

电子设备振动分析 (第3版)

9.5	随机振动输入曲线	(141)
	例题: 确定输入均方根加速度水平	(142)
9.6	随机振动单位	(143)
9.7	随机振动输入曲线的形状	(143)
	例题: 求取倾斜 PSD 曲线的输入 RMS 加速度	(144)
9.8	分贝数与斜率之间的关系	(145)
9.9	求取 PSD 曲线下面积的积分方法	(146)
9.10	求取 PSD 曲线上的各点	(147)
	例题: 求取 PSD 值	(147)
9.11	利用基本对数求取 PSD 曲线上的各点	(148)
9.12	概率分布函数	(148)
9.13	高斯 (正态) 分布曲线	(148)
9.14	利用三段技术确定随机振动故障的关系	(150)
9.15	瑞利分布函数	(151)
9.16	单自由度系统对随机振动的响应	(151)
	例题: 随机振动疲劳寿命估计	(152)
9.17	PCB 对随机振动的响应	(157)
9.18	PCB 的随机振动环境设计	(157)
	例题: 求取 PCB 谐振频率的希望值	(160)
9.19	相对运动对器件疲劳寿命的影响	(161)
	例题: 器件疲劳寿命	(161)
9.20	考虑输入 PSD 而不考虑输入 RMS 加速度的原因	(162)
9.21	连接器磨损和表面摩擦腐蚀	(163)
	例题: 确定连接器的近似疲劳寿命	(163)
9.22	多自由度系统	(164)
9.23	随机振动的倍频程规则	(164)
	例题: 机箱和 PCB 对随机振动的响应	(165)
	例题: 电子机箱的动态分析	(167)
9.24	确定正零交越数	(169)
	例题: 确定正零交越数	(170)
第 10 章	电子设备的声噪声效应	(171)
10.1	引言	(171)
	例题: 确定声压级	(171)
10.2	电子设备中的麦克风效应	(171)
10.3	声噪声试验的发生方法	(172)
10.4	1/3 倍频程带宽	(174)
10.5	确定声压谱密度	(174)
10.6	对声噪声激励的声压响应	(175)

例题: 暴露于声噪声中的薄金属面板的疲劳寿命	(175)
10.7 确定声加速度谱密度	(179)
例题: 声噪声分析的替代方法	(179)
第 11 章 电子设备冲击环境设计	(181)
11.1 引言	(181)
11.2 冲击环境的规定	(182)
11.3 脉冲冲击	(183)
11.4 零回弹和全回弹半正弦冲击脉冲	(185)
例题: 半正弦冲击脉冲跌落试验	(185)
11.5 电子结构对冲击脉冲的响应	(188)
11.6 简单系统对各种冲击脉冲的响应	(189)
11.7 PCB 如何响应冲击脉冲	(190)
11.8 期望的 PCB 冲击谐振的确定	(191)
例题: PCB 对半正弦冲击脉冲的响应	(192)
11.9 PCB 对其他冲击脉冲的响应	(194)
例题: 安装在悬臂梁上的变压器的冲击响应	(194)
11.10 等效冲击脉冲	(197)
例题: 电子组件的运输箱	(197)
11.11 低频率比 R 值	(200)
例题: 低频率比 R 的冲击放大因子	(200)
11.12 冲击隔离器	(201)
例题: 隔离器中产生的热量	(202)
11.13 冲击隔离器使用须知	(203)
例题: 选择一组冲击隔离器	(203)
11.14 弱阻尼系统的减幅振荡效应	(205)
11.15 二自由度系统如何响应冲击	(206)
11.16 冲击的倍频程准则	(208)
11.17 速度冲击	(208)
例题: 设计承受速度冲击的机箱	(209)
11.18 非线性速度冲击	(209)
例题: 敏感电子箱的缓冲材料	(210)
11.19 冲击响应谱	(211)
11.20 机箱和 PCB 如何响应冲击	(213)
例题: 机箱和 PCB 的冲击响应谱的分析	(213)
11.21 点火冲击如何影响电子元器件	(216)
例题: 混合器件模片键合线的谐振频率	(218)
第 12 章 电子机箱的设计与分析	(220)
12.1 引言	(220)

电子设备振动分析 (第3版)

12.2	各种安装形式	(220)
12.3	初步动态分析	(223)
12.4	螺钉连接的盖	(224)
12.5	耦合模式	(226)
12.6	机箱的动态载荷	(228)
12.7	机箱的弯曲应力	(231)
12.8	弯曲产生的屈曲应力比	(233)
12.9	机箱的扭转应力	(235)
12.10	剪切的屈曲应力比	(237)
12.11	屈曲的安全裕度	(238)
12.12	重心安装	(239)
12.13	求解机箱动态力和应力的简单方法	(240)
第13章	制造方式对电子设备可靠性的影响	(242)
13.1	引言	(242)
13.2	电子元件和引线的标准公差	(242)
	例题: PCB 公差对频率和疲劳寿命的影响	(243)
13.3	与 PCB 厚度公差有关的问题	(244)
13.4	不良黏结方法对结构强度的影响	(245)
13.5	将小型轴心引线元件焊接到通孔 PCB 上的问题	(245)
13.6	由已知的不良制造方法引起的各种问题	(246)
13.7	航空电子完整性大纲和汽车完整性大纲 (AVIP)	(247)
13.8	进行 AVIP 分析的基础原理	(249)
13.9	关于可靠性的不同透视	(252)
第14章	振动夹具和振动试验	(253)
14.1	振动模拟设备	(253)
14.2	振动台的安装	(254)
14.3	振动试验夹具	(254)
14.4	夹具设计的基本要求	(255)
14.5	螺栓的有效弹簧刚度	(256)
14.6	螺栓的预加力矩	(258)
	例题: 求理想的螺栓力矩	(258)
14.7	摆动模式和倾覆力矩	(258)
14.8	油膜滑台	(260)
14.9	振动夹具的配重锤	(261)
14.10	优质夹具设计要点	(261)
14.11	悬挂系统	(262)
14.12	机械保险装置	(263)
14.13	从摆动模式中区分出弯曲模式	(264)

14.14	推杆联轴器	(264)
14.15	滑板纵向谐振	(268)
14.16	振动台的加速度生成能力	(268)
14.17	伺服控制加速度计的位置	(269)
14.18	估算结构件中传输率 Q 的更精确的方法	(270)
	例题: 插入式 PCB 预期的传输率	(271)
14.19	振动试验夹具的交叉耦合效应	(271)
14.20	螺栓连接结构件中的逐步振动剪切故障	(272)
14.21	采用剪切负载的螺栓的推杆耦合振动台	(273)
14.22	螺栓连接 PCB 的中心以改善其振动疲劳寿命	(274)
14.23	由于制造方法不当引起的振动故障	(276)
14.24	实际上因大型底座跌落引起的所谓振动故障	(276)
14.25	增强现有系统振动和冲击能力的方法	(277)
第 15 章	电子设备的环境应力筛选	(278)
15.1	引言	(278)
15.2	环境应力筛选理论	(278)
15.3	筛选环境	(279)
15.4	预期筛选可接受时怎么办	(281)
15.5	预期筛选不可接受时怎么办	(281)
15.6	是否筛选的问题	(281)
15.7	筛选大纲开始前的准备	(282)
15.8	组合的热循环、随机振动和通电工作	(284)
15.9	分开的热循环、随机振动和通电工作	(285)
15.10	筛选环境顺序的重要性	(285)
15.11	如何求取热循环筛选中的损伤	(286)
15.12	随机振动筛选中疲劳寿命极限总量估计	(287)
	例题: 振动和热循环筛选中用掉的疲劳寿命	(289)
参考文献		(294)

第1章 引言

1.1 振动源

电子设备会在很宽的频率范围和加速度量值上遇到许多不同形式的振动。可以肯定,所有电子设备在其寿命期的某一时间内,均会经受某种形式的振动。如果振动不是由于设备与某种机器或某一运动载体有连接引起的,则有可能是在将该设备从制造者运往买主的途中引起的。在运输和搬运期间所遇到的振动,可能在电子设备中产生许多不同形式的故障,除非对电子结构和运输包装的机械设计已给予了正确的考虑。

通常认为,振动是一种不希望的环境,而且在大多数情况下也确实如此。但在许多应用中,谨慎地施加振动能改善设备功能。振动的某些成熟的应用是将超声波应用于清洗医用仪器、测量壁厚和探测铸件缺陷。振动还可用于分选不同尺寸的石块,其方法是使石块通过按尺寸分级的振动筛的网孔。

出现第一种喷气式飞机时,所采用的标准仪表大都是从带活塞发动机和螺旋桨的飞机上继承过来的。当这些仪表用在喷气式飞机上时,它们常常出现卡死的迹象。这种差别是由于在活塞发动机中形成的低频振动量值引起的。为使这些相同的仪表能在第一种喷气式飞机上工作,在仪表板上不得不安装了若干低频的隔振器。

机械振动可能有许多不同的振源:

①在一般家用产品如搅拌机和洗衣机中,振动是由于旋转质量和滚筒质量 (rotating and tumbling masses) 的不平衡引起的。

②而在运动载体中:

(a) 汽车、货车和火车——大多数振动是由于这些载体前进时其表面凹凸不平引起的。

(b) 舰船和潜艇——振动是由于发动机和水波冲击引起的。

(c) 飞机、导弹和火箭——振动则是由于喷气发动机和火箭发动机以及气动颤振引起的,亚声速飞行时,导弹中的大部分振动是由于火箭发动机形成的声压场引起的。这种声压场起源于火箭发动机尾喷管下游气流的剧烈扰动。

1.2 定义

广义上,振动是某一结构或物体呈往复运动的一种振荡运动的平均值。如果这种运动反复出现,并且具有全部单项特性,则其在经历一定的时间周期后就可称之为周期运动。这种运动可能十分复杂,但只要它反复出现足够长的时间,仍可称为周期运动。如果连续

运动看起来从来没有重复出现，则称为随机运动。简谐振动是形式最简单的周期运动，它通常可用一个连续的正弦波表示在位移—时间曲线上的波动，如图 1-1 所示。

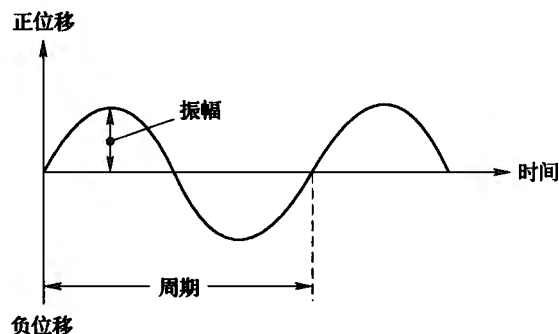


图 1-1 简谐振动

周期的倒数称为振动频率，用每秒的循环数（cycle/s）表示，或者用赫[兹]（Hz）表示，用来纪念首次用无线电装置进行试验的德国人。最大位移称为振幅。

克雷德（Crede）将冲击定义为一种瞬态条件，在这种条件下，系统的平衡被突然施加的力或增大了的力所破坏，或者一个速度矢量的方向或幅值被突然改变。冲击在通常用于飞机和导弹的轻型机身结构中不容易传输。碰撞力常常导致瞬态形式的振动，且这种振动会受结构固有频率的影响。

为简单起见，通常仅考虑稳态线性振动。线性振动常在位移与所施加的力成正比的线性弹性介质中发生。如果力加倍，位移也加倍。而且仅考虑应力不超过任一给定材料的弹性极限（elastic limit）。会导致塑性变形延伸到永久变形范围的较高应力，通常也不予考虑。

1.3 振动表达式

可以利用一个旋转矢量来描述悬挂在螺旋弹簧上的单质量的简谐振动（见图 1-2）。

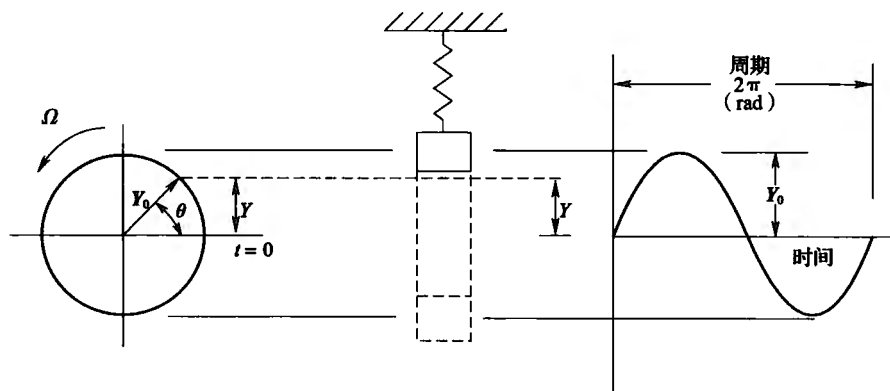


图 1-2 模拟单自由度系统的旋转矢量

矢量 Y_0 以匀角速度 Ω 逆时针旋转, 该矢量在垂直轴上的投影表示上下振动的质量的瞬时位移 Y , 记作:

$$Y = Y_0 \sin \Omega t \quad (1-1)$$

当矢量 Y_0 转过一周时, 它就转过了 360° , 即 2π (rad) 的一个完整循环。角速度用弧度每秒 (rad/s) 度量, 而频率 f 用循环数每秒 (cycle/s) 度量。它可导出关系式:

$$\Omega = 2\pi f \quad (1-2)$$

1.4 自由度

振动系统要求用某些坐标来描述系统中的元件位置。如果系统中只有一个元件受到限制, 使其只能沿一个轴移动, 并且只要求用一个尺寸来确定该元件于某一瞬时相对于某惯性起始点的位置, 则称该系统为单自由度的系统。

这对于扭摆系统同样是正确的。如果系统中只有一个元件受到限制, 使其只能绕一个轴转动, 并且只要求用一个尺寸来确定该元件于某一瞬时相对于某惯性起始点的位置, 则称该系统为单自由度的系统。单自由度系统的某些例子如图 1-3 所示。

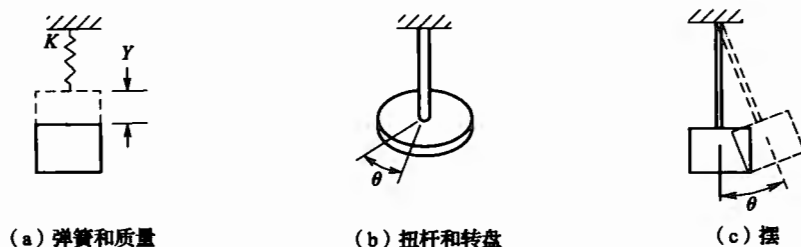


图 1-3 单自由度系统

二自由度系统要求用二维坐标来描述元件的位置。二自由度系统的某些例子见图 1-4。

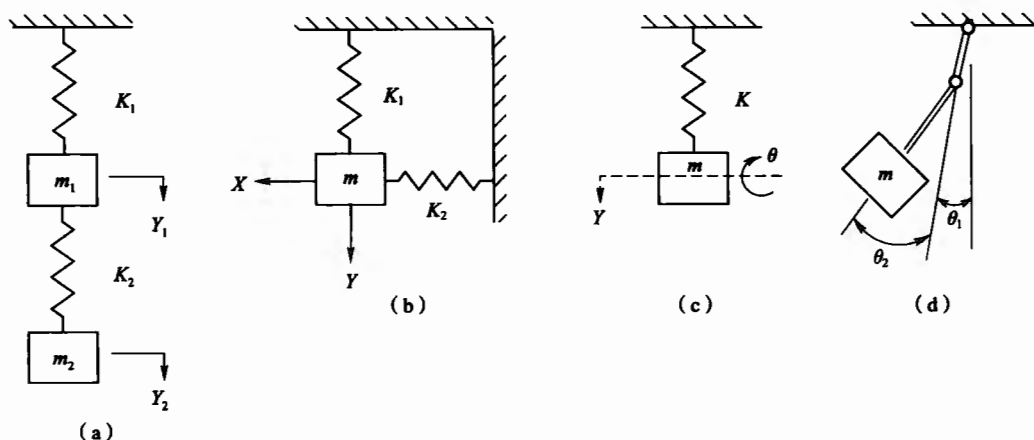


图 1-4 二自由度系统

在刚性结构中, 一个物体可以有 6 个自由度。它们包括沿其三个互相垂直的 X 、 Y 和 Z 轴移动, 以及绕上述各轴转动, 如图 1-5 所示。

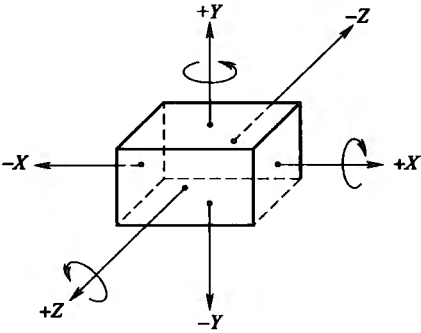


图 1-5 有 6 个自由度的单个质量

典型梁可能有无穷多的自由度，因为它可以按不确定的形状或方式弯曲，如图 1-6 所示。

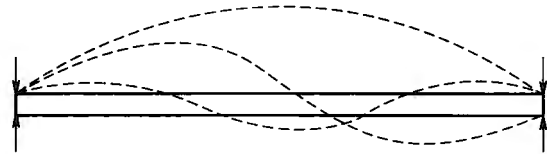


图 1-6 呈现不同自由度的简单支撑梁

1.5 振动方式

一个特定系统能以某种形式振动的标准形式称为振动方式。每一种振动方式均与特定的自然频率相关，且体现为自由度。单自由度系统将只有一种振动方式且只有一个谐振频率。图 1-5 所示的 6 自由度系统可能有 6 种振动方式和 6 个谐振频率。图 1-6 所示的简单支撑梁可能有无穷多的振动方式，同样地，这种梁对其每一个谐振点（其谐振点也是无穷多个）均有无穷多的不同的谐振形式。

振动系统的基本谐振方式通常称为系统的自然频率或谐振频率。有时也称其为系统的一次谐波方式。例如，以其基本谐振频率振动的简单支撑匀质梁具有如图 1-7（a）所示的半正弦波形状的振动方式。当该梁以其二次谐波方式在其二阶自然频率上振动时，它具有如图 1-7（b）所示的全正弦波形状的振动方式。



图 1-7 简单支撑梁的一次谐波方式和二次谐波方式

具有最低自然频率的一次谐波方式是系统的基本谐振方式，这种方式常具有最大的位移幅值，且通常具有最大应力。二次谐波方式，或者说二阶谐振通常具有小于此一次谐波方式的位移，同样其应力通常也较小。更高的谐振方式的位移也将进一步减小。

1.6 振动节点

振动节点是振动物体上位移为0的非支撑点。节点一般与弯曲或扭转相关。在以一次谐波弯曲谐振方式振动的梁中不存在节点。二次谐波方式振动的梁中有一个节点，三次谐波方式中有两个节点。图1-7（a）示出了没有节点的梁的弯曲方式，而图1-7（b）是有一个节点的梁。

振动着的平板可能有直线弯曲节点和圆形节点。圆形膜片主要的四种谐波方式见图1-8。正号（+）表示正位移，负号（-）表示负位移，虚线表示零位移的波节点位置。

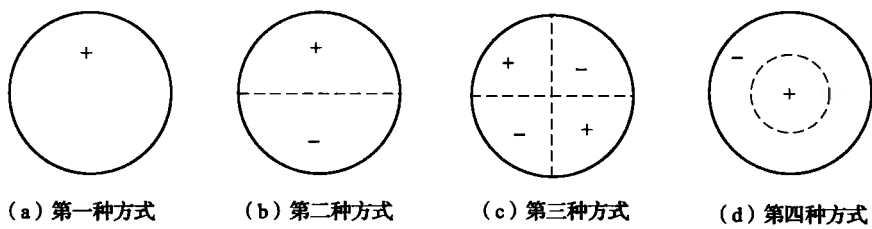


图1-8 圆形膜片主要的四种谐波方式

有自由边的方形平板主要的三种谐波弯曲方式见图1-9。

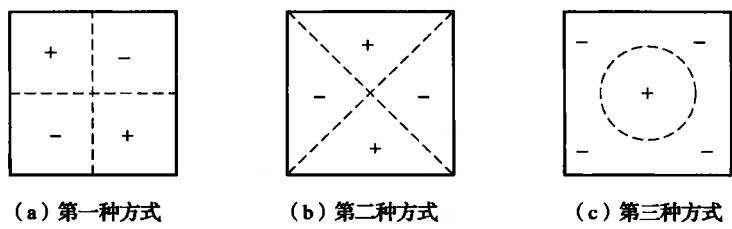


图1-9 方形平板主要的三种谐波方式

1.7 耦合方式

在有两个或更多个自由度的系统中，一个自由度的振动方式常常反映另一个自由度的振动方式。例如，图1-4（a）中，如果质量2刚性固定，同时质量1可在垂直方向移动，则质量1将上下振荡。现在如果放开质量2，则质量1的运动也将影响到质量2，于是质量2也将开始上下振荡。因为质量1的运动对质量2的运动有直接影响，所以这两种振动方式就被定义为耦合振动方式。在耦合方式中，一种振动方式不可能独立于另一种振动方式存在。

耦合方式能够以系统平移、转动，以及平移和转动组合的方式出现，而且具有多个自由度。在平移和转动的耦合方式中，常常可以用一个简单的试验来确定系统是耦合的还是非耦合的。在一特定方向上，将一稳定载荷施加到系统物体的重心（CG）上。如果该物

体在施加载荷的方向上平移而没有转动，则沿施加载荷的方向运动的平移方式就没有耦合转动方式。

让我们来观察图 1-10 中的具有两个弹簧的单个质量的实例。如果稳定载荷沿 X 轴施加到重心 (CG) 上，则该质量不仅会有沿 X 轴的平移，而且同时还有转动的趋势。该试验说明沿 X 轴的振动平移方式耦合有转动方式。如果稳定载荷沿 Y 轴施加到 CG 上，该质量沿 Y 轴平移而没有转动。同样，如果绕 CG 给质量施加一个力矩，则引起转动而没有平移。这些试验说明对于沿 Y 轴的振动来说，平移方式与转动方式是分开（去耦）的。

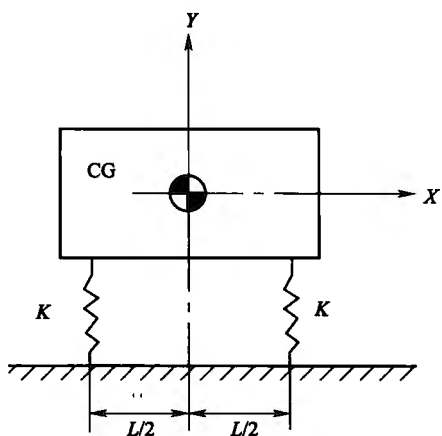


图 1-10 有两个弹簧的单个质量

1.8 紧固件

用于电子设备中的紧固件有许多不同的类型。它们包括螺钉、螺母、铆钉、接线柱等。紧固件是造成很大一部分现场故障的原因，而且在大多数冲击试验中，它们是最大的单点故障源。尽管大量的紧固件用于电子设备中已有很多年，但其大部分应用还是基于静态安装考虑的。通常，出于易于安装和成本低廉的考虑而采用的紧固技术常常不能满足严酷的冲击和振动环境。需要考虑的因素是，紧固件是如此之小，而且它们的使用又是如此之广泛，以至于使它们的应用趋于半自动化而不考虑它们的强度。在机器中螺钉的使用尤其如此。当使用大螺钉时，常常是因为人们总是将它们用于汽车工业或飞机工业，在这些领域是极少采用小螺钉的。

因为螺钉在电子设备的整个可靠性中占有很重要的位置，在选用它们时特别应考虑如下因素：

①选用适当类型的紧固件（螺钉、铆钉等），这样的考虑是为了权衡环境、强度、维修的成本；

②正确选用紧固件的尺寸和位置，其根据是动态负载与几何结构；

③正确选用螺钉和螺母的锁紧件；

④正确选择安装方法。

大多数电子设备制造商选择螺钉和铆钉作为生产的基础，根据公差和易于安装的原则选择尺寸和锁紧件。在安装时，制造商相信生产人员会根据其自身的判断正确地安装紧固件。结果却可能是：

①采用了有毛病的紧固件；

②所用的紧固件尺寸不符；

③采用了坏的锁紧垫圈；

④安装力矩不对。

人们发现，一般说来，冷打扩体铆钉很令人满意，并且应更多地用于电子组件中。人

他们还发现，当使用螺钉时，螺钉的尺寸应大于习惯上采用的尺寸，而且应该使用更优质的材料。有许多常用的锁紧件不能令人满意。有些锁紧件常常是许多严重问题的根源。人们还发现，在紧固机器螺钉时的机械判断常常是有错误的。

电子设备中有许多故障常常是由于螺钉发生松动引起的。当一个大变压器在振动期间发生松动而且到处“嘎嘎”作响时，应思考一个易受影响的电子机箱会发生什么样的事情。尽管已经利用高速摄影胶片 and 应变计进行了许多调查来研究螺钉和螺母的松动动作实况，但还是未能弄清楚松动发生的机理。但在动态载荷的作用下，螺钉似乎会有轻微的伸缩，这样在螺钉接触面上的摩擦力就会突然急剧地减小。因为螺钉或螺母中的螺纹在很短时间会趋向于回到它们原来的形状，这种几何尺寸的微小变化会变成一种动力，使得螺钉或螺母松开。

可以提出的一些提高电子设备紧固件质量的具体建议如下：

- ①所有螺钉紧固件均应使用钢制螺钉。钢至少应有 SAE1010 的特性^①。
- ②螺钉应使用一种能够预置到要求力矩值的装置紧固。
- ③固紧力矩应是反向拧松螺钉所需力矩的 60% ~ 80%。表 1 - 1 给出了拧松钢制螺钉所需要的力矩值。

表 1 - 1 拧松钢制螺钉所需要的力矩值

螺钉尺寸 (公称尺寸 - 每英寸扣数)	力矩/ (in ^② · lbf ^③)	螺钉尺寸 (公称尺寸 - 每英寸扣数)	力矩/ (in · lbf)
2 - 64 (0.073 - 64)	3 ~ 3.5	12 - 24 (0.216 - 24)	45 ~ 56
4 - 40 (0.112 - 40)	5 ~ 6.5	12 - 28 (0.216 - 28)	50 ~ 64
6 - 32 (0.138 - 32)	10 ~ 12	1/4 - 20 (0.250 - 20)	65 ~ 80
8 - 32 (0.164 - 32)	20 ~ 24	1/4 - 28 (0.250 - 28)	85 ~ 100
10 - 24 (0.190 - 24)	22 ~ 27	3/8 - 16 (0.375 - 16)	250 ~ 320
10 - 32 (0.190 - 32)	34 ~ 42	3/8 - 24 (0.375 - 24)	330 ~ 415

注：表内括号中的说明和括号内的数据均为译者据 FED - STD - H28 所加。

④螺钉头应允许用拧紧装置可靠地防滑扣紧，并经受拧紧力。就一般应用而言，一种开槽的六角头机制螺栓似乎是最令人满意的。

⑤在包括通孔在内的所有应用中，应使用锁紧螺母来代替锁紧垫圈。大多数标准钢制锁紧螺母都是令人满意的。

⑥如果可能，应避免使用盲螺纹孔。当需要使用盲螺纹孔时，在螺钉头下面应使用锁紧垫圈一类的锁紧件，以防止螺钉在振动期间反向松动，且应使锁紧力矩增大到与锁紧件反摩擦力矩相等的程度。

⑦一个单元的紧固件的分布，应该使得一个紧固件的失效不会导致单元摆脱约束，或者成为单元功能失常的原因。即使是很小的元件，至少也应有两个紧固件。

① 相当于我国 GB 和 YB 的 8 和 10 优质碳素结构钢。
② 1in = 25.4mm。
③ 1lbf = 4.445N。——译者注

需要特别指出的是,在将要用于外层空间 0G 环境的电子系统中,应很小心地采用锁紧垫圈和锁紧螺母垫片。在装配时这两种紧固件通过咬入金属产生咬合摩擦,这种作用经常从螺钉上刮下金属微粒。如果这些微粒未予清除,在 0G 环境下它们会飘浮在周围并产生电气问题。在垫入外部呈星形的 24 个螺钉之后,对金属微粒进行计数,总计大约有 1000 个金属微粒。

螺丝起子也会对十字螺丝起子槽产生切割。在装入螺钉和拧动螺丝起子时,螺丝起子经常从起子槽中滑出,并会从螺钉头中刮下少量的金属。为避免从垫有咬入金属的紧固件的螺钉中刮下少量金属,许多电子厂商采用了像乐泰胶水 (Loctite) 和丙苯树脂 (Glyptal) 一类流体来黏合螺钉。某些厂商则在螺钉下采用了尼龙垫片。在尼龙发生冷塑变和结合力矩降低之前,尼龙垫片经受大约 12 次装拆循环通常仍然很完好。

美国国家航空航天局 (NASA) 不允许在航天飞机的显示器和光学器件部位使用挥发性产品。这些产品在真空中会释放气体,而后在其自身表面形成一层薄膜,这层薄膜可能盖住其光学镜头,并且会妨碍感光元件如摄像镜和望远镜的工作。

1.9 飞机和导弹用电子设备

用于飞机和导弹中的电子产品常常有独特的形状,以使它们能最大限度地利用密集空间中的可用体积。体积和重量 (weight)^① 常常十分关键,因为电子产品通常有很高的组装密度。组装密度在数值上通常约为 $0.03 \sim 0.04 \text{ lbf/in}^3$,它取决于环境要求的严格程度。典型电子产品的重量是 $10 \sim 80 \text{ lbf}$ 。

飞机的振动频谱将在 $3 \sim 1000 \text{ Hz}$ 范围变化,其峰值加速度水平为 $1G \sim 5G$ 。在垂直方向产生的最大加速度通常出现在 $100 \sim 400 \text{ Hz}$ 频率范围内。在纵向方向产生的最小加速度,其最大值约为 $1G$,且具有相同的频率范围。

直升机的振动频谱在 $3 \sim 500 \text{ Hz}$ 范围变化,而加速度水平为 $0.5G \sim 4G$ 。在垂直方向发生的最大加速度出现在靠近 500 Hz 的频率上。其低频位移很大,在 10 Hz 附近的双振幅数值约为 0.20 in 。

导弹家族具有最高的频率范围,其数值常可达到 5000 Hz 。低频极限约为 3 Hz ,它是由细长的弹体结构中的弯曲方式引起的。峰值加速度水平约为 $5G \sim 30G$,加速度最大值发生在其动力装置点火期间,其频率约为 1000 Hz 。

实际上,超声速飞机和导弹的振动环境在本质上是随机振动多于周期性振动。但是仍需要利用正弦振动试验来对用在这些装备中的电子设备进行评估和鉴定。

因为飞机和导弹上的强迫频率是如此之高,以至于为这些环境而设计无谐振电子系统实际上是不可能的。当然,用一些硬泡沫来填满整个电子模块总是有可能的,这样能使一个小盒子的谐振频率远远高于 1000 Hz (有可能达到 2000 Hz)。但这种考虑通常是不实用的,因为它会使日常维护、查找故障和修理这样一个系统的费用太高。显然,在飞机和导弹中存在的强迫频率将会在每一个电子产品中激发许多谐振方式。同样明显的

① 本书“重量”单位为磅力 (lbf), $1 \text{ lbf} = 4.54 \text{ N}$ 。——译者注

是：在设计和分析电子系统时必须格外地小心，因为它自身完全可能被振为碎片。必须使电子支撑结构与电子元件能够动态地协调一致，以防止能够导致快速疲劳故障的谐振同时发生。

当一个有经验的机械设计工程师面对严格的振动规范时，进入其头脑中的第一个想法就是将电子设备装在隔离器上。没有人会怀疑一组设计恰当的隔离器能够控制冲击和振动。在讨论隔离装置时，必须考虑的主要因素有以下四个。

①在电子设备的四周必须提供足够的摇振间隙，以免它与周围其他产品发生碰撞。如果体积不足，也许更为实际的办法是：利用一个较大的带有刚性机构的电子模块，以便将更多的电子产品装在该电子模块中。

②为消除电子设备耗散的热量，冷板（cold plate）正在越来越多地应用于电子结构中。如果采用隔离器，必须在电子模块与载体框架结构之间提供柔性连接装置，以应付由隔离器产生的大位移。必须采用可靠的柔性连接装置，因为如果连接装置发生故障的话，会使冷却效率急剧降低。

③为将常见的电子模块连接到飞机或导弹主电子系统上，必须采用电气导线电缆和线束。如果采用隔振器，则因隔振器需要摇振空间，将会迫使这些电缆和线束具有较大幅度的位移。必须采用专门的保护措施，以防止电缆和线束的疲劳故障。

④一个好的振动隔离器常常是一个坏的冲击隔离器，而一个好的冲击隔离器又常常是一个坏的振动隔离器。因此必须恰当地设计隔离器，以满足振动和冲击两者的要求。

使用空气和液体冷却的机载电子设备的冷板设计已经变得越来越复杂。为改善热传导特性，广泛地采用了多片式、波片式、切片式和针翅式（pin fin）空气热交换器。通常用铝浸焊的多片式空气热交换器的肋片多达每英寸 22 片。这些肋片也许只有 0.006in 的厚度，但在典型热交换器中，相对其重量而言，大量的肋片使其变得相当硬。在飞机广泛采用的电子设备中，冷却空气热交换器被正确地设置在它的电子支撑结构中。热交换器被铆接、焊接或胶结到电子模块的主结构要素上，这样热交换器自身也就成了系统的主承载构件。供冷板用的冷却空气通常来自作为飞机动力的喷气发动机的压缩机。这种空气在用于冷却之前应经过调节，因为来自第一级压缩机的空气温度通常要高于 300°F^①。

液体冷却的冷板通常用于冷却航天飞机或在很高的高空进行飞行研究的飞机。冷却液体可以是甘醇和水的混合液，或者是某些别的液体如 FC-75、碳氟化合物或 Coolanol 45、液态有机硅等。

液体冷却的冷板通常做成代替电子模块结构的航天飞机机体结构的组成部分。这样，在必须从航天飞机中拆掉电子模块时，就不必断开可能已变得十分凌乱的液体管道。因为冷板和机体结构连成一体，故电子模块所耗散的热量，通常就会通过装在电子模块表面的平板界面（此界面与冷板紧密接触）传导到冷板上。

民用和军用电子设备均朝外场可更换单元（LRU）方向发展，有了 LRU，就可能在数分钟内正确地更换有缺陷的电子模块。此项工作可以通过提供所需要的电子模块背后的位于各种接口的连接来完成。电子模块正变得与能够插入插座的印制电路板

① $t_F(^{\circ}F) = 32 + 1.8t(^{\circ}C)$ 。——译者注

（PCB）相似。

如果在电子模块的背后有几个电气连接器，则要插入电子模块并使电气连接器正确地连接可能是十分困难的。某些连接器要真正连接的话，每个插针可能需要 0.5lbf 的力。当有 8 个连接器且每个连接器有 100 根插针时，总共就有 800 根插针，为连接它们就需要有 400lbf 的力。

插入式电子模块通常利用位于电子模块前面的某种机构连接并锁定就位。因为连接器位于电子模块的后部，这就意味着必须通过整个机箱才能使连接器连接达到所需要的力。当这种电子模块经受振动时，在许多情况下，振动载荷必须加到安装负载上，以确定作用在结构上的总负载。通过建立用于军用飞机和民用飞机中的模块化电子单元，人们已经试制了标准化的电子设备。这些模块化的单元装在一标准航空安装架（ATR）上，这种安装架后面设有数个定位销和连接器，前面则有快卸紧固装置。

1.10 舰船和潜艇用电子设备

舰船和潜艇通常利用控制室来支撑它们的电子设备，因为它们有更大的舱室可供利用，而且重量不是很关键。电子元件通常装在控制面板上和滑动式电子机柜内。控制面板常用于支撑度盘测量仪表、手动控制装置和测试点。装在控制面板上的质量很小，因为它们是固定在船舱内的框架或支架上的，并且不能经受大的动载荷。

电子机柜常用于支撑更重要的电子元件，如通常用于电源中的元件。电子机柜装在推拉式滑动装置上以提供设备的出入口。为了安全起见，电子机柜通常锁定在开关位置。为了方便，电子机柜也可以斜置，以改善密闭空间的出入口。

舰船和潜艇的频谱在 1 ~ 50Hz 范围变化，但其最常见的范围是在 12 ~ 33Hz。在该范围的最大加速度水平约为 1G，而且可能是由于发动机和推进器产生的振动引起的。

在军用舰船中，通常由各种各样的爆炸引起的冲击是一个重要因素，这些爆炸能够给电子设备造成大范围的损坏，除非已经对设计和安装进行恰当的考虑。例如，人们并不希望采用更坚硬的结构来支撑电子设备，因为很硬的结构不能产生足够的形变以吸收大量的应变能。在理论上，任何不能产生形变的结构，在其经受碰撞载荷时，将会产生一个无穷的加速度。所以希望有较大的位移是因为以此能够显著地降低加速度水平。或者将这种位移限制在结构中，或者必须使用冲击安装架，在这两种情况下，设计和安装中都必须采取措施，以保证元器件不会碰撞，设备又不会松动。

如果采用冲击隔离器，则这些隔离器的设计应使其偏离足以吸收冲击能量，而又不向电子设备传送过大的载荷。冲击安装架应具有最小约 25Hz 的谐振频率。在理想情况下，电子元件的谐振频率至少应为冲击安装架的两倍，但绝不能低于 60Hz。如果电子元件确实有低于 60Hz 的谐振频率，可能就会使电子元件进入最常见的强迫振动频率范围，即如前所述的高达 33Hz。如果发生了这种情况，电子元件就可能在谐振附近连续受到激励，从而产生疲劳故障。

当舰船结构的强迫频率接近其最高频率极限（25Hz 左右）时，将会激励电子舱室的谐振频率，这是因为冲击隔离器在 25Hz 处也有谐振频率。如果元件的谐振频率是隔离器

谐振频率的两倍的话,该条件应该不会给装在电子舱内的电子元件加上高应力。但是,该舱室的支撑结构将不得不经受动态振动载荷。这些载荷可以通过冲击隔离器的放大特性来确定。对于上述条件,冲击隔离器可以用来提供大约3倍的放大倍数。因为在这些频率范围内,通常振动加速度输入水平是很低的,隔离器的3倍的放大系数并不会在电子舱内形成很高的应力。

通常并不希望过多地提高电子设备的谐振频率。如果设备刚度很高,则就振动条件来说它是好的,而就冲击条件来说它是不好的。很高的弹簧刚度可能因其高加速度载荷而引起很高的冲击应力。通常,推荐的电子元件的最高谐振频率为100Hz左右,而最大加速度水平是200G。

在又高又窄的电子舱内,承载隔离器应置于舱底,而稳定隔离器则应置于顶部。必须采用刚性结构去支撑置于顶部的稳定隔离器。如果顶部支撑结构的偏移过大,它可能因为剧烈的振动方式而引起整个系统特性的改变。

如果没有使用冲击隔离器,冲击就必须由电子设备舱和支撑电子舱船体结构的偏移吸收。在这种情况下,总成(包括电子和船体结构)的自然频率应为60Hz左右。装在设备舱中的电子元件的自然频率应是总成的自然频率的两倍,即120Hz左右。船体结构必须提供衰减设备舱中的冲击力所需要的偏移的优质零件,否则设备舱内的动态应力可能高到足以引起结构故障的程度。

当船体结构中的强迫振动频率接近其33Hz的额定最大极限时,设备舱中的动态载荷无论如何也不会被放大,因为设备舱60Hz的谐振频率差不多是强迫频率的两倍。此外,装在设备舱内的电子元件具有更高的谐振频率(120Hz),因此相对说来其动态振动载荷应该较小。

最适合冲击的材料是具有高屈服点、高极限强度和高延伸率的可延性材料。通常,机加成形的金属比铸造金属更为理想,因为后者的延伸率相对较低。

因为加速度力(acceleration force)可以扩散到电子舱内部而逐渐变小,能够经受最高加速度力的电子元件应装在紧靠设备舱的外部。其自身有刚性结构的电子元件也应用来作为设备舱的外部结构件,以提供附加的强度。

不能经受高加速度力的电子元件应装在距冲击载荷施加点的最大弹性距离处,该点通常位于设备舱的中心。

应仔细地检查系统中每个质量元的载荷通路,以确定该载荷能否利用该通路作为载荷到达结构的通路。例如,一个大变压器应该装在主结构支撑的附近,以缩短载荷通路的长度。这样做引起的偏移和应力较小。

1.11 汽车、卡车和牵引车用电子设备

最近几年,汽车和卡车用电子设备已经有了飞速的增长。电子线路正在用于它们的防抱死刹车系统、油气混合控制、无线电设备、点火系统、空调、自动变速器换挡点、后视镜、门锁、仪表、全球定位系统(GPS)、窗户、阳光屋顶、巡航控制装置、气囊、电视、电话,以及许多其他装置中,而且每年的增量还在加快。当前正在开发当车辆危险地相互

高速靠近时将会自动地抱紧车闸的防撞系统。已有一些应用于类似领域的方案是，使将若干汽车连接在一起的汽车牵引车计算机化。可应用诸如 Lojack 的防盗系统，当一辆汽车遭到盗窃时，这种防盗系统可以通过给警方发送一个无声的无线电报警信号来激活。

汽车和卡车电子设备必须在很恶劣的环境中工作，包括汽车的大范围的温度变动、发动机罩下面 140℃ 的高温、冷凝条件下的高湿、高速喷水，以及半结冰温度下伴有中等量值的振动和冲击。还常常要求在边远地区送货的卡车穿越未铺柏油的乡间小路。在 2.5t 的卡车上用几个不同速度测得的试验数据表明：在 10 ~ 15km/h 的速度下的加速度量值在 15G ~ 19G，频率在 15 ~ 40Hz。卡车在高于 35km/h 的速度下于粗糙道路上频率呈现随机特征。

柴油电动牵引车已经在它们的驱动轮上使用了电子线路，用于提高其车轮在轨道上是否正好达到滑行点的敏感性。一个大的火车机车可能有 6 对驱动轮。电子线路能够提高任何一对驱动轮将要滑动的敏感性，自动地喷砂以增加摩擦，并驱动一组驱动轮的电动马达（electric motor）稍稍自动减速以防止其在轨道上滑动。具有这种新特性的单台柴油电动机车能够攀爬较陡的坡度，而且其拉动车厢的数量是以往柴油电动牵引车的三倍。

1.12 石油勘探用电子设备

石油钻探设备对电子系统可能具有最严酷的热和振动要求。在 30000ft 深度的钻探可能遇到 200℃ 的高温。固定在 6ft 长的软管段中的电子线路通常正好位于切削刀具上面。冷却剂是溅泼在电子线路软管段的 200℃ 的污泥。当在 30000ft 的深度钻探时，有时切削刀具会卡在岩石上不能动。当切削刀具静止不动时，地面的转盘仍转动。长的钻探软管会缠绕起来，且在松开时它会产生加速度量值高达 30G RMS（均方根）的随机振动。这就意味着，在石油钻探成套设备中的电子线路段必须非常坚固，以便在经受高振动量值和高温环境下仍能提供很高的可靠性。当电子线路发生故障时，要移走 30000ft 的软管、更换电子线路段，并再次在钻空中放下 30000ft 的软管，是一件昂贵而又耗时的任务。

1.13 计算机、通信和娱乐用电子设备

在计算机、通信和娱乐三个领域的许多人，他们正迅速地汇聚到一个使用互联网的特大工业之中。因为光纤电缆正在增加，有时将其称之为带宽，它们能够承载很宽的频率范围，要求这种很宽的频率范围提供如下服务：电视、收音机、数据处理、现货贸易、银行业、互联网、电话、有价证券，以及更具活力的、高效的家庭和办公室。

第2章 简单电子系统的振动

2.1 无阻尼单弹簧 - 质量系统

许多单自由度系统的固有频率可以通过评价每个系统的应变能和动能来确定。例如，考虑一个弹簧 - 质量系统，如果没有能量损失，质量的最大动能必然等于弹簧中的最大应变能，如果忽略弹簧质量的话。

所有真实的系统都有一些阻尼。如果质量悬挂在一个真实的螺旋弹簧上，而该弹簧又被拉伸和放开的话，则该质量将上下振动。这种自由振动可以持续很长时间，但最终所有的自由振动都会停止，质量也将停止振动。这是因为弹簧中的阻尼在每个循环中都要消耗少许能量，所以质量最终将停止运动。如果没有阻尼，理论上该质量将永远以相同的振幅和频率保持上下振动。

在许多系统中，阻尼是如此之小以至于它对固有频率只有很轻微的影响。在这些情况下，为方便起见，阻尼系统的固有频率可以用无阻尼系统的固有频率近似地表示。

振动着的无阻尼弹簧 - 质量系统的最大动能是其在最大速度点的动能。它发生在振动质量通过零位移点处，如图 2 - 1 所示。

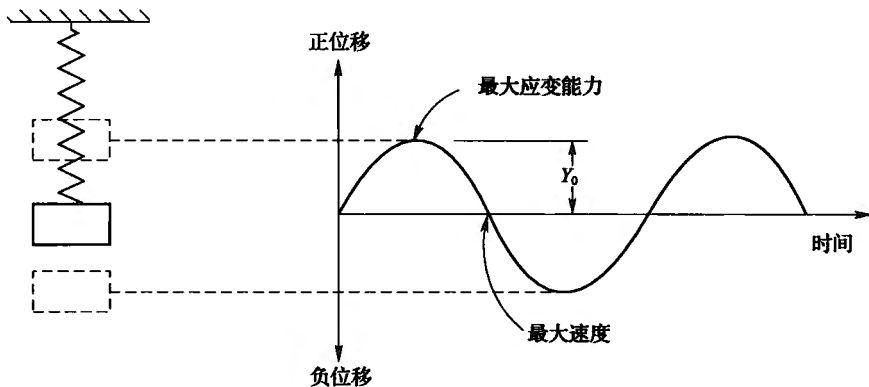


图 2 - 1 振动弹簧 - 质量系统

由基础物理学可知，振动质量的最大动能 T_0 为：

$$T_0 = \frac{1}{2} m V^2 \quad (2 - 1)$$

如图 1 - 2 所示，该瞬时切线速度 V 可以用旋转速度表示为：

$$V = Y_0 \Omega \quad (2 - 2)$$

将式 (2 - 2) 代入式 (2 - 1)，则系统的动能变为：

$$T_0 = \frac{1}{2} m Y_0^2 \Omega^2 \quad (2 - 3)$$

质量的最大动能可以通过质量对弹簧所做的功来确定，因为在振动时该质量会拉伸和压缩弹簧。由于弹簧是线性的，故其偏移与力成正比，如图 2-2 所示。曲线下面的部分表示对弹簧所做的功。因为功又等于应变能，则应变能变为：

$$U_0 = \frac{1}{2}P_0Y_0 \quad (2-4)$$

弹簧刚度（spring rate） K 可以用最大载荷 P_0 与最大偏移 Y_0 定义为 $K = P_0/Y_0$ ，于是有：

$$P_0 = KY_0$$

将式（2-5）代入式（2-4），最大应变能变为：

$$U_0 = \frac{1}{2}KY_0^2$$

如果假定阻尼为 0，则在谐振频率上的动能将等于应变能：

$$\frac{1}{2}mY_0^2\Omega^2 = \frac{1}{2}KY_0^2$$

$$\Omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (2-6)$$

这就是单位为弧度/秒（rad/s）的固有频率。利用式（1-2），以循环数/秒（Hz）表示的固有频率为：

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \quad (2-7)$$

通过将弹簧的静态偏移 δ_{st} 看成是由于作用在弹簧上的重量（ W ）引起的，可以将固有频率方程以稍有不同的形式写出。弹簧刚度则可写成：

$$K = \frac{W}{\delta_{st}} \quad (2-8)$$

用重力 W 和重力加速度 g 表示质量，则有：

$$m = \frac{W}{g} \quad (2-9)$$

将式（2-8）和式（2-9）代入式（2-7）给出固有频率的另一个关系式：

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (2-10)$$

例题：悬臂梁的固有频率

确定有一个端部质量的悬臂梁的固有频率，如图 2-3 所示。

解：当铝梁的重量与端部重量相比很小时，则将梁的重量忽略而不致产生太大的误差。将悬臂梁看作是保持其弹性特性不变的无质量梁上的一个集中载荷。在悬臂梁端部的静态偏移可以利用结构手册确定：

$$\delta_{st} = \frac{WL^3}{3EI} \quad (2-11)$$

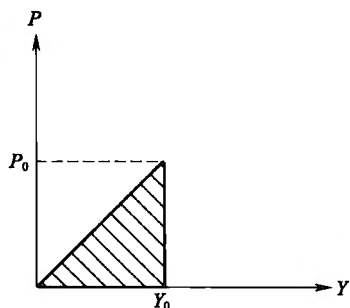


图 2-2 典型载荷—偏移图 (2-5)

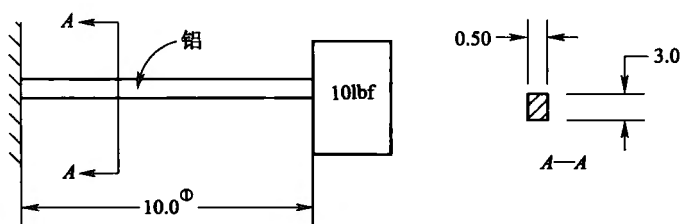


图 2-3 有一个端部质量的悬臂梁

式中: $W = 10.0 \text{ lbf}$ (端部重力);

$L = 10.0 \text{ in}$ (长度);

$E = 10.5 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝材的弹性模量);

$I = bh^3/12 = (0.50) \times (3.0)^3/12 = 1.125 \text{ in}^4$ (惯性矩)。

$$\delta_{st} = \frac{(10.0) \times (10.0)^3}{3 \times (10.5 \times 10^6) \times (1.125)} = 0.282 \times 10^{-3} \text{ in} \quad (2-12)$$

将式 (2-12) 代入式 (2-10), 并注意到重力加速度 $g = 386 \text{ in/s}^2$, 则固有频率变为:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{386}{0.282 \times 10^{-3}} \right)^{1/2} = 187 \text{ Hz} \quad (2-13)$$

悬臂梁的固有频率还可以利用式 (2-11) 根据梁的弹簧刚度 K 来确定:

$$K = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{3EI}{L^3} \quad (2-14)$$

利用上述计算值, 弹簧刚度变为:

$$K = \frac{3 \times (10.5 \times 10^6) \times (1.125)}{(10.0)^3} = 3.54 \times 10^4 \text{ lbf/in}$$

且
$$m = \frac{W}{g} = \frac{10}{386} = 0.0259 \text{ lbf} \cdot \text{s}^2/\text{in} \text{ (即 lb)}$$

代入式 (2-7) 固有频率变为:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3.54 \times 10^4}{0.0259} \right)^{1/2} = 187 \text{ Hz} \quad (2-15)$$

该结果与式 (2-13) 完全相同。

2.2 单自由度扭转系统

能量法对于确定有一个自由度的扭转系统的固有频率是很方便的, 如图 2-4 所示。

除了弹簧作用是由于扭杆的扭转引起的以及惯性是由于圆盘绕圆盘平面垂直轴的惯性矩引起的之外, 扭转系统与图 2-1 所示的弹簧-质量系统是类似的。假定扭杆质量很小。

振荡的圆盘的最大动能是:

$$KIN = \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 \quad (2-16)$$

式中: I_m = 圆盘的质量惯性矩;

① 本书图中的长度尺寸未标单位的, 均为英寸 (in)。——译者注

$\dot{\theta}$ = 转动角速度。

振荡系统通过角 θ_0 时的最大角速度是：

$$\dot{\theta}_0 = \theta_0 \Omega \quad (2-17)$$

将式 (2-17) 代入式 (2-16)，最大动能变为 (假定扭杆质量很小)：

$$KIN = \frac{1}{2} I_m \theta_0^2 \Omega^2 \quad (2-18)$$

最大应变能要以通过振荡盘对扭杆所做的功来确定。因为扭杆的弹簧刚度是线性的，如图 2-5 所示，角偏移与所施加的力矩 T_0 成正比，曲线下面的部分代表对扭杆所做的功。

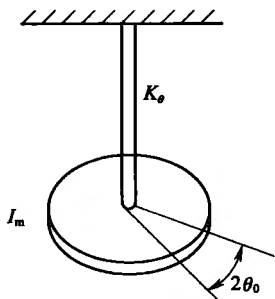


图 2-4 单弹簧-质量扭转系统

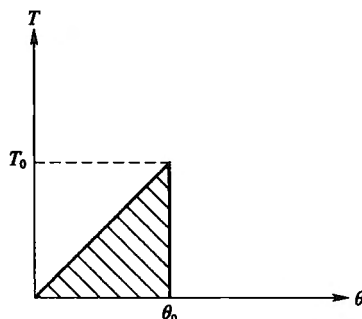


图 2-5 力矩-转角曲线

因为做功等于应变能，故应变能变为：

$$U_0 = \frac{1}{2} T_0 \theta_0 \quad (2-19)$$

扭转弹簧刚度 K_θ 可以用力矩 T_0 和角位移 θ_0 定义如下：

$$K_\theta = T_0 / \theta_0 \quad (2-20a)$$

即

$$T_0 = K_\theta \theta_0 \quad (2-20b)$$

将式 (2-20) 代入式 (2-19)，最大应变能变为：

$$U_0 = \frac{1}{2} K_\theta \theta_0^2 \quad (2-21)$$

如果假定阻尼为 0，则在谐振频率处的动能式 (2-18) 必定等于应变能式 (2-21)：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} I_m \theta_0^2 \Omega^2 &= \frac{1}{2} K_\theta \theta_0^2 \\ \Omega_n &= \left(\frac{K_\theta}{I_m} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2-22)$$

固有频率 (Hz) 变为：

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\theta}{I_m}} \quad (2-23)$$

例题：扭转系统的固有频率

确定图 2-6 所示扭转系统的固有频率。

解：扭杆的扭转弹簧刚度可利用其在外力矩 T_0 作用下的角位移 θ 来确定：

$$\theta = \frac{T_0 L}{GJ} \quad \text{和} \quad K_\theta = \frac{T_0}{\theta}$$

即

$$K_{\theta} = \frac{GJ}{L}$$

式中: $L = 10.0\text{in}$ (扭杆长度); $G = 4.0 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝的剪切模量);

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi}{32} (1.0)^4 = 0.0981 \text{ in}^4 \text{ (极惯性矩)};$$

$$K_{\theta} = \frac{GJ}{L} = \frac{(4.0 \times 10^6) \times (0.0981)}{10.0} = 3.92 \times 10^4 \text{ in} \cdot \text{lbf/rad}$$

铝圆盘的质量惯性矩必须取成圆盘平面的垂直轴的质量惯性矩:

$$I_m = \frac{WR^2}{2g}$$

式中: $W = \pi \times (6.0)^2 \times (0.50) \times (0.10 \text{ lbf/in}^3) = 5.65 \text{ lbf}$ (盘重力); $R = 6.0\text{in}$ (圆盘半径); $g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度);

$$I_m = (5.65) \times (6.0)^2 / (2 \times 386) = 0.264 \text{ lbf} \cdot \text{in} \cdot \text{s}^2$$

现在可由式 (2-23) 确定扭转固有频率:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3.92 \times 10^4}{0.264} \right)^{1/2} = 61.5 \text{ Hz} \quad (2-24)$$

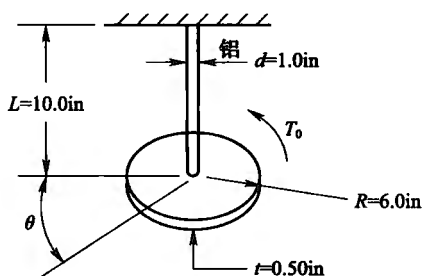


图 2-6 单自由度扭转系统

2.3 串联弹簧和并联弹簧

如果质量是以下述形式悬挂在两个不同的弹簧上的, 即载荷通路在从质量到达支撑之前要先穿过一个弹簧之后再穿第二个弹簧时, 则称这两个弹簧为串联弹簧。因此, 串联弹簧指的是一个串联的载荷通路, 在这种通路中, 载荷必须先穿过一个弹簧而后才能到达另一个弹簧。

切断两个弹簧中的任一弹簧都将使系统完全失效。图 2-7 中示出了串联弹簧的一些例子。

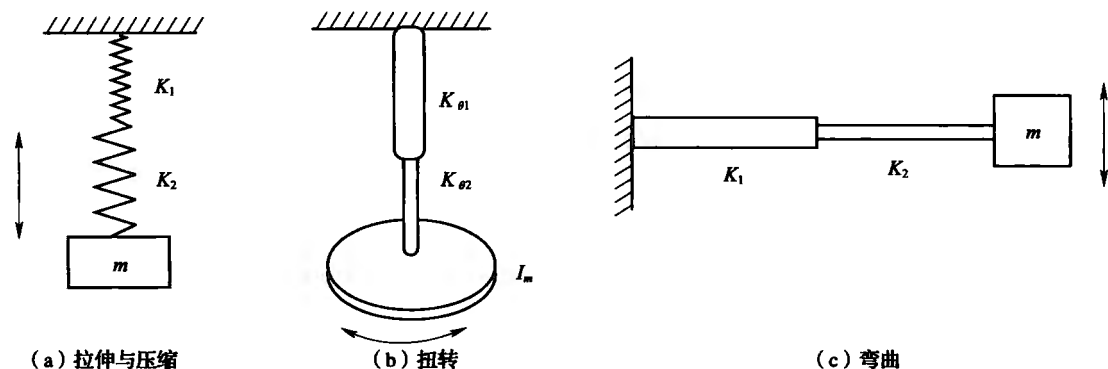


图 2-7 串联弹簧

串联弹簧可以利用下式合成为一个等效 (equivalent) 弹簧:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \dots \quad (2-25)$$

如果质量是以这样一种形式悬挂在两个不同的弹簧上的,即载荷通路在从质量到达支撑时两个弹簧之间是分开的,则称这两个弹簧为并联弹簧。因此并联通路可使载荷在穿过一个弹簧时无须穿过另一个弹簧。切断一个弹簧并不妨碍另一个弹簧承受载荷。图2-8示出了并联弹簧的一些例子。并联弹簧可以利用下式合成为一个等效弹簧:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + K_3 + \dots \quad (2-26)$$

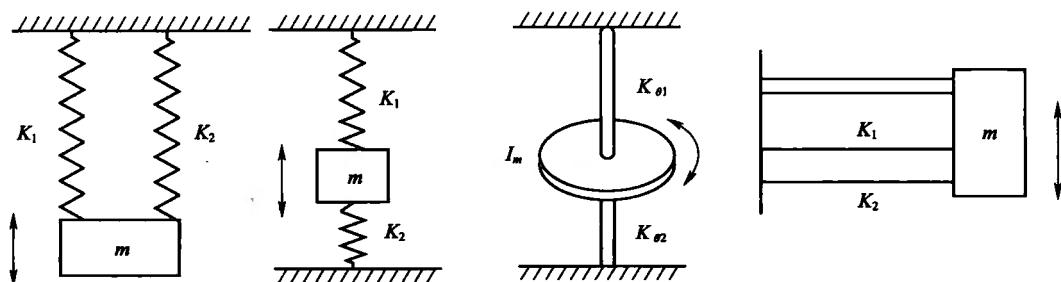


图2-8 并联弹簧

例题: 弹簧系统的谐振频率

一质量由几个串联和并联组合弹簧支撑,如图2-9所示,用系统的等效弹簧刚度,求该质量的固有频率。

解: 弹簧 K_2 和 K_3 是并联的, 它们可由式 (2-26) 得到:

$$K_5 = K_2 + K_3 = 1000 + 1000 = 2000 \text{ lbf/in}$$

现在有三个弹簧 K_1 、 K_5 和 K_4 串联, 那么可由式 (2-25) 得到:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_5} + \frac{1}{K_4} = \frac{1}{4000} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{800}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{2.0 \times 10^{-3}} = 500 \text{ lbf/in}$$

系统现在由一个弹簧和一个质量组成 (见图2-10)。

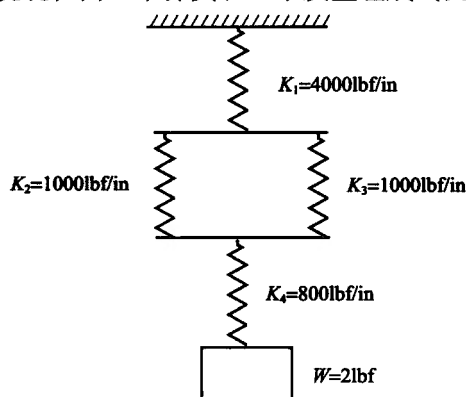


图2-9 串联和并联弹簧的合成

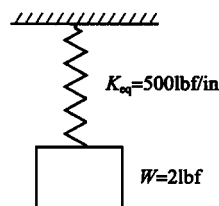


图2-10 单弹簧-质量系统

固有频率可由式 (2-7) 和式 (2-9) 确定如下:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_g}{W}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{500 \times 386}{2} \right) = 49.5 \text{ Hz (即 } 1/\text{s)} \quad (2-27)$$

2.4 频率和加速度与位移的关系

有许多主要近似方法可能与谐振条件下产生的动态位移有关。例如,如果能够确定某一具体结构的几何尺寸,则可根据动态位移计算动态弯曲力矩和弯曲应力。由于振动试验期间很少测量位移(因为振动期间常常难以进行光学测量),所以常常使用加速度。这就使得试验数据可以以频率和加速度 G 力的形式给出。因此必须利用试验数据确定频率和加速度与位移的关系。考虑一个用于描述由弹簧悬挂的单一质量的简谐运动的旋转矢量。质量的垂直位移 Y 可以由矢量 Y_0 在垂直轴上的投影来确定,如图 2-11 所示。

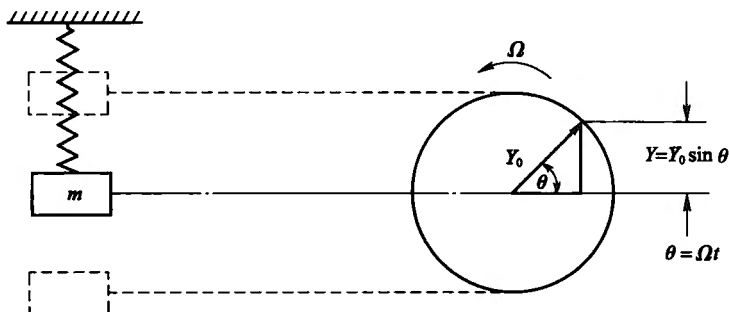


图 2-11 描述简谐运动的旋转矢量

垂直位移可以用下式表示:

$$Y = Y_0 \sin \Omega t \quad (2-28)$$

速度为其一阶微分:

$$V = \dot{Y} = \frac{dY}{dt} = \Omega Y_0 \cos \Omega t$$

加速度为其二阶微分:

$$a^{①} = \ddot{Y} = \frac{d^2 Y}{dt^2} = -\Omega^2 Y_0 \sin \Omega t$$

负号表示加速度作用在与位移相反的方向上。最大加速度 ($a_{\max}$) 将出现在 $\sin \Omega t = 1$ 处:

$$a_{\max} = \Omega^2 Y_0 \quad (2-29)$$

以重力单位表示的加速度 (G) 可以用最大加速度 $a_{\max}$ 除以重力加速度 g :

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 32.2 \text{ ft}^{②}/\text{s}^2 = 386 \text{ in/s}^2$$

而且将弧度改为循环数每秒 (Hz) 有:

$$\Omega = 2\pi f$$

代入式 (2-29), 有:

$$G = \frac{a_{\max}}{g} = \frac{4\pi^2 f^2 Y_0}{386} (\text{无量纲值})$$

① 原文用 A 代表加速度,按 GB 3102.1—1993 改为 a 。

② $1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$ 。——译者注

$$G = \frac{f^2 Y_0}{9.8} \quad (2-30)$$

注意, 位移 Y_0 为单振幅位移。

例题: 梁的固有频率应力

求如图 2-12 所示的, 带变压器的支撑架输入 5.0G 峰值正弦振动时的谐振频率、动态位移和最大动态应力。

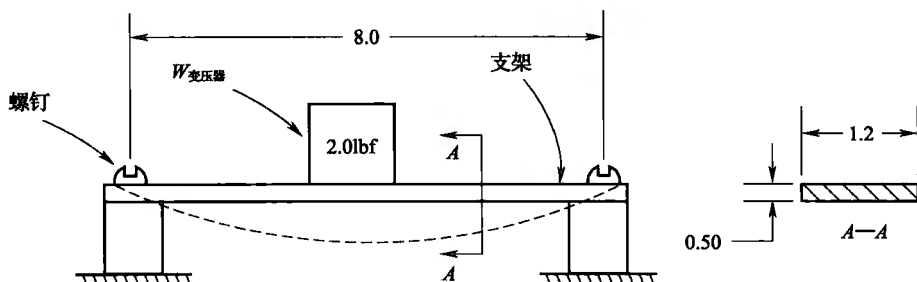


图 2-12 装在支架上的变压器

解: 将变压器看成是集中在无质量梁中心的集中质量。因为梁支撑采用小螺钉, 所以可认为其两端为简单支撑。有集中的中间质量的简单支撑梁的固有频率可以利用式 (2-10), 根据图 2-13 所示的静态位移确定。静态位移可以根据手册求得:

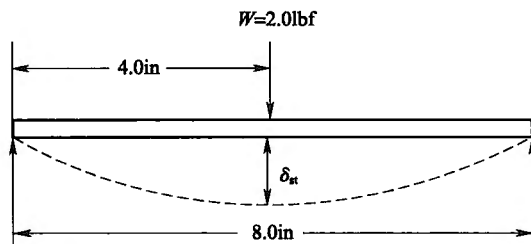


图 2-13 有集中载荷的简单支撑梁

$$\delta_{st} = \frac{WL^3}{48EI} \quad (2-31)$$

式中: $W=2.0\text{lbf}$ (变压器重量);

$L=8.0\text{in}$ (长度);

$E=10.5 \times 10^6 \text{lbf/in}^2$ (铝制梁的弹性模量);

$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(12) \times (0.50)^3}{12} = 0.0125 \text{in}^4$ (惯性矩);

$g = 386 \text{in/s}^2$ 。

因此

$$\delta_{st} = \frac{(2.0) \times (8.0)^3}{48 \times (10.5 \times 10^6) \times (0.0125)} = 1.62 \times 10^{-4} \text{in}$$

代入式 (2-10) 求取固有频率:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g}{\delta_{st}} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3.86 \times 10^2}{1.62 \times 10^{-4}} \right)^{1/2}$$

$$f_n = 246\text{Hz} \text{ (简单支撑的端部)} \quad (2-32)$$

根据上述的 246Hz 的谐振频率, 可用式 (2-30) 确定变压器支架中心的动态偏移:

$$Y_0 = \frac{9.8G}{f^2} = \frac{9.8G_{in}Q}{f^2} \quad (2-33)$$

式中: $G_{in} = 5.0G$ (峰值输入加速度);

$Q = 30$ (在谐振频率处的传输率);

$f_n = 246\text{Hz}$ (简单支撑梁)。

因此

$$Y_0 = \frac{9.8 \times (5.0) \times (30)}{(246)^2} = 0.0243\text{in} \quad (2-34)$$

梁式结构的近似的传输率可以通过谐振频率求得。经验表明, 就电子部件而言, 一个等于谐振频率的方根的两倍 (即 30 左右) 的数值提供了合理的结果。

作用在支架上的动态负载可以通过式 (2-34) 等于式 (2-31) 来近似, 并求解动态载荷 W_d :

$$W_d = \frac{48EIY_0}{L^3}$$

$$W_d = \frac{48 \times (10.5 \times 10^6) \times (0.0125) \times (0.0243)}{(8.0)^3}$$

$$W_d = 300\text{lbf} \text{ (动态载荷)} \quad (2-35)$$

如果假定加速度载荷直接作用在变压器上, 则动态载荷将是:

$$W_d = WG_{in}Q \quad (2-36)$$

式中: $W = 2.0\text{lbf}$ (变压器重量);

$G_{in} = 5.0G$ (峰值输入加速度);

$Q = 30$ (在谐振频率处的传输率)。

因此

$$W_d = (2.0) \times (5.0) \times (30) = 300\text{lbf} \quad (2-37)$$

该结果与式 (2-35) 中所示结果完全相同, 而后者是根据带集中载荷的简单支撑梁的动态偏移求得的。简单支撑变压器支架的动态弯曲应力可以利用图 2-14 所示的动态载荷根据结构的几何尺寸确定。最大动态弯曲力矩发生在该支架的中心:

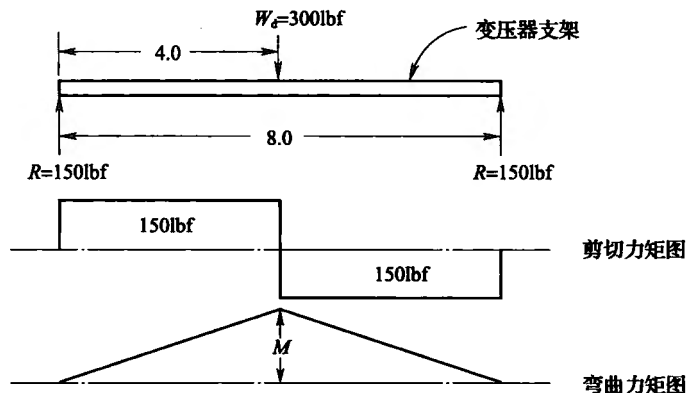


图 2-14 梁的剪力矩和弯曲力矩图

$$M = R\left(\frac{L}{2}\right) = 150 \times 4 = 600 \text{ in} \cdot \text{lbf} \quad (2-38)$$

最大动态弯曲应力可以根据标准弯曲应力方程确定:

$$S_b = \frac{Mc}{I} \quad (2-39)$$

式中: $M = 600 \text{ in} \cdot \text{lbf}$ (弯曲力矩);

$c = h/2 = 0.50/2 = 0.25 \text{ in}$ (见图 2-12 中 A—A 剖视图);

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(12) \times (0.50)^3}{12} = 0.0125 \text{ in}^4。$$

因此

$$S_b = (600) \times (0.25) / 0.0125 = 12000 \text{ lbf/in}^2 \quad (2-40)$$

当预期会有数百万次应力交变时, 必须利用应力集中因子。当预期在可延性材料中只有数千次应力循环时, 应力集中因子就不太关键。

2.5 有黏滞阻尼的强迫振动

当一个谐波振动力作用在一个有阻尼的弹簧质量系统上时, 所引起的强迫振动也将是谐波振动。质量的最终频率将与该振动力的频率相同, 因为最初的非定常振动最终将被阻尼消耗。

考虑作用在一个阻尼弹簧质量系统上的谐波振动力 $P_0 \cos \Omega t$ 。一个自由体受力图见图 2-15。有一个激励系统的外部力的运动微分方程是:

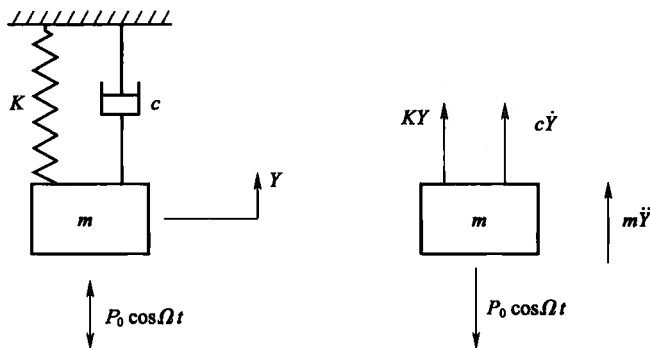


图 2-15 作用在简单系统上的强迫振动力

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + KY = P_0 \cos \Omega t \quad (2-41)$$

该方程的解包括一个余函数和一个特殊函数。余解为自由振动。由于阻尼, 这些振动最终将会完全消失。特解可以写为:

$$Y = Y_0 \cos (\Omega t - \theta) \quad (2-42)$$

最大位移 Y_0 可以以最大外加力 P_0 的形式表示如下:

$$Y_0 = \frac{P_0}{[(K - m\Omega^2)^2 + c^2\Omega^2]^{1/2}} \quad (2-43)$$

上述方程分子和分母同时除以 K ，且代入式 (2-6) 可导出下式：

$$Y_0 = \frac{\frac{P_0}{K}}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (2-44)$$

令 $Y_{st} = P_0/K$ ，式中 Y_{st} 是由于如同静态载荷一样作用的最大动态载荷引起的系统偏移。为进一步简化，令：

$$R_\Omega = \frac{\Omega}{\Omega_n}, R_c = \frac{c}{c_c} \quad (2-45)$$

于是可导出通用的放大比（无传输率）方程：

$$A = \frac{Y_0}{Y_{st}} = \frac{1}{\left[(1 - R_\Omega^2)^2 + (2R_c R_\Omega)^2 \right]^{1/2}} \quad (2-46)$$

动态放大比 A 与频率比 R_Ω 的关系曲线见图 2-16。它不是一条力与传输率的关系曲线。力与传输率的关系曲线如图 2-17 所示。

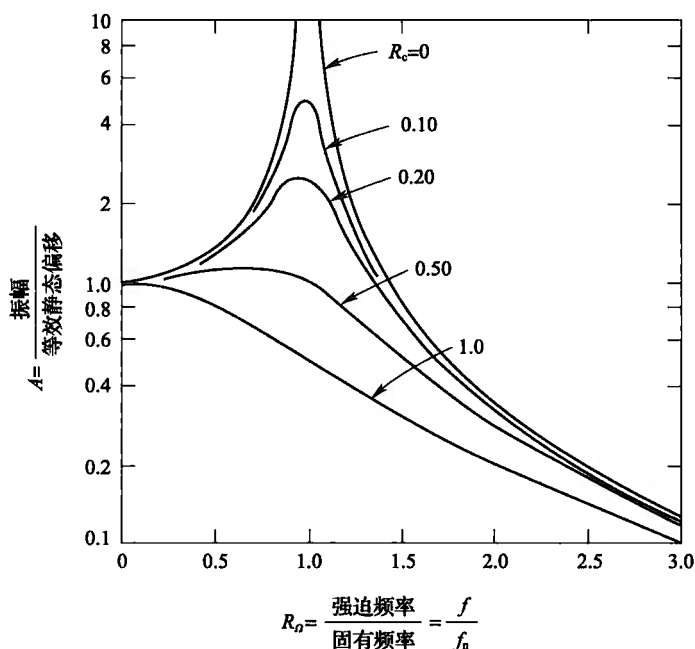


图 2-16 简单系统的动态放大曲线

支撑所感受的力的瞬时量值是弹簧力和阻尼力的矢量和。这两个力之间有一个 90° 的相位角，因此支撑感受力变为：

$$F_0 = Y_0 (K^2 + c^2 \Omega^2)^{1/2}$$

将式 (2-43) 代入上式，有：

$$F_0 = \frac{P_0 (K^2 + c^2 \Omega^2)^{1/2}}{\left[(K - m\Omega^2)^2 + c^2 \Omega^2 \right]^{1/2}}$$

传输率 Q 表示最大输出力 F_0 与最大输入力 P_0 之比，可以通过将式 (2-6) 代入上式

并使其分子和分母同时除以 K 来确定:

$$Q = \frac{F_0}{P_0} = \left\{ \frac{1 + \left(2 \frac{\Omega}{\Omega_n} \frac{c}{c_c} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \frac{\Omega}{\Omega_n} \frac{c}{c_c} \right)^2} \right\}^{1/2} \quad (2-47)$$

通过将式 (2-45) 代入式 (2-47), 传输率 Q 变为:

$$Q = \left[\frac{1 + (2R_\Omega R_c)^2}{(1 - R_\Omega^2)^2 + (2R_\Omega R_c)^2} \right]^{1/2} \quad (2-48)$$

力传输率 Q 与频率比 R_0 的关系曲线见图 2-17。该曲线与图 2-16 所示的放大曲线非常相似。对于低阻尼的系统来说, 在 $R_0=1$ 的谐振区内, 这两组曲线差不多是相同的。

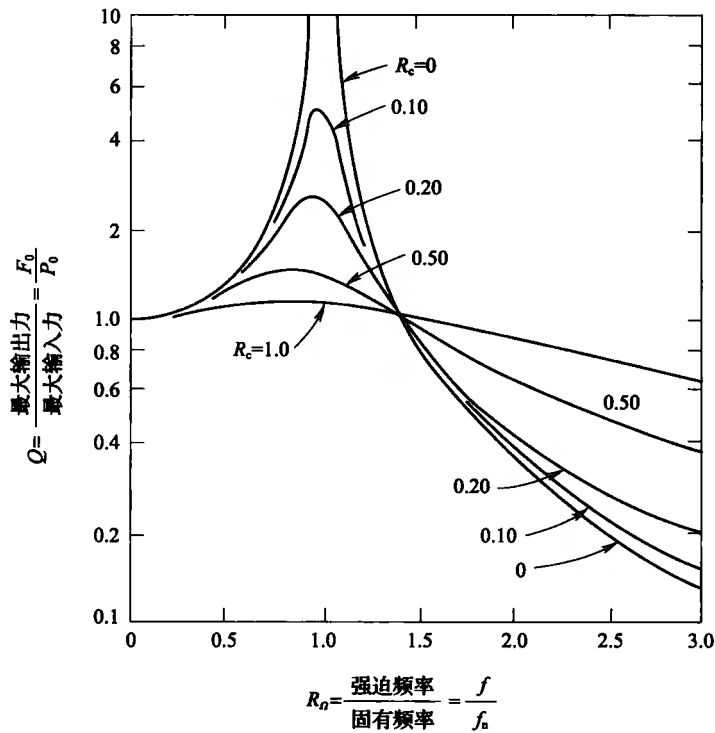


图 2-17 简单系统的传输率曲线

对于阻尼轻微 (R_c^2 小到足以可假定其等于 0) 的系统来说, 传输率表达式可简化为:

$$Q = \frac{1}{1 - R_\Omega^2} \quad (2-49)$$

通过考虑谐振频率处的传输率, 根据式 (2-48) (式中 $R_\Omega=1.0$) 可以获得一个很简单的关系式:

$$Q = \sqrt{\frac{1 + (2R_c)^2}{(2R_c)^2}}$$

对于阻尼轻微的系统, 比值 R_c^2 与分子中的 1 相比是很小的, 因此传输率方程可简化为:

$$Q = \frac{1}{2R_c} \quad (2-50)$$

2.6 传输率作为频率的函数

系统传输率可以写成谐振频率和阻尼的关系式如下：

$$c = \sqrt{\frac{Km}{Q^2 - 1}} \quad (2-51)$$

对于阻尼轻微的系统，式中 $Q > 10$ ，关系式可对传输率近似求解：

$$Q = \frac{(Km)^{1/2}}{c} \quad (2-52)$$

弹簧刚度 K 增大时，谐振频率也增高。这时动态位移和应力降低，使得阻尼值 c 减小，传输率 Q 增大。当质量 m 增大时，谐振频率下降。同时动态位移和应力增大，使得阻尼增大，但传输率减小。

例题：建立谐振频率与动态位移的关系式

印制电路板 (printed circuit board, PCB) 的固有频率是 100Hz，且在电路板中心的传输率为 10。人们希望保持电路板中心的最大动态偏移为 0.20in (单振幅)，以避免装在电路板上的电阻器、电容器和二极管上的电气引线产生过应力。那么对 5G 的峰值正弦振动输入而言，电路板的固有频率应是多少？

解：当印制电路板在其基波谐振方式下振动时，可以将其近似为一个单自由度系统。因此式 (2-23) 可以用于估算 100Hz 谐振频率上的单振幅位移：

$$Y_0 = \frac{9.8G_{in}Q}{f^2}$$

式中： $G_{in} = 5.0G$ (输入加速度峰值)；

$Q = 10$ (谐振处的传输率)；

$f_n = 100\text{Hz}$ (谐振频率)；

$$Y_0 = \frac{9.8 \times (5.0) \times (10)}{(100)^2} = 0.0490\text{in (单振幅)} \quad (2-53)$$

此位移太大了。如果提高谐振频率，位移将如图 2-23 所示很迅速地减小。但是，式 (2-25) 表明，传输率还将随着谐振频率的提高而增大。

在边界约束条件不同的印制电路板上取得的大量试验数据表明，许多电子部件元器件空间紧凑的环氧玻璃纤维电路板，具有可以用下式近似的传输率：

$$Q = (f_n)^{1/2} \quad (2-54)$$

代入式 (2-33)，求解谐振频率：

$$Y_0 = \frac{9.8G_{in}(f_n)^{1/2}}{f_n^2}$$

$$f_n = \left(\frac{9.8G_{in}}{Y_0} \right)^{2/3} \quad (2-55)$$

为在 5G 峰值振动输入下，求得 0.020in 的单振幅位移，必须将电路板的谐振频率提

高到:

$$f_n = \left[\frac{9.8 \times (5.0)}{0.020} \right]^{2/3} = 182 \text{ Hz} \quad (2-56)$$

2.7 无阻尼多弹簧-质量系统

无阻尼多弹簧-质量系统的基本谐振频率, 可通过研究系统的应变能和动能来确定。如果没有能量损失, 则质量的总动能必须等于弹簧的总应变能。

考虑图 2-18 所示的多弹簧-质量系统, 系统的总动能是式 (2-3) 所示的每个质量单独的动能之和:

$$T_{\text{总}} = \frac{1}{2} m_1 Y_1^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} m_2 Y_2^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} m_3 Y_3^2 \Omega^2$$

它也可写成:

$$T_{\text{总}} = \frac{\Omega^2}{2g} \sum_{i=1}^{i=n} W_i Y_i^2 \quad (2-57)$$

系统的总应变能为式 (2-4) 所示的每个弹簧单独的应变能之和:

$$U_{\text{总}} = \frac{1}{2} W_1 Y_1 + \frac{1}{2} W_2 Y_2 + \frac{1}{2} W_3 Y_3$$

它也可写成:

$$U_{\text{总}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} W_i Y_i \quad (2-58)$$

由于总动能必须等于总应变能, 令式 (2-57) 等于式 (2-58), 并对固有频率求解:

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g \sum_{i=1}^{i=n} W_i Y_i}{\sum_{i=1}^{i=n} W_i Y_i^2} \right)^{1/2} \quad (2-59)$$

注意, 上述方程中的偏移为总偏移。例如, 在图 2-18 中, 质量 3 的总偏移必须包括质量 1 和质量 2 的偏移, 而质量 2 的偏移必须包括质量 1 的偏移。而且, 在弹簧 1 上的质量 1 的重力必须包括所有三个重力。

例题: 系统的谐振频率

计算图 2-19 所示的两个弹簧-质量系统的基本谐振频率。

解: 因为质量 2 挂在质量 1 的下面, 质量 1 的静态偏移将受到质量 2 的影响, 因此两个重力都将作用在弹簧上, 则有:

$$Y_1 = \frac{W_1 + W_2}{K_1} = \frac{2 + 4}{1000} = 0.006 \text{ in} \quad (2-60)$$

质量 2 的静态偏移必须包括质量 1 的静态偏移, 因为质量 2 是挂在质量 1 的下面的:

$$Y_2 = Y_1 + \frac{W_2}{K_2} = 0.006 + \frac{4}{3000} = 0.00733 \text{ in} \quad (2-61)$$

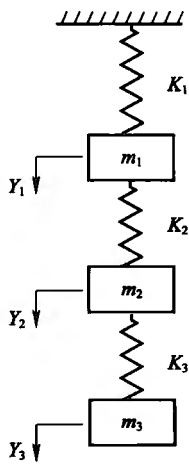


图 2-18 无阻尼多弹簧-质量系统

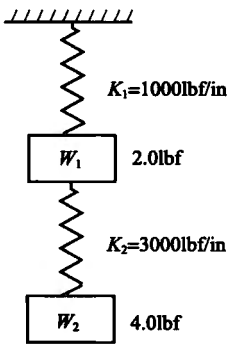


图 2-19 无阻尼二自由度系统

代入式 (2-59) 得:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(W_1 Y_1 + W_2 Y_2) g}{W_1 Y_1^2 + W_2 Y_2^2} \right]^{1/2}$$
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{[2 \times (0.006) + 4 \times (0.00733)] \times (386)}{2 \times (0.006)^2 + 4 \times (0.00733)^2} \right\}^{1/2} = 37.3 \text{ Hz} \quad (2-62)$$

图 2-19 中的重力 1 和重力 2 的静态偏移还可以通过对每个质量的偏差方程的联立求解来确定。系统的自由物体受力图见图 2-20。考虑垂直方向的力:

对于重力 1:

$$\begin{aligned} -K_1 Y_1 + W_1 + K_2 (Y_2 - Y_1) &= 0 \\ -(K_1 + K_2) Y_1 + K_2 Y_2 + W_1 &= 0 \end{aligned} \quad (2-63)$$

对于重力 2:

$$\begin{aligned} -K_2 (Y_2 - Y_1) + W_2 &= 0 \\ -K_2 Y_2 + K_2 Y_1 + W_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2-64)$$

将 K_1 、 K_2 、 W_1 和 W_2 代入式 (2-63) 和式 (2-64) 并求解:

$$\begin{aligned} -4000 Y_1 + 3000 Y_2 + 2 &= 0 \\ \frac{3000 Y_1 - 3000 Y_2 + 4}{-1000 Y_1} &= 0 \\ Y_1 &= \frac{6}{1000} = 0.006 \text{ in} \end{aligned} \quad (2-65)$$

$$Y_2 = \frac{3000 \times (0.006) + 4}{3000} = 0.00733 \text{ in} \quad (2-66)$$

这里的结果与式 (2-60) 和式 (2-61) 所示结果完全相同。

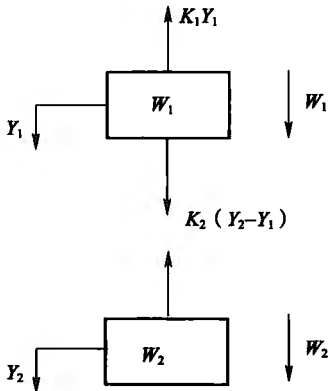


图 2-20 二质量系统的自由物体受力图

第3章 元件引线和焊点的振动疲劳寿命

3.1 引言

有各种各样的类型、尺寸和材料的电子元件可用于有引线和无引线的安装，以及用于通孔安装和表面贴装。这些元件大多数将最终装在印制电路板上，包括从摄像机和洗衣机到电话和航天飞机的每一种电子设备中。有些类型的电子设备将用于具有很安静的环境的、带空调的家庭和办公室。而其他设备将用于具有较高振动和冲击的军用大纲。电子设备是否正在工作，或者在实现什么样的功能，或者设备如何使用并不重要——在所有情况下，买主或用户想的是价廉、可靠，设备的部件易于使用更为重要。它们有时在用有时不用。运气似乎常常在电子产品的质量中起主要作用。运气好的话它们可维持好多年，运气差的话它们只能维持几周。令人满意的话买主会是一个再次光顾的买主。一个优质的产品常常会吸引回头客，即使产品的价钱稍稍高于其他竞争者。

大多数电子线路故障在本质上是机械故障。这些机械故障有许多发生在元件引线和焊点中。多年来大量军用试验和经验已经证明：大约有 80% 的机电故障是由某些类型的热条件引起的，而约 20% 的故障是由某些类型的振动和冲击引起的。本章致力于调查和评价正弦振动，以及它对不同类型的元件和印制电路板（PCB）上的电气引线和焊点的疲劳影响。

3.2 安装在 PCB 上的元件的振动问题

电子元件通常是使用焊料连接到 PCB 上的。可以使用的不同的连接方法包括浸焊、波峰焊和红外、蒸汽箱、烤箱焊，甚至还有手工焊。共熔焊料是 63% 的锡和 37% 的铅的混合物。它具有约 183℃ 的熔解温度。用于通孔器件的波峰焊使用大约 230℃ 的焊接温度，以在带引线的电镀通孔中获得正确的毛细作用。大多数半导体电子元件的额定温度低于 200℃ 左右。而某些类型的电容的额定温度只有 85℃ 的环境温度。当这些元件用波峰焊焊接到 PCB 上时，来自焊料的热量可能从金属引线直接导入硅半导体芯片，导致它们出现故障。解决这一问题的方法常常是抬高元件在 PCB 上的高度。较长的引线会增加热流通道到温度敏感芯片的长度。这就增加了热阻，这样到芯片的温升就降低了。这样，热问题是解决了，但它又引起了下文所述的振动问题。

例题：TO-5 晶体管引线的振动疲劳寿命

TO-5 晶体管装在 0.25in 高的塑料套管上后再装在 PCB 的上面。高安装的目的是要降低波峰焊接操作期间导入三根引线的过多的热量，这种热量会引起晶体管中的电气故障。较长的引线降低了温升，从而解决了热问题。但这样高的晶体管引线能够在高达

2000Hz 的频率上经受 30min 的 4.0G 峰值正弦振动的定频鉴定试验要求而完好吗?

解: 寻找晶体管的响应和引线的疲劳寿命。通过将其看成一个类似于具有端部集中质量的悬臂梁, 利用静态位移固有频率的关系式, 可以获得晶体管的近似的固有频率:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad (\text{见式 (2-10)})$$

式中: $W = 1.0\text{gf}^{\text{①}} = 9.8\text{mN} \div 4.448\text{N} = 0.0022\text{lbf}$ (晶体管重力);

$L = 0.25\text{in}$ (三根引线的长度);

$E = 20 \times 10^6 \text{lbf/in}^2$ (柯伐 (kovar) 合金的弹性模量);

$I = \pi d^4 / 64 = \pi (0.016)^4 / 64 = 3.22 \times 10^{-9} \text{in}^4$ (一根引线的惯性矩) (3-1)

$g = 386 \text{in/s}^2$ (重力加速度)。

因此

$$\delta_{st} = \frac{WL^3}{3EI} = \frac{(0.0022) \times (0.25)^3}{(3) \times (20 \times 10^6) \times (3 \times 3.22 \times 10^{-9})} \quad (\text{见式 (2-11)})$$

$$\delta_{st} = 5.93 \times 10^{-5} \text{in} \quad (\text{三根引线的位移}) \quad (3-2)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{386}{5.93 \times 10^{-5}}} = 406 \text{Hz} \quad (\text{固有频率}) \quad (3-3)$$

作用在晶体管上的动态力根据晶体管的加速度和质量导出。加速度取决于在晶体管的固有频率上预计的传输率。梁形结构传输率的一个较好的近似值约是固有频率平方根的两倍。但因为晶体管是放在一个塑料管的顶部, 在振动期间, 塑料管拍击和碰撞晶体管的底面将会使其预期的传输率降低大约 50%。因此, 这里使用的传输率等于固有频率的平方根。

$$P_d = WG_{in}Q \quad (\text{见式 (2-36)})$$

式中: $W = 0.0022\text{lbf}$ (晶体管重力);

$G_{in} = 4.0\text{G}$ (输入加速度量值);

因此

$$Q = \sqrt{406} = 20 \quad (\text{预计的近似的传输率})。$$

$$P_d = (0.0022) \times (4.0) \times (20) = 0.176\text{lbf} \quad (\text{晶体管上的动态力}) \quad (3-4)$$

三根引线中的动态弯曲应力可以根据下面给出的标准弯曲应力方程导出。当预期要经受数千个应力反转循环时, 必须考虑由于引线的剪断、打磨和刮蹭引起的应力集中。这种应力集中能够用于下述的弯曲应力方程中, 或者能够用于定义柯伐合金引线材料的 $S-N$ 疲劳曲线的斜率。应力集中因子通常只能在上述场合使用一次。在本问题中, 应力集中因子不用于下述的弯曲应力方程。应力集中将用于图 3-1 所示的柯伐合金的 $S-N$ 疲劳曲线。

$$S_b = \frac{Mc}{I} \quad (\text{见式 (2-39)})$$

式中: $M = P_d L = (0.176) \times (0.25) = 0.044\text{lbf} \cdot \text{in}$ (动态弯曲模量); (3-5)

$c = d/2 = 0.016/2 = 0.008\text{in}$ (引线半径);

$I = (3) \times (3.22 \times 10^{-9}) = 9.66 \times 10^{-9} \text{in}^4$ (三根引线的惯性矩) (见式(3-1))

① 1gf (克力) = 9.8mN; 1lbf = 4.448N。——译者注

因此

$$S_b = \frac{(0.044) \times (0.008)}{9.66 \times 10^{-9}} = 36439 \text{ lbf/in}^2 \quad (3-6)$$

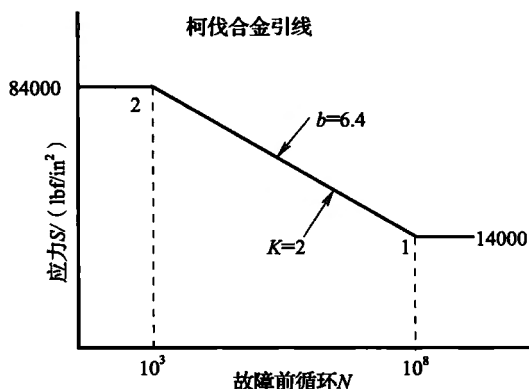


图 3-1 其应力集中因子为 2 的柯伐合金引线的 $S-N$ 双对数疲劳曲线

晶体管柯伐合金引线的预计的疲劳寿命可以根据图 3-1 所示的 $S-N$ 疲劳曲线导出。该曲线是应力 S 和故障前循环数 N 的双对数图。疲劳试验是在许多大体类似的机器采样上进行到故障前为止的试验。结果说明故障数据大量的分散数据。通过这些分散的试验点画出的最佳平均直线代表材料的典型疲劳特性。调整疲劳曲线的斜率，以包括 2.0 的应力集中因子。从而得到 $b=6.4$ 的疲劳指数斜率。在倾斜的直线上的每个点均代表一个故障。示出斜线上的每个点的方程如下：

$$N_1 S_1^b = N_2 S_2^b \quad (3-7)$$

有

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b$$

式中： N_2 = 在 84000 lbf/in^2 (柯伐合金引线的参考点) 下故障前经受 1000 个循环；

$S_2 = 84000 \text{ lbf/in}^2$ (柯伐合金引线的极限抗拉强度 (ultimate tensile strength))；

$S_1 = 36439 \text{ lbf/in}^2$ (引线的弯曲应力)；

$b=6.4$ (应力集中因子为 2 的柯伐合金疲劳曲线的斜率)；

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{84000}{36439} \right)^{6.4} = 2.096 \times 10^5 \text{ (故障前引线循环数)} \quad (3-8)$$

因此

$$\text{引线寿命} = \frac{2.096 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(406 \text{ 循环数/s}) \times (60 \text{ s/min})} = 8.6 \text{ min (故障前)} \quad (3-9)$$

3.3 TO-5 晶体管焊点的振动疲劳寿命

振动力在三根引线中生成倾覆力矩 (overturning moment)，这些力矩在焊点中形成剪切撕裂应力 (shear tearout stress)。这种应力可以根据下面所示的方程导出。对出现故障

的焊点已经进行了金相检查。金相检查显示焊接在引线的外径与电镀通孔的内径之间的某处出现损坏。因此，利用引线直径与电镀通孔直径的平均值来求取焊点的平均值。

$$S_{st} = \frac{M}{hA} \text{ (焊点剪断应力)} \tag{3-10}$$

式中： $M=0.044\text{lbf}\cdot\text{in}$ （见式（3-5））；
 $h=0.062\text{in}$ （假定焊点高度等于 PCB 的厚度）；
 $A=(3)\pi d^2/4=(3)\pi(0.0022)^2/4=0.00114\text{in}^2$ （三个焊点的平均面积）。

因此

$$S_{st} = \frac{0.044}{(0.062) \times (0.00114)} = 622.5\text{lbf/in}^2 \tag{3-10a}$$

焊点的振动疲劳寿命可以根据图 3-2 所示的双对数疲劳曲线，并且利用式（3-7）导出。可以认为发生快速疲劳循环之处是因为振动频率是如此之快，以至于焊点没有机会发生蠕变并消除应力。焊点蠕变在热循环环境下是常见的，在这里应力循环常常非常缓慢。这就使得焊点在高温下发生蠕变，并且消除所生成的任意高应力的绝大部分。注意，如果在焊接操作之后马上使用强迫冷却，将会提高焊点的疲劳寿命。

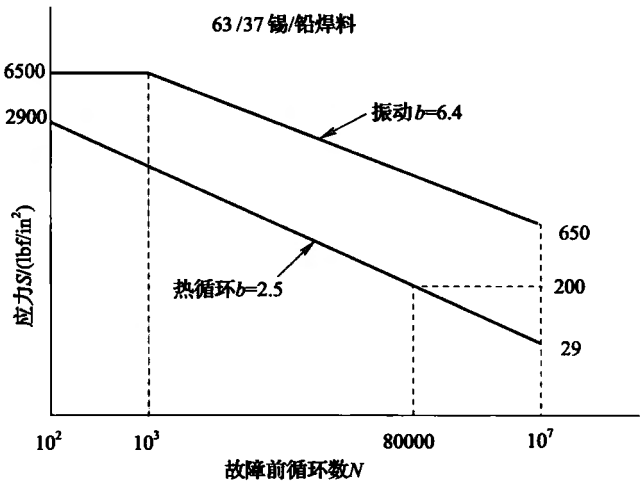


图 3-2 63/37 锡/铅焊料的 S-N 双对数振动和热循环疲劳曲线

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b$$

式中： N_2 ——在应力为 6500lbf/in^2 （柯伐合金振动寿命参考点）下故障前经受 1000 个循环数；
 $S_2=6500\text{lbf/in}^2$ （柯伐合金引线的极限剪切参考点）；
 $S_1=622.5\text{lbf/in}^2$ （见式（3-10a））；
 $b=4.0$ （焊点对于振动快速循环的斜率）。

因此

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{6500}{622.5} \right)^4 = 1.19 \times 10^7 \text{ (故障前焊点循环数)} \tag{3-11}$$

$$\text{焊点寿命} = \frac{1.19 \times 10^7 \text{ (故障前循环数)}}{(406 \text{ 循环数/s}) \times (3600\text{s/h})} = 8.14\text{h (故障前)} \tag{3-12}$$

将式（3-12）的焊点疲劳寿命与式（3-9）的8.6min的引线疲劳寿命相比较表明，引线的振动疲劳寿命比焊点的振动疲劳寿命更为关键。

正弦振动试验使用相同的4.0G峰值输入量值进行，以确定引线的近似的疲劳寿命。试验结果显示引线在振动数分钟之后出现故障。使用35倍放大率的显微镜显示焊点未见裂缝。振动分析和振动试验表明：0.25in高的晶体管引线是关键的。它们将不能经受30min的使用4.0G峰值输入加速度量值的正弦振动鉴定试验。建议采取下面几条提高引线疲劳寿命的更改。

3.4 引线振动问题的建议

①取消0.25in高的套管，同时使晶体管的高度下降到高于PCB的上表面0.060in处。仅仅在波峰焊接操作之前，用热沉夹夹住每根晶体管引线。这样就使热流短路到夹子上，并降低在晶体管中产生的高温。在波峰焊接操作之后，再去掉这种热沉夹。使用这种方法的经验已经很好地降低了热点的温度。缩短了的引线长度将使得晶体管的固有频率高于2000Hz的范围，这样就不会再存在振动问题了。这种装配会增加工作强度，因为要求人工操作来夹上和拿掉热沉夹。它仅仅对于只进行数百个单元的生产操作是有效的，但对于包括上百万个单元的生产操作（如通信和汽车企业）来说，这种装配是不可接受的。

②将0.25in高的套管套到PCB和晶体管管体上以提高组件的刚度。这样可能使得晶体管的固有频率高，最高达到2000Hz的强迫频率范围，这样就不会存在振动问题了。这种安装方式便于自动进行高速批量生产。对于超高速通信和汽车批量生产来说，这样的安装方式仍然是不可接受的，因为它们的计算成本需要降低到0.001美分。

③在波峰焊接操作中，自动化操作使引线微凹，以自动安装晶体管使其高出PCB表面0.25in。焊接之后，再增加一次如RTV类黏性材料被测量的自动操作，以封装三根引线并填充晶体管下面的0.25in空间的大部分。为了大幅增加阻尼并易于将传输率降低超过60%，不必填满晶体管下面的整个区域。这样将降低引线的弯曲应力超过60%，并增加大约50h的引线的疲劳寿命。而仅要求引线的疲劳寿命为30min，额外增加一些时间是考虑到在大多数鉴定试验大纲中常见的初始失败时间。这种安装方式能在稍微增加生产成本的情况下解决振动问题。

3.5 振动期间变压器内采用动态力驱动式的引线

利用铜和铁制成的变压器常常很重。当这些部件装在PCB上暴露于振动环境之下时，在引线和焊点中能产生很高的动态力和应力（dynamic force and stress）。重型部件必须小心地安装、正确地约束和充分地支撑，以防止引线和焊点在严酷的振动和冲击环境下出现故障。变压器通常呈圆柱体或长方体，表面安装的变压器两侧具有伸出的引线，这样它们就能弯成90°以便于与PCB相接触，对于通孔安装来说，典型的采用直线安装，即从部件底面伸出的直线直接装入PCB。

在变压器装到暴露于振动环境中的通孔PCB上的情况下，当PCB的固有频率受到激

励时,在引线和焊点中能够产生很高的加速度力 (acceleration force)。在这些条件下的 PCB 的拱形支架将在引线中产生轴向力和弯曲力。当引线相隔不是太远时,在引线中的弯曲很小,这样在引线中生成的几乎所有的惯性力 (inertia force) 都将以直接拉力的形式输入。

变压器芯线绕组和外部引线通常使用铜线。必须了解铜线的疲劳特性,以求解铜线在振动条件下预计的疲劳寿命的近似值。

例题: 变压器引线中的动态力和疲劳寿命

一个重 0.8lbf 的绕组,有直径为 0.028in 的四根引线,装在 0.062in 厚、固有频率为 225Hz 的插入式 PCB 的中心附近。要求系统在 3.0G 峰值正弦振动环境下工作。求解下列参量:

- ①引线中的动态力;
- ②引线和焊点中的动态应力;
- ③引线和焊点中的疲劳寿命的近似值。

解: 利用固有频率的平方根求解 PCB 的传输率。

①动态力 P_d 可以由下式导出:

$$P_d = WG_{in}Q \quad (\text{见式 (2-36)})$$

式中: $W = 0.80\text{lbf}$ (变压器重力);

$G_{in} = 3.0G$ (峰值正弦输入);

$Q = \sqrt{f_n} = \sqrt{225} = 15$ (估计的 PCB 的传输率)。

因此

$$P_d = (0.80) \times (3.0) \times (15) = 36.0\text{lbf} \quad (3-13)$$

②引线中的动态拉伸应力可以从如下所示的手册中导出:

$$S_w = \frac{P_d}{A_w} \quad (3-14)$$

式中: $P_d = 36.0\text{lbf}$ (如①所述);

$d = 0.028\text{in}$ (铜线直径);

$A_w = \pi d^2/4 = [\pi (0.028)^2/4] \times 4$ (根引线) $= 0.00246\text{in}^2$ (四根铜线的面积)。

因此

$$S_w = \frac{36.0}{0.00246} = 14634\text{lbf/in}^2 \quad (\text{引线拉伸应力}) \quad (3-15)$$

焊点中的剪切应力可以根据式 (3-14) 导出,但有如下所述的小变化。测试数据表明,焊点会在因限于印制通孔之间的某个点出现故障。因此,可以利用引线直径加上印制通孔直径的平均值获得焊点的平均直径。通常使用不带任何焊肩 (solder fillet) 的 PCB 的厚度作为焊点的剪切区域。这是一个保守的估值,因为目视检查显示,对于通孔安装的部件来说,PCB 的上下表面的焊肩高约 0.010in。

$$S_s = \frac{P_d}{A_s} \quad (3-16)$$

式中: $P_d = 36.0\text{lbf}$ (动载荷) (见式 (3-13));

$d = (0.028 + 0.040)/2 = 0.034\text{in}$ (焊点平均直径);

$$A_s = 4 \times (\pi) \times (0.034) \times (0.062) = 0.0265 \text{ in}^2 \text{ (四个焊点的面积)}。$$

因此

$$S_s = \frac{36.0}{0.0265} = 1358 \text{ lbf/in}^2 \text{ (焊点剪切应力)} \quad (3-17)$$

③引线疲劳寿命的近似值可以根据图 3-3 所示的双对数 $S-N$ 疲劳曲线导出。该曲线包括考虑了通常在部件引线中看到的切口、擦伤和刮痕的数值为 2.0 的应力集中因子。利用这种疲劳损伤关系，以求取生成一个疲劳故障所需要的应力循环数，以及预期的疲劳寿命。

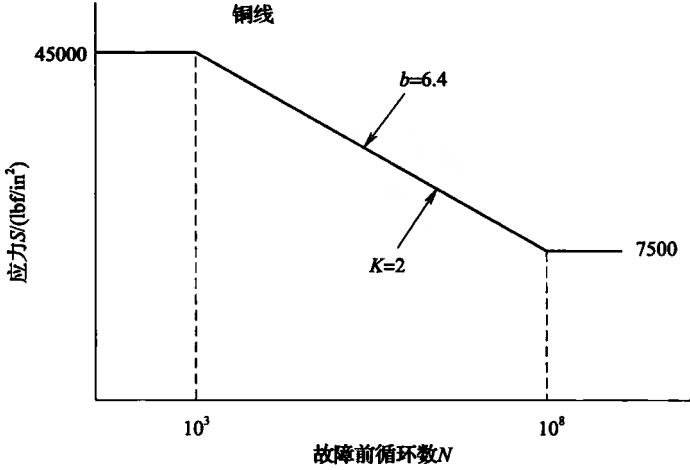


图 3-3 应力集中因子为 2.0 的铜线的双对数 $S-N$ 疲劳曲线

$$N_1 S_1^b = N_2 S_2^b \text{ (见式 (3-7))}$$

式中: N_2 = 在 45000 lbf/in^2 (铜的参考点) 下故障前经受 1000 个循环数;

$S_2 = 45000 \text{ lbf/in}^2$ (应力参考点);

$b = 6.4$ (应力集中因子 $K=2$ 的铜引线的疲劳曲线的参考斜率);

$S_1 = 14634 \text{ lbf/in}^2$ (引线应力) (见式 (3-15))。

因此

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{45000}{14634} \right)^{6.4} = 1.33 \times 10^6 \text{ (故障前引线循环数)} \quad (3-18)$$

$$\text{引线寿命} = \frac{1.33 \times 10^6 \text{ (故障前循环数)}}{(225 \text{ 循环数/s}) \times (3600 \text{ s/h})} = 1.64 \text{ h} \quad (3-19)$$

焊点疲劳寿命的近似值可以根据图 3-2 中示出的双对数劳曲线导出。这里未考虑焊点蠕变是因为应力循环非常快，这样焊点就没有机会释放任何内部应力。使用疲劳损伤方程式 (3-7)，来求取故障前的应力循环数，以及预期的疲劳寿命。

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b$$

式中: N_2 = 在 6500 lbf/in^2 (焊点参考点) 下故障前经受 1000 个循环;

$S_2 = 6500 \text{ lbf/in}^2$ (引线参考点);

$S_1 = 1358 \text{ lbf/in}^2$ (见式 (3-17));

$b=4.0$ (焊点对于振动疲劳曲线的斜率)。

因此

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{6500}{1358} \right)^4 = 5.25 \times 10^5 \text{ (故障前焊点循环数)} \quad (3-20)$$

$$\text{焊点寿命} = \frac{5.25 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(225 \text{ 循环数/s}) \times (3600 \text{ s/h})} = 0.65 \text{ h} \quad (3-21)$$

将式(3-19)(引线寿命)与式(3-21)(焊点寿命)相比较表明,在此情况下,焊点寿命比引线寿命更为关键。

3.6 PCB 和元件产生的引线应变之间的相对位移

当它们的固有频率受到激励时,插入式 PCB 在高振动和冲击环境下能够生成大的动态位移。这常常会在 PCB 与安装在 PCB 上的任何大的电子部件之间形成大的相对位移。而大的部件本体可能比支撑该部件的 PCB 更重也更硬。当该部件贴在一个以通孔或表面安装形式排列的带有许多引线的 PCB 上时,在 PCB 与该部件之间的相对位移,在图 3-4 所示的引线中能够生成相当大的应变。当 PCB 弯曲远离该部件本体时,焊接到 PCB 上的引线将与 PCB 继续处于成直角的状态。这些引线也将与部件本体继续处于成直角的状态。这些运动将在引线中产生轴向力和弯曲力矩。当部件本体的长度小于 PCB 的长度时,引线中的轴向力将远远大于引线中的弯曲力矩。这样,弯曲力矩就可以忽略不计而不会引起大的误差。

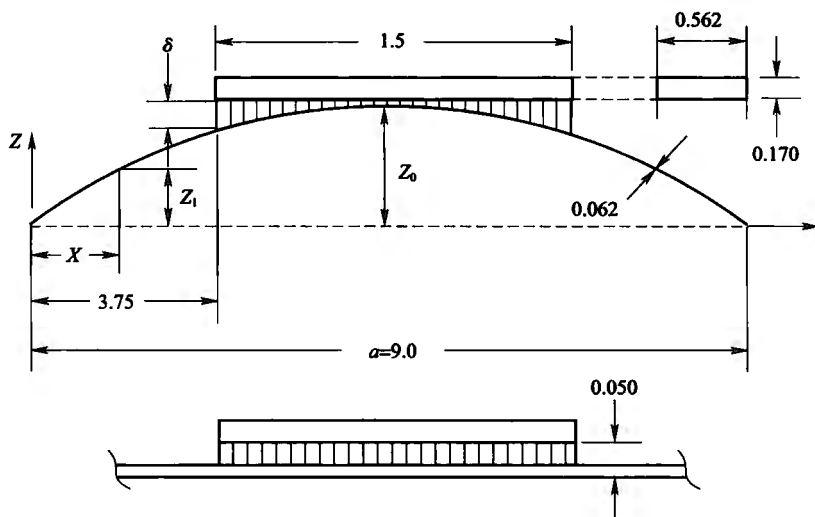


图 3-4 电路板受激谐振时部件引线中产生的应变

有限元分析方法(FEM)表明,长的部件本体的弯曲将远远大于引线的拉伸。还有,当如双列直插式封装(DIP)类部件本体很重,并且带有许多相当硬的引线时,PCB在该部件的局部区域内也将变硬。这将趋向于减小该部件与PCB之间的相对位移。在后文的分析中将只考虑部件本体的弯曲和引线的拉伸。如果仅考虑人工计算,PCB曲率的变化太过复杂。上述近似算法能在明显地缩短计算时间的情况下,仍能给出一个合理而保守的结

果, 并且能够用于估算疲劳寿命。

三角形表达式能够用于描述任何一点的 PCB 的位移。部件与 PCB 之间的相对位移 (δ) 将是部件本体的弯曲偏移与引线拉伸偏移之和。本分析中所考虑的部件是在其 0.050in 的中心带有柯伐引线的陶瓷混合体 (ceramic hybrid)。对于检查每根引线中的力来说, 它变得非常复杂, 因此假定只有四根末端引线承载由相对位移引起的动态负载。

本书第 8 章中将有一节涉及求解, 在基于部件类型、PCB 几何形状和预期的环境下, 为获得 10^7 个正弦振动循环的疲劳寿命, 所希望的 PCB 的最低固有频率。该信息的基础是带有不同类型部件的许多不同类型 PCB 的试验结果。所使用的数据利用有限元分析方法交叉核查了许多分析结果。下面的例题将说明我们是如何利用近似的人工计算方法, 从所希望的 PCB 的最低固有频率方程开始, 建立引线 and 焊点中的近似的疲劳寿命的。

例题: PCB 位移对可靠性的多种影响

具有直径为 0.025in 的柯伐引线的 1.5in 长的陶瓷混合体, 是通孔安装在高于上表面 0.050in 的一个厚度为 0.062in 的环氧玻璃纤维 PCB 插件中心的, 且与边缘平行距离为 9.0in, 如图 3-4 所示。要求 PCB 工作在 5.0G 峰值振动环境下。通过假定在部件的每边只有四根引线承载动态负载进行简化分析, 求解如下:

- ① 10^7 个循环的疲劳寿命所希望的 PCB 的最低固有频率;
- ② 预期在 PCB 与部件之间的相对动态位移;
- ③ 引线 and 焊点中的动态力和应力;
- ④ 引线 and 焊点中预计的近似的疲劳寿命;
- ⑤ 陶瓷部件本体中的弯曲应力。

解: ① 希望的 PCB 的最低固有频率方程显示如下:

$$f_d = \left(\frac{9.8 G_{in} C h r \sqrt{L}}{0.00022 B} \right)^{2/3} \quad (\text{见式 (8-13)})$$

式中: $G_{in} = 5.0G$ (峰值正弦振动);

$C = 1.26$ (部件类型混有从底面伸出的插针);

$h = 0.062\text{in}$ (PCB 的厚度);

$r = 1.0$ (在 PCB 中心部件的相对位置因子);

$L = 1.5\text{in}$ (部件的长度);

$B = 9.0\text{in}$ (平行于部件长度的 PCB 长度)。

因此

$$f_d = \left(\frac{(9.8) \times (5.0) \times (1.26) \times (0.062) \times (1.0) \times \sqrt{1.5}}{0.00022 \times (9.0)} \right)^{2/3} = 177\text{Hz} \quad (3-22)$$

② 部件与 PCB 之间的相对位移之差 (δ) 可以根据动态位移方程, 即式 (3-23) 所示的三角表达式来求解:

$$Z_1 = Z_0 \sin \frac{\pi x}{a} \text{ 和 } \delta = Z_0 - Z_1 \quad (3-23)$$

有

$$\delta = Z_0 \left(1 - \sin \frac{\pi x}{a} \right) \quad (3-24)$$

式中: $G_{in}=5.0G$ (峰值正弦振动);

$f_n=177\text{Hz}$ (达到 10^7 个循环疲劳寿命的固有频率);

$Q=\sqrt{f_n}=\sqrt{177}=13.3$ (预计的 PCB 的传输率的近似值);

$$Z_0=9.8G_{in}Q/(f_n)^2=(9.8)\times(5.0)\times(13.3)/(177)^2=0.02080\text{in} \quad (3-25)$$

$x=3.75\text{in}$ (到部件边缘的距离);

$a=9.0\text{in}$ (PCB 的长度)。

因此

$$\delta=(0.02080)\times\left(1-\sin\frac{\pi\times(3.75)}{9.0}\right)=0.00071\text{in} \quad (3-26)$$

式 (3-26) 表示 PCB 与部件边缘之间的偏移, 该式还表示部件的弯曲偏移以及假定承载动态力的四根引线的拉伸偏移。

③这里没有足够的信息可供求取引线和焊点中的力和应力。因此必须寻找附加的信息。有两个未知量——部件的偏移和引线的偏移——因此必须产生两个方程以求解该问题。第一个方程假定: 部件中的力必须与引线中的力相同。第二个方程假定: 两个偏移之和必须等于 0.00071in 。首先将部件本体的偏移 (Z_c) 假定为一个带有由四根引线产生的端载荷的悬臂梁。

$$Z_c=\frac{P_c L_c^3}{3E_c I_c}$$

因此

$$P_c=\frac{3E_c I_c Z_c}{L_c^3} \quad (3-27)$$

式中: $E_c=40\times 10^6\text{lb/in}^2$ (陶瓷部件弹性模量);

$$I_c=bh^3/12=(0.562)\times(0.170)^3/12=2.301\times 10^{-4};$$

$L_c=0.75\text{in}$ (部件全长的一半)。

因此

$$P_c=\frac{(3)\times(40\times 10^6)\times(2.301\times 10^{-4})}{(0.75)^3}Z_c=6.545\times 10^4 Z_c \quad (3-28)$$

假定只有纯拉力, 求取 4 根引线的轴向偏移 (Z_w):

$$Z_w=\frac{P_w L_w}{(4\text{根引线})A_w E_w}$$

因此

$$P_w=\frac{4A_w E_w Z_w}{L_w} \quad (3-29)$$

式中: $d_w=0.025\text{in}$ (引线直径);

$$A_w=\pi(d_w)^2/4=\pi(0.025)^2/4=0.000491\text{in}^2 \text{ (一根引线的面积);}$$

$E_w=20\times 10^6\text{lb/in}^2$ (柯伐引线弹性模量);

$L_w=0.050+2\times(0.025)+2\times(0.025)=0.150\text{in}$ (等效长度包括进入部件的两根引线直径和进入 PCB 的两根引线直径)。

因此

$$P_w = \frac{4 \times (0.000491) \times (20 \times 10^6) Z_w}{0.150} = 2.618 \times 10^5 Z_w \quad (3-30)$$

对于平衡条件来说, 部件中的弯曲力必须等于四根引线中的轴向力, 因此式 (3-28) 必须等于式 (3-30)。

$$6.545 \times 10^4 Z_c = 2.618 \times 10^5 Z_w$$

于是

$$Z_c = 4.00 Z_w \quad (3-31)$$

部件与 PCB 之间的相对位移 (δ) 将等于部件的弯曲位移和四根引线的轴向位移。

$$\delta = Z_c + Z_w \quad (3-32)$$

式中: $\delta = 0.00071 \text{ in}$ (见式 (3-26));

$Z_c = 4.00 Z_w$ (见式 (3-31));

则有

$$0.00071 = 4.00 Z_w + Z_w = 5.00 Z_w$$

$$Z_w = 1.420 \times 10^{-4} \text{ (预计的引线位移)} \quad (3-33)$$

一根引线中的动态合力可以由考虑一根引线的式 (3-29) 求得。这个力将与作用在引线焊点上的力相同。

$$P_w = \frac{A_w E_w Z_w}{L_w} = \frac{(0.000491) \times (20 \times 10^6) \times (1.420 \times 10^{-4})}{0.15} = 9.296 \text{ lbf} \quad (3-34)$$

④引线中的预计的动态拉伸应力可以求取如下:

$$S_w = \frac{P_w}{A_w} = \frac{9.296}{0.000491} = 18933 \text{ lbf/in}^2 \quad (3-35)$$

利用下面示出的信息, 柯伐引线的预计的疲劳寿命的近似值, 可以由式 (3-7) 和图 3-1 所示的柯伐疲劳曲线导出:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b$$

式中: N_2 = 在 84000 lbf/in^2 参考点下经受的 1000 个应力循环数;

$S_2 = 84000 \text{ lbf/in}^2$ (参考点);

$S_1 = 18933 \text{ lbf/in}^2$ (见式 (3-10));

$b = 6.4$ (考虑了在引线中切口、擦伤和刮痕的数值为 2.0 的应力集中因子的疲劳曲线的斜率)。

因此

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{84000}{18933} \right)^{6.4} = 13.83 \times 10^6 \text{ (故障前引线循环数)} \quad (3-36)$$

该数值接近于利用式 (8-13) 求取 PCB 的固有频率时, 通常在正弦振动环境下预期的部件的 10^7 个循环的疲劳寿命。对于正弦振动谐振定频试验条件, 其近似的引线疲劳寿命可以按如下所示求得:

$$\text{寿命} = \frac{13.83 \times 10^6 \text{ (故障前循环数)}}{(177 \text{ 循环数/s}) \times (3600 \text{ s/h})} = 21.7 \text{ h (故障前小时数)} \quad (3-37)$$

预计的焊点中的动态剪切应力可以利用下列信息获得:

$$S_s = \frac{P_s}{\pi dh} = \frac{P_s}{A_s}$$

式中: $P_s = 9.296\text{ lbf}$ (同式 (3-34));

$d = (0.025 + 0.040)/2 = 0.325\text{ in}$ (焊点的平均直径);

$h = 0.062 + 2 \times (0.015) = 0.092\text{ in}$ (包括焊肩在内的焊点高度);

$A_s = \pi dh = \pi (0.0325) \times (0.092) = 0.00939\text{ in}^2$ (焊点的剪切面积)。

因此

$$S_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{9.296}{0.00939} = 990\text{ lbf/in}^2 \quad (3-38)$$

焊点的近似的疲劳寿命可以利用式 (3-7) 和图 3-2 所示的焊点疲劳曲线的振动部分获取, 并利用下列数据:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b$$

式中: N_2 = 在 6500 lbf/in^2 (参考点) 下故障前经受 1000 个循环;

$S_2 = 6500\text{ lbf/in}^2$ (应力参考点);

$S_1 = 990\text{ lbf/in}^2$ (焊点中的剪切应力);

$b = 4.0$ (焊点对于振动疲劳曲线的斜率)。

因此

$$N_1 = (1000) \times \left(\frac{6500}{990} \right)^{4.0} = 1.86 \times 10^6 \text{ (故障前焊点循环数)} \quad (3-39)$$

在正弦振动条件下, 焊点在故障前的近似连接时间如下:

$$\text{寿命} = \frac{1.86 \times 10^6 \text{ (故障前循环数)}}{(177 \text{ 循环数/s}) \times (3600\text{ s/h})} = 2.92\text{ h (故障前小时数)} \quad (3-40)$$

在这种几何形状和应用条件下, 焊点寿命比引线寿命更为关键。

⑤陶瓷混合体中的弯曲应力可以根据标准弯曲应力方程求取, 利用下列信息:

$$S_b = \frac{Mc}{I}$$

式中: $P = 9.296\text{ lbf}$ (一根引线中的负载, 但有四根引线支撑负载) (见式 (3-34));

$L = 0.75\text{ in}$ (部件长度的一半);

$M = PL = 4 \times (9.296) \times (0.75) = 27.88\text{ lbf} \cdot \text{in}$;

$c = d/2 = 0.17/2 = 0.085\text{ in}$ (部件厚度的一半);

$I = 2.301 \times 10^{-4}\text{ in}^4$ (惯性矩) (见式 (3-28))。

因此

$$S_b = \frac{(27.88) \times (0.085)}{2.301 \times 10^{-4}} = 10300\text{ lbf/in}^2 \quad (3-41)$$

陶瓷具有 250000 lbf/in^2 压缩强度, 而仅有 $25000 \sim 30000\text{ lbf/in}^2$ 的拉伸强度, 因此陶瓷部件本体看起来有一个好的安全因子。

第4章 电子部件的梁结构

4.1 匀质梁的固有频率

匀质梁的固有频率通常可通过考虑振动梁的应变能和动能来确定。可以有几种不同的方法来表示这些参量。有些方法是近似的，有些方法是精确的。精确的方法通常需要做更多的工作，而近似方法用于工程求解常常是令人满意的，所以后面的章节将给予更多的考虑。

在精确方法和近似方法中，边界条件都是很重要的。对于近似方法来说，如果几何边界条件得到满足导出的固有频率方程对于基本谐振频率而言通常是十分精确的。几何边界条件只包括倾角和偏移。但是，用来描述振动梁的偏移曲线的类型来满足这些边界条件。

据以确定固有频率方程的、设定振动系统的偏移曲线的方法，首先建议采用此法的是罗德·瑞利（Lord Rayleigh）法，故后来称其之为瑞利（Rayleigh）法。就边界条件而言，如果生成的偏移曲线是精确的曲线，那么频率方程也将是精确的。

可以利用三角函数来描述示于图4-1中的简单支撑梁的偏移曲线。考虑偏移方程：

$$Y = Y_0 \sin \frac{\pi X}{L} \quad (4-1)$$

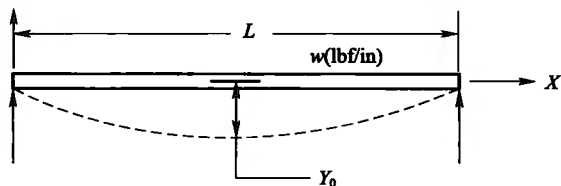


图4-1 简单支撑梁的偏移曲线

该曲线满足倾角和偏移的几何边界条件如下：

偏移： $X=0, Y=0$

$X=L, Y=0$

$X=L/2, Y=Y_0$

倾角：

如果

则

$$\theta = \frac{dY}{dX} = \frac{\pi}{L} Y_0 \cos \frac{\pi X}{L}$$

$$X=0, \theta = \frac{\pi}{L} Y_0$$

$$X=L, \theta = -\frac{\pi}{L} Y_0$$

$$X = \frac{L}{2}, \theta = 0$$

应变能可以由一般弯矩方程求得:

$$EI \frac{d^2 Y}{dX^2} = M \quad (4-2)$$

因为

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 Y}{dX^2} \right)^2 dX \quad (4-3)$$

由式(4-1)得:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dX} &= \frac{\pi}{L} Y_0 \cos \frac{\pi X}{L} \\ \frac{d^2 Y}{dX^2} &= -\frac{\pi^2}{L^2} Y_0 \sin \frac{\pi X}{L} \\ \left(\frac{d^2 Y}{dX^2} \right)^2 &= \frac{\pi^4}{L^4} Y_0^2 \sin^2 \frac{\pi X}{L} \end{aligned} \quad (4-4)$$

将式(4-4)代入式(4-3)求解梁应变能:

$$\begin{aligned} U &= \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\pi^4}{L^4} Y_0^2 \sin^2 \frac{\pi X}{L} \right) dX \\ U &= \frac{EI \pi^4 Y_0^2}{2L^4} \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{EI \pi^4 Y_0^2}{4L^3} \end{aligned} \quad (4-5)$$

振动梁的动能将有如下形式:

$$\begin{aligned} T &= \frac{w \Omega^2}{2g} \int_0^L Y_0^2 \sin^2 \frac{\pi X}{L} dX \\ T &= \frac{w \Omega^2 Y_0^2}{2g} \left(\frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (4-6)$$

在谐振时, 动能等于应变能, 即式(4-6)等于式(4-5):

$$\begin{aligned} \frac{EI \pi^4 Y_0^2}{4L^3} &= \frac{w \Omega^2 Y_0^2 L}{4g} \\ \Omega^2 &= \frac{\pi^4 EI g}{w L^4} \\ f_n &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{EI g}{w L^4} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (4-7)$$

这就是导出的精确的频率方程, 因为在式(4-1)中采用了精确的偏差曲线。

还可以利用多项式来描述图4-2所示的简单支撑梁的偏移曲线。考虑偏移

方程:

$$Y = Y_0 \left(1 - \frac{X^2}{a^2} \right) \quad (4-8)$$

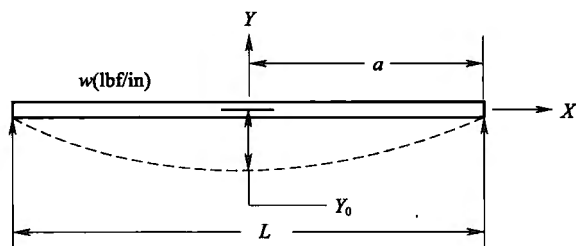


图 4-2 Y 轴在中间的简单支撑梁

该曲线满足倾角和偏移的几何边界条件如下:

偏移:

$$\begin{aligned} X=0, Y &= Y_0 \\ X=a, Y &= 0 \\ X=-a, Y &= 0 \end{aligned}$$

倾角:

$$\theta = \frac{dY}{dX} = \frac{2Y_0 X}{a^2}$$

则

$$\begin{aligned} X=0, \theta &= 0 \\ X=a, \theta &= -\frac{2Y_0}{a} \\ X=-a, \theta &= \frac{2Y_0}{a} \end{aligned}$$

由式 (4-8) 得

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dX} &= -\frac{2Y_0 X}{a^2} \\ \frac{d^2 Y}{dX^2} &= -\frac{2Y_0}{a^2} \\ \left(\frac{d^2 Y}{dX^2} \right)^2 &= \frac{4Y_0^2}{a^4} \end{aligned} \quad (4-9)$$

为求解应变能, 将式 (4-9) 代入式 (4-3), 有:

$$\begin{aligned} U &= \frac{EI}{2} \int_0^a \frac{4Y_0^2}{a^4} dX \\ U &= \frac{2EIY_0^2}{a^4} (a) = \frac{2EIY_0^2}{a^3} \end{aligned} \quad (4-10)$$

可以利用式 (4-8) 求得动能如下:

$$T = \frac{w \Omega^2 Y_0^2}{2g} \int_0^a \left(1 - \frac{2X^4}{a^2} + \frac{X^4}{a^4} \right) dX$$

$$T = \frac{w\Omega^2 Y_0^2 a}{2g} \left(\frac{8}{15} \right) \quad (4-11)$$

在谐振时，动能必须等于应变能，即式(4-11)必须等于式(4-10)：

$$\frac{2EIY_0^2}{a^3} = \frac{4w\Omega^2 Y_0^2 a}{15g}$$

$$\Omega^2 = \frac{EIg}{wa^4} \left(\frac{15}{2} \right)$$

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{2.74}{2\pi} \left(\frac{EIg}{wa^4} \right)^{1/2}$$

因为 $a = L/2$,

$$f_n = \frac{10.96}{2\pi} \left(\frac{EIg}{wL^4} \right)^{1/2} \quad (4-12)$$

将这些结果与精确频率方程式(4-7)的结果进行比较，说明多项式导出的频率结果大约高11.1%。实际上，瑞利法导出的频率值总是要大于真实值，除非使用精确的偏移曲线。

例题：梁的固有频率

求图4-3所示的铝制梁和钢制梁的近似谐振频率。

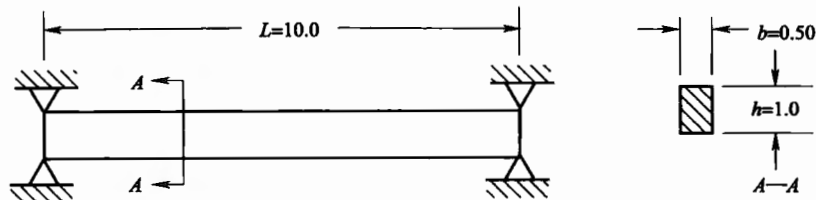


图4-3 有简单支撑端的匀质梁

解：如果梁是铝制的：

$E = 10.5 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (弹性模量)；

$b = 0.50 \text{ in}$ (梁宽)；

$h = 1.0 \text{ in}$ (梁厚)；

$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(0.50) \times (1.0)^3}{12} = 0.0417 \text{ in}^4$ (惯性矩)；

$g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度)；

$L = 10.0 \text{ in}$ (长)；

$\rho = 0.10 \text{ lbf/in}^3$ (铝单位体积的重量)；

$W = b h L \rho = (0.50) \times (1.0) \times (10.0) \times (0.10) = 0.50 \text{ lbf}$ (梁重量)；

$w = W/L = 0.50/10.0 = 0.05 \text{ lbf/in}$ (单位长度的梁重量)。

代入式(4-12)：

$$f_n = \frac{10.96}{2\pi} \times \left(\frac{(10.5 \times 10^6) \times (0.0417) \times (386)}{(0.05) \times (10.0)^4} \right)^{1/2}$$

$$f_n = 1013 \text{ Hz} \quad (4-13)$$

再假定梁是钢制的:

$E = 29 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (弹性模量);

$\rho = 0.283 \text{ lbf/in}^3$ (单位体积的重量);

$W = (0.50) \times (1.0) \times (10.0) \times (0.283) = 1.415 \text{ lbf}$ (重量);

$w = W/L = 1.415/10.0 = 0.1415 \text{ lbf/in}$ (单位长度的梁重量);

代入式 (4-12) 有:

$$f_n = \frac{10.96}{2\pi} \left[\frac{(29 \times 10^6) \times (0.0417) \times (386)}{(0.141) \times (10.0)^4} \right]^{1/2}$$

$$f_n = 1005 \text{ Hz} \quad (4-14)$$

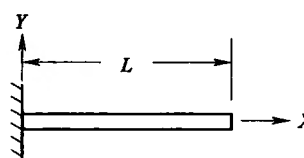
比较式 (4-13) 和式 (4-14), 钢梁的固有频率与铝梁的固有频率差不多是相同的, 尽管钢梁的重量差不多是铝梁的三倍。更仔细地检查固有频率方程表明其取决于弹簧模量与密度之比。这两个因素可用于对图 4-3 所示的梁进行检查, 考虑几种不同的材料:

$$\left. \begin{array}{l} \text{镁: } \frac{E}{\rho} = \frac{6.5 \times 10^6}{0.065} = 100 \times 10^6 \text{ in} \\ \text{铝: } \frac{E}{\rho} = \frac{10.5 \times 10^6}{0.10} = 105 \times 10^6 \text{ in} \\ \text{钢: } \frac{E}{\rho} = \frac{29.0 \times 10^6}{0.283} = 102 \times 10^6 \text{ in} \\ \text{铍: } \frac{E}{\rho} = \frac{42.0 \times 10^6}{0.068} = 619 \times 10^6 \text{ in} \end{array} \right\} \quad (4-15)$$

固有频率方程能够变化的仅有弹性模量和密度两项。检查上述各比值表明: 镁、铝和钢制梁的固有频率大体相同, 而铍制梁会具有高得多的固有频率。

瑞利法可用于确定具有不同边界条件的梁的基本谐振频率。只要倾角和偏移的几何边界条件得到满足, 瑞利法还可以用于三角表达式或多项表达式。图 4-4 示出了不同边界条件下的一些典型偏差, 以及导出的固有频率方程。具有不同边缘状态的梁的谐振频率见图 4-5。

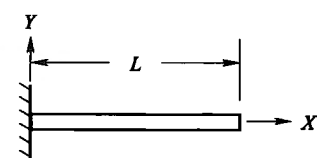
三角式



$$Y = Y_0 \left(1 - \cos \frac{\pi X}{2L} \right)$$

$$f_n = \frac{3.66}{2\pi} \left(\frac{EIg}{wL^4} \right)^{1/2}$$

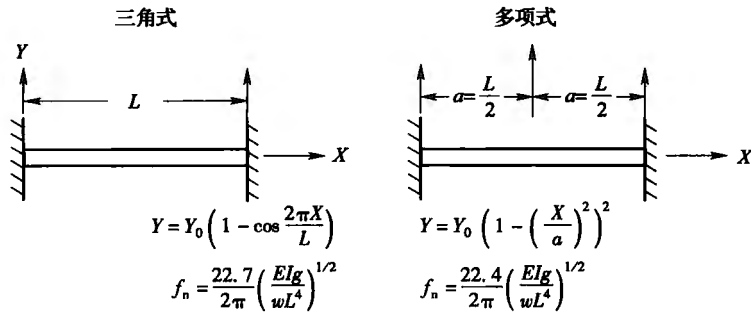
多项式



$$Y = Y_0 \left(\frac{X}{L} \right)^2$$

$$f_n = \frac{4.77}{2\pi} \left(\frac{EIg}{wL^4} \right)^{1/2}$$

(a) 情况 1: 悬臂梁——匀质载荷



(b) 情况2：两端固定梁——匀质载荷

图4-4 位移曲线和固有频率方程

$f_n = C \sqrt{\frac{EI_g}{wL^4}}$ (式中C为模态常数)					
梁的类型	模式1	模式2	模式3	模式4	模式5
悬臂	C=0.56	C=3.51	C=9.82	C=19.2	C=31.8
简单支撑 端或铰接—铰接	C=1.57	C=6.28	C=14.1	C=25.2	C=39.4
两端固定	C=3.56	C=9.82	C=19.2	C=31.8	C=47.5
自由—自由	C=3.56	C=9.82	C=19.2	C=31.8	C=47.5
固定—铰接	C=2.45	C=7.95	C=16.6	C=28.4	C=43.3
铰接—自由	C=2.45	C=7.95	C=16.6	C=28.4	C=43.3

图4-5 各种匀质梁的谐振频率

4.2 非均匀横截面

在狭窄区域内的电子设备必须利用每一立方英寸的空间。即使存在很小的空余空间，通常也是处在难以达到的区域内。因此必须常常进行结构改进，以容纳每次再设计后看起来变得更大的设备。而这些工作通常又会要求开槽、加固或移动主要的承载构件。其最终结果是不得不在支撑电子设备的机箱或结构的横截面上沿其长度方向开槽和切口。

为了确定这类结构的谐振频率，必须考虑非均匀横截面的影响。如果必须考虑许多不同的横截面，大多数分析方法可能变得很冗长而且耗费时间。但是可以在损失某些精度和减少工作量之间进行某种权衡。这种权衡包括对具有与非匀质结构大致相同的刚度的匀质结构进行等效惯性矩的计算。在许多情况下，固有频率计算方面的精度损失为5%~10%，但可以节省相当大的工作量。

考虑一个分成两段的两个不同横截面的悬臂梁（见图4-6）。卡斯蒂利亚诺（Castigliano）应变能理论可以用于确定悬臂梁自由端受力时的偏移。通常偏移方程是：

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_1^2 M_1 \frac{\partial M_1}{\partial P} dX$$

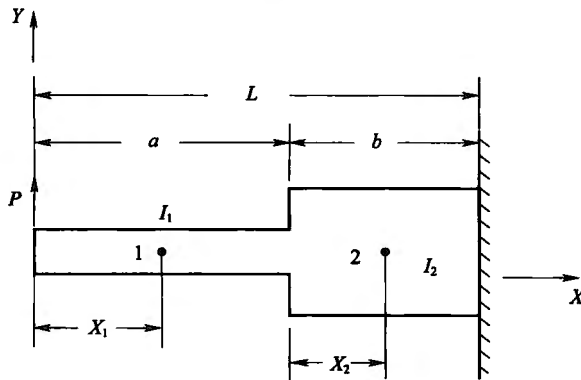


图4-6 有两个不同横截面的悬臂梁

图4-6所示的台阶梁的偏移为：

$$\delta = \frac{1}{EI_1} \int_0^a M_1 \frac{\partial M_1}{\partial P} dX_1 + \frac{1}{EI_2} \int_0^b M_2 \frac{\partial M_2}{\partial P} dX_2 \quad (4-16)$$

在点1的弯矩为：

$$M_1 = PX_1$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial P} = X_1$$

在点2的弯矩为：

$$M_2 = P(a + X_2)$$

① 原文无 M_1 ，应加上。——译者注

$$\frac{\partial M_2}{\partial P} = a + X_2$$

代入式 (4-16), 有:

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{P}{EI_1} \int_0^a X_1^2 dX_1 + \frac{P}{EI_2} \int_0^b (a^2 + 2aX_2 + X_2^2) dX_2 \\ \delta &= \frac{Pa^3}{3EI_1} + \frac{P}{EI_2} \left(a^2b + ab^2 + \frac{b^3}{3} \right)\end{aligned}\quad (4-17)$$

令

$$a = b = L/2 \quad (4-18)$$

$$\delta = \frac{PL^3}{24} \left(\frac{1}{EI_1} + \frac{7}{EI_2} \right) \quad (4-19)$$

在其端点有集中载荷的匀质悬臂梁的偏移可以根据任意结构手册求得:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI_{av}} \quad (4-20)$$

在上式中使用了平均惯性矩 I_{av} , 因此该平均惯性矩可以通过令式 (4-19) 和式 (4-20) 中的偏移相等来确定, 即:

$$\frac{PL^3}{3EI_{av}} = \frac{PL^3}{24} \left(\frac{1}{EI_1} + \frac{7}{EI_2} \right)$$

求解平均惯性矩, 有:

$$I_{av} = \frac{8I_1I_2}{7I_1 + I_2} \quad (4-21)$$

可以就两个不同的惯性矩确定图 4-6 所示的二阶梁的平均惯性矩。令:

$$I_1 = 2\text{in}^4 \text{ 和 } I_2 = 4\text{in}^4 \quad (4-22)$$

将式 (4-22) 代入式 (4-21), 有:

$$I_{av} = \frac{8 \times (2) \times (4)}{7 \times (2) + 4} = 3.55\text{in}^4 \quad (4-23)$$

现在再来看看, 有没有一些别的方法可以用来确定平均惯性矩, 以便给出类似于式 (4-23) 的结果, 而又无须做太多的工作。假设惯性矩是图 4-6 中所示的台阶梁的每个截面长度的函数:

$$I'_{av} = \frac{aI_1 + bI_2}{a + b} \quad (4-24)$$

将式 (4-18) 和式 (4-22) 代入式 (4-24), 有:

$$I'_{av} = \frac{(L/2) \times (2) + (L/2) \times (4)}{(L/2) + (L/2)} = 3.0\text{in}^4 \quad (4-25)$$

比较式 (4-25) 与式 (4-23) 表明: 式 (4-24) 中所示的近似求平均的方法仅比真实值低 15.5% 左右。因为固有频率是随惯性矩的方根变化的, 固有频率的误差实际上仅低 8.1% 左右。

还可以检查一些其他尺寸比。例如, 考虑比例:

$$a = 2b$$

则

$$a = \frac{2L}{3} \text{ 和 } b = \frac{L}{3} \quad (4-26)$$

代入式（4-26）和式（4-17），有：

$$\delta = \frac{PL^3}{81E} \left(\frac{19I_1 + 8I_2}{I_1 I_2} \right) \quad (4-27)$$

为给出与有集中载荷的匀质悬臂梁相同的偏移，令式（4-27）等于式（4-20）有：

$$\frac{PL^3}{3EI_{av}} = \frac{PL^3}{81E} \left(\frac{19I_1 + 8I_2}{I_1 I_2} \right)$$

$$I_{av} = 27 \left(\frac{I_1 I_2}{19I_1 + 8I_2} \right)$$

将式（4-22）代入上式，有：

$$I_{av} = 27 \times \left(\frac{8}{38 + 32} \right) = 3.08 \text{ in}^4 \quad (4-28)$$

这就是平均惯性矩的正确值。

用式（4-24）所示方法计算近似平均值。这可以用式（4-26）和式（4-22）计算如下：

$$I'_{av} = \frac{(2L/3) \times (2) + (L/3) \times (4)}{(2L/3) + (L/3)} = 2.66 \text{ in}^4 \quad (4-29)$$

比较式（4-29）和式（4-28）表明：由式（4-24）所示的近似平均法大约只比真实值低 13.6% 左右。

第二种方法是将所求的平均惯性矩看成是图 4-6 所示的台阶梁的每个截面长度的函数。假设如下：

$$I''_{av} = \frac{\frac{a+b}{a} + \frac{b}{I_2}}{\frac{a}{I_1} + \frac{b}{I_2}} \quad (4-30)$$

将式（4-18）和式（4-22）代入式（4-30），有：

$$I''_{av} = \frac{\frac{\frac{L}{2} + \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} + \frac{\frac{L}{2}}{\frac{L}{4}}}{\frac{L/2}{2} + \frac{L/2}{4}} = 2.66 \text{ in}^4 \quad (4-31)$$

将该值与式（4-23）所示的 3.55 in^4 的准确值相比较表明：式（4-30）所示近似求平均法的计算结果，比当 $a=b$ 时的真实值大约低 25%，谐振频率约低 13.4%。

当 $a=2b$ （如式（4-26）和式（4-22）所示），式（4-30）变为：

$$I''_{av} = \frac{\frac{\frac{2L}{3} + \frac{L}{3}}{\frac{2L}{3}} + \frac{\frac{L}{3}}{\frac{L}{4}}}{\frac{2L/3}{2} + \frac{L/3}{4}} = 2.40 \text{ in}^4 \quad (4-32)$$

将该值与式（4-28）所示的 3.08 in^4 的准确值相比较表明：式（4-30）所示近似求平均法的计算结果，比当 $a=2b$ 时的真实值大约低 22%，谐振频率约低 11.7%。

当然，还有许多其他方法可以用于确定台阶梁的平均惯性矩。通常希望选用一种保守的，即所求得的惯性矩稍低于真实值的方法。这样做可使所算得的固有频率稍低于真实

值。之所以建议这样做是因为大多数电子结构都有许多螺接和铆接接点，而这些接点将趋向于降低结构刚度，因而也会降低固有频率。

例题：带有非均匀截面箱体的固有频率

一电子箱两端有安装凸缘，其横截面沿长度方向有四个不同的惯性矩（见图4-7）。如果

$$I_a = 3.5 \text{ in}^4, I_b = 2.5 \text{ in}^4, I_c = 4.2 \text{ in}^4, I_d = 5.5 \text{ in}^4$$

要求确定垂向（沿Y轴方向）振动时的近似谐振频率。

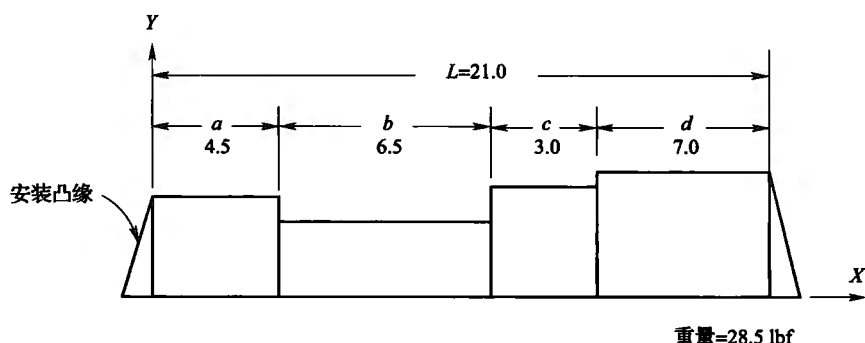


图4-7 有四个不同横截面的电子箱

解：利用一个类似于式（4-24）和式（4-30）的等式，可以确定等效匀质梁的近似平均惯性矩。首先利用式（4-2），我们有：

$$I'_{av} = \frac{aI_a + bI_b + cI_c + dI_d}{a + b + c + d} \quad (4-33)$$

$$I'_{av} = \frac{(4.5) \times (3.5) + (6.5) \times (2.5) + (3.0) \times (4.2) + (7.0) \times (5.5)}{4.5 + 6.5 + 3.0 + 7.0} = 3.96 \text{ in}^4$$

近似将该机箱看成一个匀质简单支撑梁，其固有频率为（见式（4-7））：

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{EI'_{av}}{WL^3} \right)^{1/2} \quad (4-34)$$

式中： $E = 10.5 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ （铝弹性模量）；

$I = I'_{av} = 3.96 \text{ in}^4$ （惯性矩）；

$g = 386 \text{ in/s}^2$ （重力加速度）；

$W = wL = 28.5 \text{ lbf}$ （重量）；

$L = 21.0 \text{ in}$ （长度）。

于是我们有：

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{(10.5 \times 10^6) \times (3.96) \times (386)}{(28.5) \times (21.0)^3} \right)^{1/2} = 387 \text{ Hz} \quad (4-35)$$

如果对有关几个结构要素（它们是一铆接组件的组成部分）的完整性存有疑问，并且担心在此组件中存在某种相对运动的话，或许应降低电子箱的刚度，因而也应相应地降低固有频率。故可利用近似求平均惯性矩的方法（我们已经知道这种方法所求得平均惯性

矩较小), 可以求得固有频率的保守的近似值。在这些情况下也许可希望使用一个类似于式 (4-30) 的表达式:

$$I_{av}'' = \frac{a+b+c+d}{\frac{a}{I_a} + \frac{b}{I_b} + \frac{c}{I_c} + \frac{d}{I_d}} \quad (4-36)$$

$$I_{av}''' = \frac{4.5+6.5+3.0+7.0}{\frac{4.5}{3.5} + \frac{6.5}{2.5} + \frac{3.0}{4.2} + \frac{7.0}{5.5}} = 3.57 \text{ in}^4$$

将该值代入式 (4-34), 有:

$$f_n = 370 \text{ Hz} \quad (4-37)$$

对于这个特定的电子箱来说, 用于确定近似平均惯性矩的两种不同的方法所求得的谐振频率并没有多大的差异。

4.3 复合梁

在电子箱中常常使用复合层压结构, 以满足电气、热和振动要求。有时印制电路板装在靠近金属壁板的地方, 这就使电路板上裸露的金属引线有可能在振动时接触此壁板。可能出现的短路, 也许会损坏电子设备。为防止出现这种情况, 可以在此壁板上胶结一层 0.005in 厚的环氧玻璃纤维板。环氧玻璃纤维又硬又有韧性, 并且可以抵御振动时许多尖锐点的撞击。当然, 该壁板也就变成了一种复合层压结构。

印制电路板常常使用铝制或铜制金属板层压结构以导出热量。在某些情况下, 薄铜板被胶结到电路板上, 而诸如电阻器、二极管、扁平封装器件和晶体管一类电子元器件又被胶结到这些薄铜板上, 而它们的电气引线则被焊接到印制电路板上。

将铝板层压到印制电路板上是为了导出热量。在某些情况下, 元器件直接装在有許多通孔的铝板上, 这些通孔可使电气引线焊接到铝板背面的电路板上。在其他情况下, 元器件可以装在只有 0.005in 厚的电路板上。这样, 热量就将直接流过环氧玻璃纤维电路板 (电路板温度会适当升高), 并且通过铝板导出。

有时必须为电子部件如陀螺 (gyro) 提供热隔离, 因为必须使这类器件保持恒定的温度, 以提供所需要的精度。精确控制的热系统可以用于使陀螺在一个很宽的外在温度范围内保持恒定温度。因为大多数结构件都是金属制成的, 是热的良导体, 隔热系统通常由层压到塑料或陶瓷上的金属制品组成。在电子箱结构中经常采用的两种通用材料是铝和环氧玻璃纤维。这些材料的复合梁的固有频率可以通过综合考虑这两种材料的物理特性来确定。

考虑一个沿其长度方向有均匀载荷分布的简单支撑层压梁 (见图 4-8) 的情况, 如果铝材和环氧玻璃纤维是并列层压的 (如图 4-9 的截面图所示), 则可利用一种材料的有效梁去求算其固有频率。

环氧玻璃纤维的厚度可以减小, 以使其刚度可与铝梁等效, 因而可使用 EI 的刚度因子。下标 a 和 e 分别表示铝和环氧材料。

$$E_a I_a = E_e I_e$$

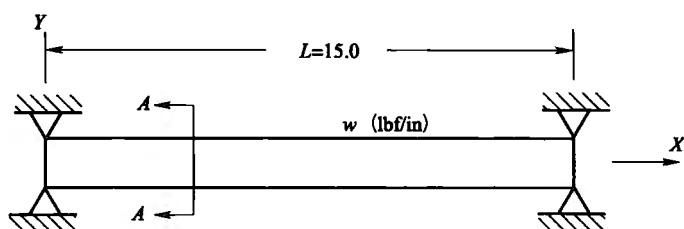


图 4-8 简单支撑层压梁

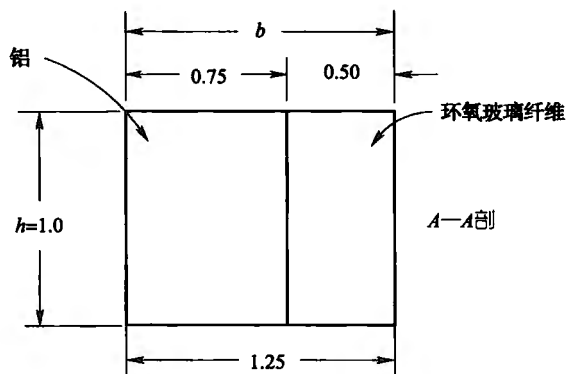


图 4-9 层压梁的横截面

$$\frac{E_a B_a h_a^3}{12} = \frac{E_e b_e h_e^3}{12}$$

因为铝截面的高度 h_a 与环氧截面的高度 h_e 相同，二者抵消。等效于环氧截面的铝板厚度为：

$$b_a = b_e \frac{E_e}{E_a} \quad (4-38)$$

式中： b_a = 等效于环氧材料的铝材厚度 (in)；

$b_e = 0.50$ in (环氧材料厚度)；

$E_e = 2.0 \times 10^6$ lbf/in² (环氧玻璃纤维弹性模量)；

$E_a = 10.5 \times 10^6$ lbf/in² (铝弹性模量)。

因此

$$b_a = (0.50) \times \left(\frac{2.0 \times 10^6}{10.5 \times 10^6} \right) = 0.0952 \text{ in} \quad (4-39)$$

现在，可以通过把上述增量加到铝截面的厚度的办法来确定硬铝的等效厚度：

$$b_{eq} = 0.75 + 0.0952 = 0.8452 \text{ in (铝等效原度)}$$

这种梁的固有频率可以根据匀质梁的方程确定如下：

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{EI_g}{WL^3} \right)^{1/2} \quad (\text{见式 (4-7)})$$

式中： $E = 10.5 \times 10^6$ lbf/in² (铝弹性模量)；

$$I = \frac{b_{eq} h^3}{12} = \frac{(0.8452) \times (1.0)^3}{12} = 0.0704 \text{ in}^4;$$

$g = 386\text{in/s}^2$ （重力加速度）；
 $L = 15.0\text{in}$ （长度）；
 $W_a = (15) \times (1.0) \times (0.75) \times (0.10\text{lbf/in}^3) = 1.125\text{lbf}$ （铝重量）；
 $W_e = (15) \times (1.0) \times (0.50) \times (0.065\text{lbf/in}^3) = 0.487\text{lbf}$ （环氧材料重量）；
 $W =$ 梁的总重力 $= 1.125 + 0.487 = 1.612\text{lbf}$ 。

因此

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(10.5 \times 10^6) \times (0.0704) \times (386)}{(1.612) \times (15.0)^3} \right]^{1/2} = 360\text{Hz} \tag{4-40}$$

如果铝和环氧层压结构在图 4-10 的截面图的垂直方向上被叠加在一起，则可对两种材料计算复合惯性矩。铝和环氧玻璃纤维的横截面面积相同，用于保持同样的重力。

针对梁的刚度因子 EI ，为简化复合惯性矩的计算，可以制成表 4-1。

表 4-1 复合惯性矩的计算

截面	面积 A	E_0	AE	Y	AEY
环氧材料	0.50	2×10^6	1.00×10^6	0.80	0.80×10^6
铝	0.751	0.5×10^6	7.87×10^6	0.30	2.36×10^6
总计			8.87×10^6		3.16×10^6

$$\bar{Y} = \frac{\sum AEY}{\sum AE} = \frac{3.16 \times 10^6}{8.87 \times 10^6} = 0.356\text{in} \text{（矩心）}$$

见表 4-2，复合梁的刚度因子是：

$$EI = \sum AEc^2 + \sum E_0 I_0 = 0.220 \times 10^6 + 0.249 \times 10^6 = 0.469 \times 10^6 \text{lbf} \cdot \text{in}^2 \tag{4-41}$$

表 4-2 复合梁的刚度因子计算

截面	c	c^2	AEc^2	I_0	$E_0 I_0$
环氧材料	0.444	0.196	0.196×10^6	0.0066	0.0132×10^6
铝	0.056	0.0031	0.024×10^6	0.0225	0.2360×10^6
总计			0.220×10^6		0.2492×10^6

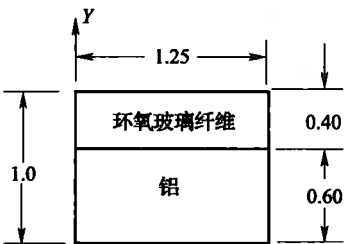


图 4-10 层压结构梁的横截面

将其代入式（4-7）求固有频率：

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(0.469 \times 10^6) \times (386)}{(1.612) \times (15.0)^3} \right]^{1/2} = 286\text{Hz} \tag{4-42}$$

式（4-38）也可以用于图 4-10 中的复合横截面。结果将是只包括一种材料 T 形截

面。铝截面的等效厚度为：

$$b_a = 1.25 \times \left(\frac{2.0 \times 10^6}{10.5 \times 10^6} \right) = 0.238 \text{ in}$$

其结果以铝 T 形截面示于图 4-11 中。

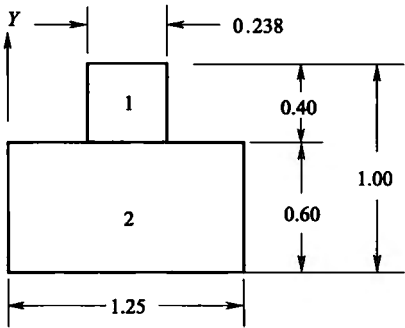


图 4-11 用于模拟层压结构梁的 T 形截面

为简化横截面惯性矩的计算，可以制成表 4-3。

表 4-3 截面惯性矩的计算

项目	面积 A	Y	AY	c	c^2	Ac^2	I_0
1	0.095	0.80	0.076	0.444	0.196	0.0186	0.00127
2	0.750	0.30	0.225	0.056	0.0031	0.0023	0.02250
总计	0.845		0.301			0.0209	0.02377

$$\bar{Y} = \frac{\sum AY}{\sum A} = \frac{0.301}{0.845} = 0.356 \text{ in (矩心)}$$

$$I = \sum Ac^2 + \sum I_0 = 0.0209 + 0.02377 = 0.04467 \text{ in}^4$$

梁的刚度因子变为：

$$EI = 10.5 \times 10^6 \times (0.04467) = 0.469 \times 10^6 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2 \quad (4-43)$$

比较式 (4-43) 与式 (4-41) 表明，两种方法所求得的梁的刚度因子是完全相同的。

如果铝和环氧层压结构在如图 4-12 的截面图中，以类似于夹心饼式的三层结构叠制在一起，则梁的刚度因子 EI 可以更容易地算出。铝和环氧玻璃纤维的截面面积相同用于保持同样的重量。

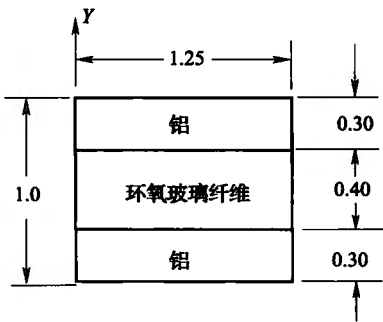


图 4-12 有三层层压结构梁的横截面

对铝截面:

$$E_a I_a = 10.5 \times 10^6 \times \left(\frac{1.25}{12} \right) \times [(1.0)^3 - (0.40)^3] = 1.025 \times 10^6 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2$$

对环氧玻璃纤维截面:

$$E_e I_e = 2.0 \times 10^6 \times \left(\frac{1.25}{12} \right) \times (0.40)^3 = 0.0133 \times 10^6 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2$$

复合梁的刚度因子是:

$$EI = E_a I_a + E_e I_e = 1.025 \times 10^6 + 0.0133 \times 10^6 = 1.0383 \times 10^6 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2 \quad (4-44)$$

利用式 (4-7) 确定三层结构截面复合梁的固有频率:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(1.0383 \times 10^6) \times (386)}{(1.612) \times (15.0)^3} \right]^{1/2} = 425 \text{ Hz} \quad (4-45)$$

本节所述复合梁必须是胶合在一起的, 以消除铝和环氧玻璃纤维之间界面上的相对运动。如果采用螺接接点, 通常会产生相对运动, 而这将会降低刚度和固有频率。这就使人们采用许多大的螺栓去防止两个构件在高频和高 G 力作用下的相对运动。

第5章 排架、框架和圆弧状元件引线

5.1 装在电路板上的电子元件

对电子箱的要求是在其所占有的不大的空间内提供更多的功能，其工作重点放在缩小电子元件的尺寸上。固态电子元件（如集成电路）的开发急剧地缩小了器件的物理尺寸，并有可能在相同的体积内包括更多的功能。但是，即使是很小的电子元件也必须予以安装，以便根据环境提供适当的热交换、可达性和结构完整性。

因为在大多数飞机、航天器（spacecraft）、潜艇，甚至汽车中的空间都很有限，所以电子设备必须利用许多不同类型的结构进行支撑，而这些结构要能够同系统的几何形状相适配。而且，许多电子元件的物理尺寸和形状也使它们本身就可以像结构件一样进行分析。

例如，考虑通过它们的电气引线装在印制电路板上的某些典型电子元件（如集成电路、电阻器、电容器和二极管等）。在电子工业中这是很常见的事情，因为其生产成本低廉且易于维修。这些元器件通常利用浸焊、波峰焊甚至手工焊接到印制电路板上。印制电路板通常具有沿边缘导向的插入式结构，以使其易于同连接器接合。在这些条件下，通常可将印制电路板的边缘看成是简单支撑。

典型安装与图5-1所示相似。振动期间，在垂直于印制电路板板面的轴向上，加速度力将使电路板产生偏移。由于电路板前后弯曲，将电子元件固定到电路板上的电气引线中会产生弯曲应力（见图5-2）。

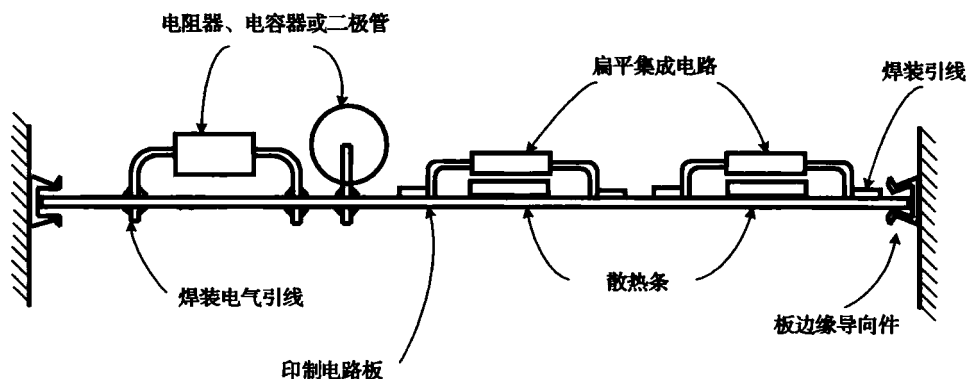


图5-1 装在印制电路板上的电子元件

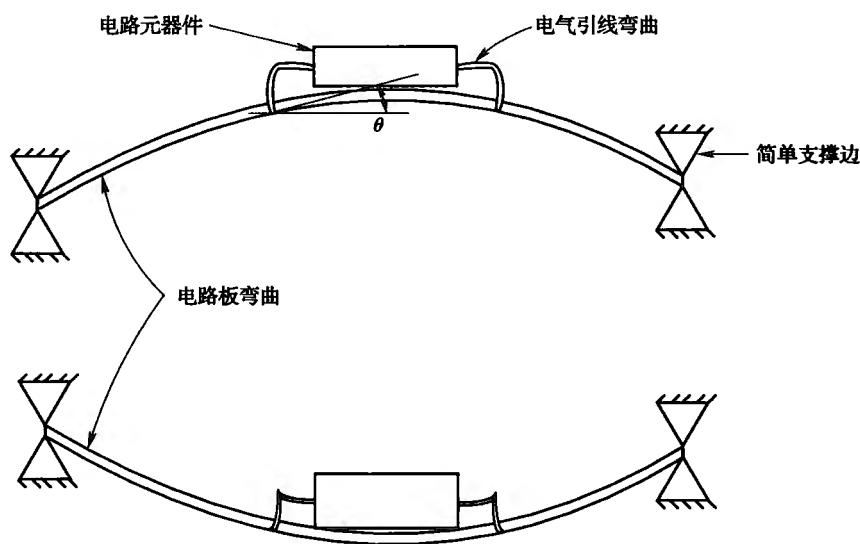


图 5-2 电路板振动时元器件引线中的弯曲

电子元件可以用许多不同的方法安装在印制电路板上。这些元器件经受严格振动环境的能力取决于许多不同的因素，如器件尺寸、电路板的谐振频率、加速度（ G ）力、器件安装方法，以及消除电气引线中的应变类型、器件安装位置，以及振动环境的持续时间等。

严酷振动环境中的大多数器件故障都是由于焊点开裂、密封破坏或电气引线断开引起的。这些故障通常都是由于电子元件本体和电气引线与印制电路板之间的相对运动所产生的动态应力引起的。这种相对运动在谐振条件下通常是最为严酷的，而这种谐振条件有可能出现在电子元件或印制电路板之中。

当将器件本身看作质量而将电气引线看作弹簧时，在器件中就可能出现谐振。当器件本体与印制电路板相接触时，这些谐振通常是不太严重的，因为这种接触将会急剧地减小器件的相对运动。如果产生了这种谐振，一种简易的做法就是将元器件捆到或粘到电路板上。

如果在电路板中出现谐振，大的位移能使电气引线前后弯曲，如同电路板上下振动一样（见图 5-2）。如果应力足够地高，而且疲劳循环数足够地多，则在焊点和电气引线中会出现疲劳故障。

对于装在印制电路板中心部位的元器件来说，将会遇到最为严酷的应力条件。对于矩形电路板来说，最严酷的条件将发生在元器件本体平行于电路板短边时。当电路板谐振时，用线绳捆绑在电路板上的电子元件，通常将会由于器件本体和电路板之间的相对运动，而在器件本体的中心部位产生轻微的影响。因此，粘到电路板上的器件本体或捆在电路板上的器件两端将会大大改善焊点和电气引线中的疲劳寿命。

在印制电路板上十分频繁地采用敷形涂覆（conformal coating），用以防止湿气对电路的浸蚀。尽管大多数敷形涂覆都非常薄（厚度为 0.0005 ~ 0.010in），还是可将它们看成是一种胶结材料。因此，它们也会改善电子元件的疲劳寿命。

印制电路板的谐振会在电子元件引线中引起高的弯曲应力。电路板每次弯曲都会使电气引线弯曲，因为引线通常是焊接到电路板上的。较大的电路板偏移，会在引线中产生较大的

弯曲。如果器件本体是粘到电路板上的，则电路板和器件之间的相对运动将会明显减小。

通过研究电子元件的几何条件、电路板的固有频率和加速度（G）力，可以确定器件引线中的应力。例如，考虑电阻器、电容器、二极管和扁平封装电路一类器件的几何结构，发现它们的电气引线要比其大的器件本体小得多。因此在电路板和器件之间，几乎全部相对偏移均发生在电气引线中。如果忽略器件本体，而只研究电气引线的偏移，所产生的误差将是很小的。

当电气引线焊接到电路板上时，它们的相对倾角将不会随电路板的上下振动而改变。引线将始终与电路板保持垂直。而且因为器件本体比引线要硬得多，每一条电气引线在器件本体的引出点处，也将始终与器件本体保持垂直。因此，随着振动时电路板的前后弯曲，电气引线也会弯曲，如图5-2所示。如果只考虑电气引线，则它们将接近以下章节所述的各种框架和排架的形态。

5.2 有侧向载荷和铰接端的排架

考虑有铰接端点且有一个集中载荷作用在其侧向的排架。其偏移可以分解为两个部分。第一部分只考虑垂直边AB和CD的弯曲，而在水平边BC没有弯曲。第二部分只考虑水平边BC的弯曲，而两个垂直边没有弯曲。当水平边弯曲时，其角位移使垂直边通过纯转动产生附加位移（见图5-3）。

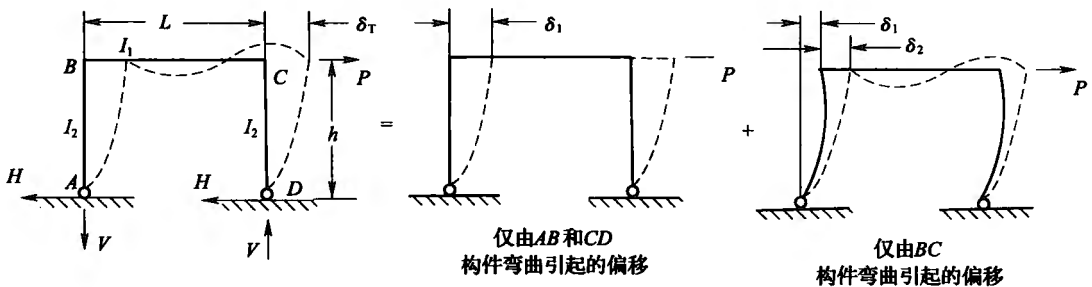


图5-3 有侧向载荷和铰接端的排架

垂直边AB如图5-4所示。考虑水平方向的力：

$$H = P/2 \quad (5-1)$$

考虑绕点B的力矩：

$$M_B = Hh = Ph/2 \quad (5-2)$$

考虑将边AB看成是一个有集中端部载荷的悬臂梁，则：

$$\delta_1 = \frac{Hh^3}{3EI_2} = \frac{Ph^3}{6EI_2} \quad (5-3)$$

水平边BC见图5-5。角位移为：

$$\theta_1 = \frac{M_B L}{3EI_1} \quad \text{和} \quad \theta_2 = \frac{M_C L}{6EI_1} \quad (5-4)$$

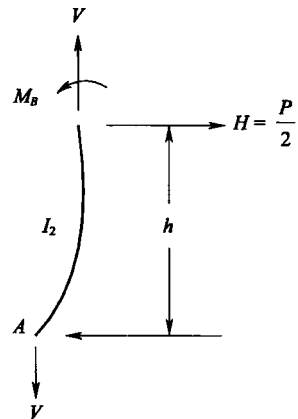


图5-4 垂直边自由物体受力图

$$\theta_B = \theta_1 - \theta_2 \quad (5-5)$$

将式 (5-4) 代入式 (5-5)，并注意到由于对称 $M_B = M_C$ ：

$$\theta_B = \frac{M_B L}{6EI_1} \quad (5-6)$$

将式 (5-2) 代入式 (5-6)，有：

$$\theta_B = \frac{PhL}{12EI_1} \quad (5-7)$$

由图 5-3 和图 5-5 所示的水平边的弯曲将引起的垂直边转过角 θ_B ，则：

$$\delta_2 = h\theta_B = \frac{Ph^2L}{12EI_1} \quad (5-8)$$

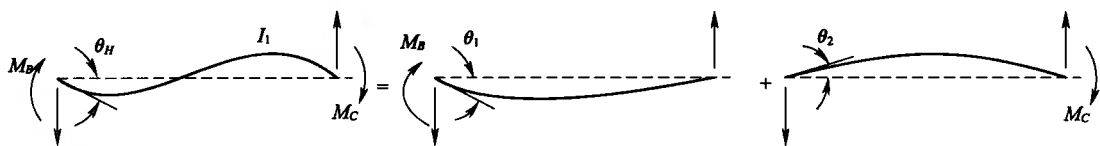


图 5-5 水平边自由物体受力图

则排架的总偏移将是 δ_1 和 δ_2 之和：

$$\delta_T = \delta_1 + \delta_2 = \frac{Ph^3}{6EI_2} + \frac{Ph^2L}{12EI_1}$$

令 $K = hI_1/LI_2$ ，有：

$$\delta_T = \frac{Ph^3}{6EI_2} \left(1 + \frac{1}{2K} \right) \quad (5-9)$$

5.3 应变能——有铰接端的排架

卡斯蒂利亚诺应变能理论（以下简称卡氏理论），可以用于确定矩形排架中的载荷、力矩的偏移。该理论说明：应变能相对于外加力的偏导数，将在该力的方向上给出由该力产生的偏移。

通过考虑拉伸和压缩、弯曲、扭转和剪切，通常可以计算出系统中的总应变能。分别考虑上述每一项如下。

①拉伸和压缩：

$$U_t = \int_a^b \frac{P^2 dX}{2EA} \quad (5-10)$$

②弯曲：

$$U_b = \int_a^b \frac{M^2 dX}{2EI} \quad (5-11)$$

③扭转：

$$U_T = \int_a^b \frac{T^2 dX}{2GJ} \quad (5-12)$$

④剪切：

$$U_s = \int_a^b \frac{V^2 dX}{2GA} \quad (5-13)$$

例如，有铰接端点和集中侧向载荷的矩形排架的侧向位移，可以通过只考虑弯曲应变能来确定。

考虑图 5-6 所示的矩形排架。弯曲偏移要大于所有其他偏移，如拉伸、压缩、扭转和剪切偏移，因此只需考虑弯曲，除非梁非常短（其长度小于其厚度的三倍）。如果应力处于弹性极限范围内，而且偏移也很小，则由于忽略其他偏移原因引起的误差也很小。

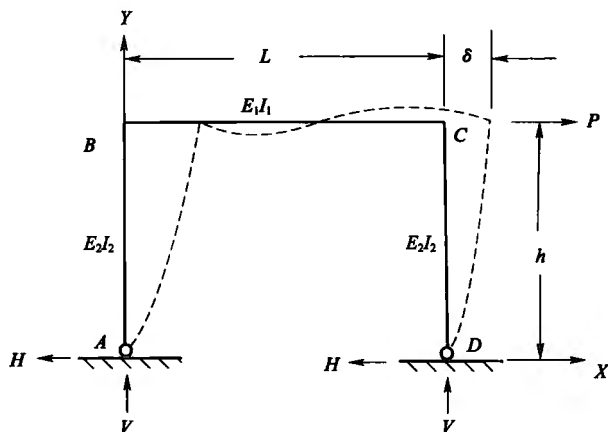


图 5-6 有侧向载荷和铰接端的排架

必须考虑两个垂直边和一个水平边的应变能。因为排架是对称的，所以只需考虑半个系统（见图 5-7）。

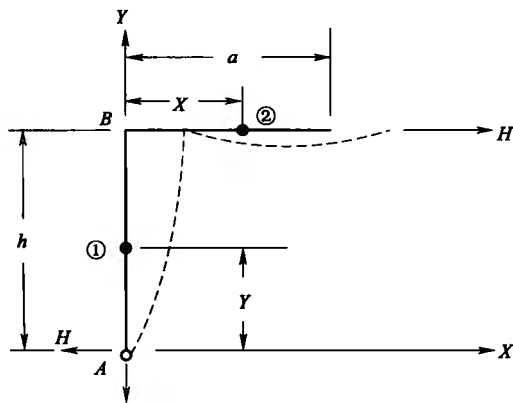


图 5-7 有侧向载荷和铰接端的半个排架

弯曲应变能为：

$$U_b = \int_a^b \frac{M^2 dX}{2EI}$$

利用卡氏理论求取偏移，我们有：

$$\delta = \frac{\partial U_b}{\partial P} = \int_a^b \frac{2M}{2EI} \frac{\partial M}{\partial P} dX = \frac{1}{EI} \int_a^b M \frac{\partial M}{\partial P} dX \quad (5-14)$$

利用图 5-7 所示的 X 轴和 Y 轴, 水平边在点①处的弯矩是:

$$M_1 = HY \quad (5-15)$$

考虑在 X 方向的所有受力:

$$H = P/2 \quad (5-16)$$

代入式 (5-15), 有:

$$M_1 = PY/2 \quad (5-17)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial P} = \frac{Y}{2} \quad (5-18)$$

利用图 5-7 所示的 X 轴和 Y 轴, 水平边在点②处的弯矩是:

$$M_2 = Hh - VX \quad (5-19)$$

力 V 可以通过取图 5-6 中绕点 A 的力矩确定:

$$\begin{aligned} Ph &= VL \\ V &= Ph/L \end{aligned} \quad (5-20)$$

将式 (5-16) 和式 (5-20) 代入式 (5-19), 有:

$$M_2 = \frac{Ph}{2} - \frac{Ph}{L}X = P\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{L}X\right) \quad (5-21)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial P} = \frac{h}{2} - \frac{h}{L}X \quad (5-22)$$

考虑图 5-7 所示的两个垂直边和两个半节水平边中的应变能, 可以将偏移方程式 (5-14) 写成 (注意 $E_1 = E_2 = E$):

$$\delta = \frac{2}{EI_2} \int_0^h M_1 \frac{\partial M_1}{\partial P} dY + \frac{2}{EI_1} \int_0^a M_2 \frac{\partial M_2}{\partial P} dX$$

将式 (5-17)、式 (5-18)、式 (5-21) 和式 (5-22) 代入上式, 有:

$$\delta = \frac{2}{EI_2} \int_0^h \left(\frac{PY}{2}\right) \left(\frac{Y}{2}\right) dY + \frac{2}{EI_1} \int_0^a P\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{L}X\right) \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{L}X\right) dX$$

$$\delta = \frac{2P}{EI_2} \int_0^h \frac{Y^2}{4} dY + \frac{2P}{EI_1} \int_0^a \left(\frac{h^2}{4} - \frac{h^2X}{L} + \frac{h^2X^2}{L^2}\right) dX$$

$$\delta = \frac{2P}{EI_2} \left(\frac{Y^3}{12}\right)_0^h + \frac{2P}{EI_1} \left(\frac{h^2X}{4} - \frac{h^2X^2}{2L} + \frac{h^2X^3}{3L^2}\right)_0^a$$

$$\delta = \frac{2Ph^3}{12EI_2} + \frac{2P}{EI_1} \left(\frac{h^2a}{4} - \frac{h^2a^2}{2L} + \frac{h^2a^3}{3L^2}\right)$$

因为

$$a = L/2$$

则有

$$\delta = \frac{Ph^3}{6EI_2} + \frac{Ph^2L}{12EI_1}$$

令 $K = hI_1/LI_2$, 并求解 δ , 有:

$$\delta = \frac{Ph^3}{6EI_2} \left(1 + \frac{1}{2K}\right) \quad (5-23)$$

检查式 (5-23) 可知, 它与利用叠加法求得的式 (5-9) 完全相同。

5.4 应变能——有固定端的排架

如果矩形排架有图 5-8 所示的固定端, 那么它就变为一个静不定问题。可以通过考虑各种不同的物理结构特性来利用卡氏理论。例如, 由图 5-8 可以看出, 在点 A 和点 D 的角转动为 0, 因为这两点是固定的。而且因为结构是对称的, 只需研究图 5-9 所示的一半结构。

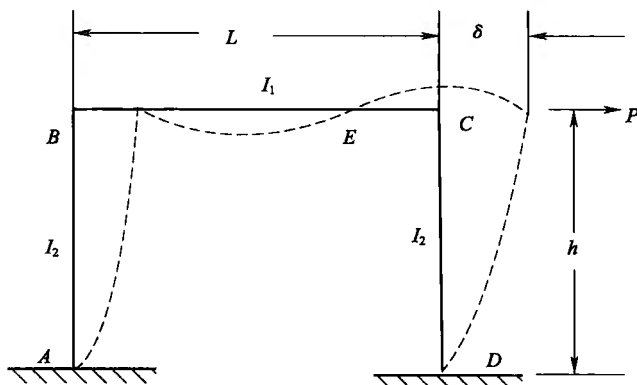


图 5-8 有侧向载荷和固定端的排架

图 5-9 中可能看不到的是, 水平边 BC 的中心 (点 E) 变为拐点, 所以力矩 M_E 必然为 0。而且点 E 将只在水平方向移动而不在垂直方向移动。如果取 X 轴和 Y 轴如图 5-9 所示, 可以通过说明由于力 V 在点 E 引起的垂直偏移必须等于 0 来利用卡氏理论。于是可以写出:

$$\delta_{\text{垂直}} = \frac{\partial U}{\partial V} = 0 \quad (5-24)$$

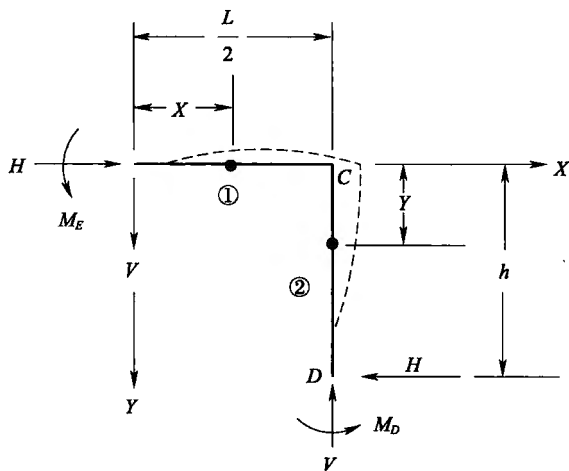


图 5-9 有侧向载荷和固定端的半个排架

因为这里只考虑弯曲偏移, 而且在所考虑的图 5-9 所示的点①和点②处存在弯曲力矩, 故可以利用式 (5-11) 和式 (5-14) 建立偏移方程:

$$\delta_{\text{垂直}} = \frac{1}{EI_1} \int_0^{L/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial V} dX + \frac{1}{EI_2} \int_0^h M_2 \frac{\partial M_2}{\partial V} dY = 0 \quad (5-25)$$

在水平边点①处的弯矩是:

$$M_1 = VX \quad (5-26)$$

所以

$$\frac{\partial M_1}{\partial V} = X \quad (5-27)$$

在水平边点②处的弯矩将是:

$$M_2 = V\left(\frac{L}{2}\right) - HY \quad (5-28)$$

通过考虑 X 方向上的所有受力, 可以确定水平力 H 。可以导出:

$$H = P/2 \quad (5-29)$$

将式 (5-29) 代入式 (5-28), 有:

$$M_2 = \frac{VL}{2} - \frac{PY}{2} \quad (5-30)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial V} = \frac{L}{2} \quad (5-31)$$

将式 (5-26)、式 (5-27)、式 (5-30) 和式 (5-31) 代入式 (5-25), 有:

$$\frac{1}{EI_1} \int_0^{L/2} (VX)(X) dX + \frac{1}{EI_2} \int_0^h \left(\frac{VL}{2} - \frac{PY}{2}\right) \left(\frac{L}{2}\right) dY = 0$$

$$\frac{1}{EI_1} \left(V \frac{X^3}{3}\right)_0^{L/2} + \frac{1}{EI_2} \left[\frac{VL^2}{4}Y - \left(\frac{PL}{4}\right)\left(\frac{Y^2}{2}\right)\right]_0^h = 0$$

$$\frac{1}{EI_1} \left(\frac{VL^3}{24}\right) + \frac{1}{EI_2} \left(\frac{VL^2h}{4} - \frac{PLh^2}{8}\right) = 0$$

$$\frac{VL^2}{6I_1} + \frac{VLh}{I_2} = \frac{Ph^2}{2I_2}$$

令 $K = hI_1/LI_2$, 并求解 V :

$$V = \frac{3PhK}{L(1+6K)} \quad (5-32)$$

由图 5-9, 通过取绕点 D 的力矩, 可以确定力矩 M_D :

$$\sum M_D = 0$$

$$M_D + V(L/2) - Hh = 0 \quad (5-33)$$

将式 (5-32) 和式 (5-29) 代入上式, 有:

$$M_D + \frac{3PhK}{L(1+6K)} \left(\frac{L}{2}\right) - \frac{Ph}{2} = 0$$

加以代数变换, 它可写成:

$$M_D = \frac{Ph}{4} \left(1 + \frac{1}{6K+1}\right) \quad (5-34)$$

利用同样的方法,使其确实包括两个垂直边和顶部水平边的两个半段,可以确定偏移:

$$\delta = \frac{2}{EI_1} \int_0^{L/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial P} dX + \frac{2}{EI_2} \int_0^h M_2 \frac{\partial M_2}{\partial P} dY \quad (5-35)$$

点①处的力矩是:

$$M_1 = VX = \frac{3PhK}{L(1+6K)}X \quad (5-36)$$

故
$$\frac{\partial M_1}{\partial P} = \frac{3hK}{L(1+6K)}X \quad (5-37)$$

点②处的力矩是:

$$M_2 = \frac{VL}{2} - \frac{PY}{2} = \frac{3PhK}{L(1+6K)}\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{PY}{2} \quad (5-38)$$

故
$$\frac{\partial M_2}{\partial P} = \frac{1}{2}\left(\frac{3hK}{1+6K} - Y\right) \quad (5-39)$$

将式(5-36)~式(5-39)代入式(5-35),有:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2}{EI_1} \int_0^{L/2} \left[\frac{3PhKX}{L(1+6K)} \right] \left[\frac{3hKX}{L(1+6K)} \right] dX + \frac{2}{EI_2} \int_0^h \frac{P}{2} \left(\frac{3hK}{1+6K} - Y \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\frac{3hK}{1+6K} - Y \right] dY \\ \delta &= \frac{18Ph^2K^2}{EI_1L^2(1+6K)^2} \left(\frac{X^3}{3} \right)_0^{L/2} + \frac{P}{2EI_2} \left[\frac{9h^2K^2Y}{(1+6K)^2} - \frac{6hK}{(1+6K)} \left(\frac{Y^2}{2} \right) + \frac{Y^3}{3} \right]_0^h \\ \delta &= \frac{3Ph^2K^2L}{4EI_1(1+6K)^2} + \frac{Ph^3}{2EI_2} \left[\frac{27K^2 - 9K(1+6K) + (1+6K)^2}{3(1+6K)^2} \right] \\ \delta &= \frac{Ph^3}{24EI_2} \left(\frac{36K^2 + 30K + 4}{36K^2 + 12K + 1} \right) \end{aligned}$$

该式可写成:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{Ph^3}{24EI_2} \left[1 + \frac{3(6K+1)}{(6K+1)^2} \right] \\ \delta &= \frac{Ph^3}{24EI_2} \left(1 + \frac{3}{6K+1} \right) \end{aligned} \quad (5-40)$$

对于小的角位移来说,还可以通过理解用 θ_{B2} 表示的垂直边的转角与用 θ_{B1} 表示的水平边的转角是相同的,来分析有固定端的上述排架,并用图5-10中的自由物体受力图来表示。仔细观察图5-10可见,偏角 θ_{B2} 为正, θ_{B1} 为负。故:

$$\theta_{B2} = -\theta_{B1} \quad (5-41)$$

这里也可应用卡氏理论,因为应变能相对于外加力矩的偏导数也会在该力矩方向上给出由该力矩产生的偏角。因为应变能是由于弯曲引起的,再次利用式(5-11):

$$U_b = \int_a^b \frac{M^2}{2EI} dX$$

利用卡氏理论,求由于外加力矩引起的转角:

$$\theta = \frac{\partial U_b}{\partial M_A} = \int_a^b \frac{2M}{2EI} \frac{\partial M}{\partial M_A} dX = \frac{1}{EI} \int_a^b M \frac{\partial M}{\partial M_A} dX \quad (5-42)$$

在图 5-10 中, 由于作用在垂直边顶部的力矩 M_B 引起的转角, 将与由作用在水平边的力矩 M_B 引起的转角大致相同。利用式 (5-41) 和式 (5-42), 上式可以写为:

$$\frac{1}{EI_2} \int_0^h M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_B} dY = -\frac{1}{EI_1} \int_0^{L/2} M_2 \frac{\partial M_2}{\partial M_B} dX \quad (5-43)$$

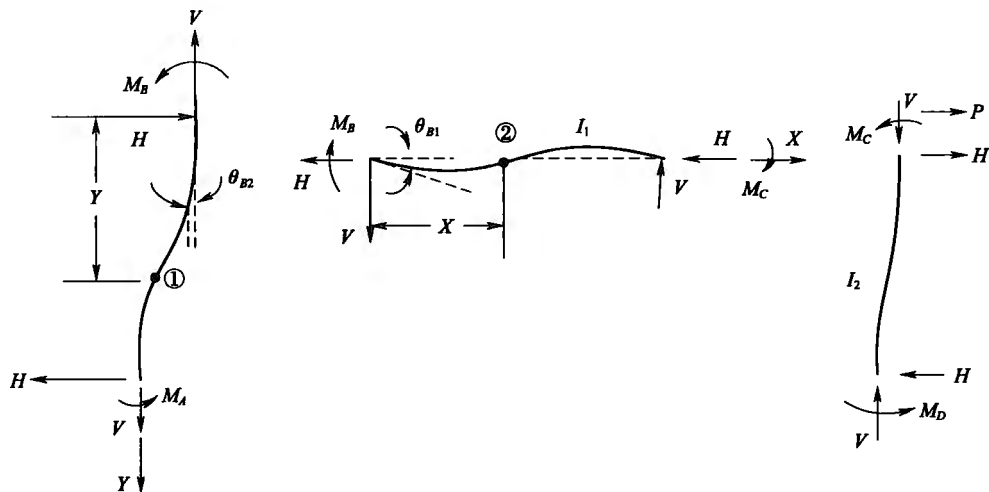


图 5-10 有侧向载荷和固定端的半个排架

如果取图 5-10 所示的 X 轴和 Y 轴, 在垂直边点①处的弯矩是:

$$M_1 = M_B - HY = M_B - \frac{PY}{2} \quad (5-44)$$

故

$$\frac{\partial M_1}{\partial M_B} = 1 \quad (5-45)$$

在水平边点②处的弯矩是:

$$M_2 = -M_B + VX \quad (5-46)$$

通过考虑水平边在点 B 处绕左端的力矩之和, 可以用 M_B 来说明垂直力 (注意, 由于对称, $M_C = M_B$):

$$V = 2M_B/L \quad (5-47)$$

将式 (5-47) 代入式 (5-46), 有:

$$M_2 = -M_B + \frac{2M_B}{L}X = M_B \left(\frac{2X}{L} - 1 \right) \quad (5-48)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial M_B} = \left(\frac{2X}{L} - 1 \right) \quad (5-49)$$

将式 (5-44)、式 (5-45)、式 (5-48) 和式 (5-49) 代入式 (5-43), 有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{EI_2} \int_0^h \left(M_B - \frac{PY}{2} \right) dY &= -\frac{1}{EI_1} \int_0^{L/2} M_B \left(\frac{2X}{L} - 1 \right) \left(\frac{2X}{L} - 1 \right) dX \\ \frac{1}{EI_2} \left[M_B Y - \frac{PY^2}{4} \right]_0^h &= -\frac{1}{EI_1} \left[M_B \left(\frac{4X^3}{3L^2} - \frac{4X^2}{2L} + X \right) \right]_0^{L/2} \end{aligned}$$

$$\frac{M_B h}{I_2} + \frac{M_B L}{6I_1} = \frac{Ph^2}{4I_2}$$

令 $K = HI_1/LI_2$ ，并求解 M_B ：

$$M_B = \frac{Ph}{4\left(1 + \frac{1}{6K}\right)}$$

稍加代数变换，该式可写成：

$$M_B = \frac{Ph}{4}\left(1 - \frac{1}{6K+1}\right) \quad (5-50)$$

将式 (5-47) 代入上式，有：

$$V = \frac{Ph}{2L}\left(1 - \frac{1}{6K+1}\right)$$

加以代数变换，该式可写成：

$$V = \frac{3PhK}{L(6K+1)} \quad (5-51)$$

检查式 (5-51) 表明它与式 (5-32) 完全相同。

5.5 应变能——有铰接端的圆弧

卡氏理论用于确定圆弧中的力、力矩和偏移时是非常方便的。例如，考虑有铰接端和集中载荷的半圆弧（见图 5-11）。因为该图是对称的，所以通过考虑半个系统，有可能使问题简化。

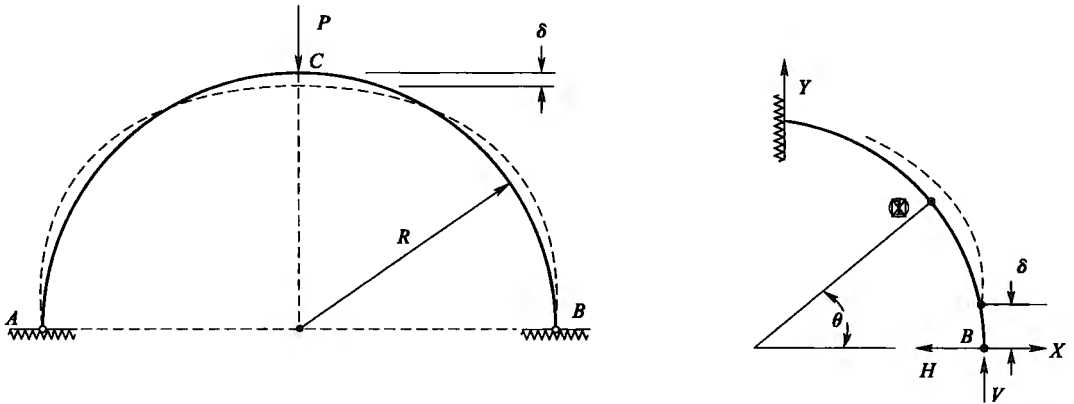


图 5-11 有铰接点和垂直载荷的圆弧

由作用在整个系统上的力 P 引起的垂直偏移则将与作用在半个系统上的力 V 引起的垂直偏移相同。

通过考虑作用在垂直方向上的所有力的总和，可以确定垂直力 V 。它会导出：

$$V = P/2 \quad (5-52)$$

水平力 H 不太容易确定。结构检查表明由于力 H 在点 B 引起的水平偏移将为 0。利用

卡氏理论, 它可以写成:

$$\delta_{BX} = \frac{\partial U}{\partial H} = 0 \quad (5-53)$$

当 θ 角处在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 时, 在点①处的弯矩将是

$$M_1 = VR(1 - \cos\theta) - HR\sin\theta \quad (5-54)$$

故

$$\frac{\partial M_1}{\partial H} = -R\sin\theta \quad (5-55)$$

根据式 (5-11) 和式 (5-53), 可以确定在点 B 的水平偏移:

$$\delta_{BX} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H} R d\theta = 0 \quad (5-56)$$

将式 (5-54) 和式 (5-55) 代入上式:

$$\delta_{BX} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} [VR(1 - \cos\theta) - HR\sin\theta] [-R\sin\theta] R d\theta = 0$$

上述方程积分, 并合并同类项:

$$\frac{R^3}{EI} \left(-\frac{V}{2} + H \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

只有括弧内的因子可以为 0, 于是可导出:

$$H = 2V/\pi \quad (5-57)$$

根据下式, 可以确定由于力 V 引起的垂直偏移:

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial V} R d\theta \quad (5-58)$$

由式 (5-54), 有:

$$\frac{\partial M_1}{\partial V} = R(1 - \cos\theta) \quad (5-59)$$

将式 (5-54) 和式 (5-59) 代入式 (5-58), 有:

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} [VR(1 - \cos\theta) - HR\sin\theta] [R(1 - \cos\theta)] R d\theta$$

将式 (5-57) 代入上式, 并积分求解:

$$\delta = \frac{R^3 V}{EI} \left(\frac{3}{4}\pi - 2 - \frac{1}{\pi} \right) \quad (5-60)$$

将式 (5-52) 代入式 (5-60), 有:

$$\delta = \frac{PR^3}{52.6EI} \quad (5-61)$$

5.6 应变能——有固定端的圆弧

如果圆弧有固定端, 它就变为静不定问题, 并且要求做更多的工作去求解超静定力。有固定端和集中载荷的半圆弧见图 5-12。因为该图是对称的, 故可通过只考虑半个系统简化这一问题。

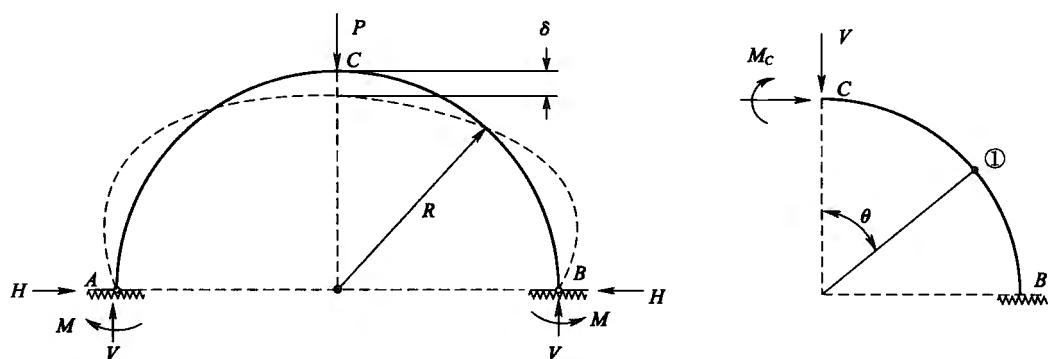


图 5-12 有固定端和垂直载荷的圆弧

有两个未知项 H 和 M_c ，所以要求解这些力必须导出两个方程。力 V 是已知的，因为检查垂直方向的所有受力将表明：

$$V = P/2 \quad (5-62)$$

有可以用于求取未知力的两个物理特性，一个是由于力 H 在点 C 引起的水平偏移为 0，另一个是由于力矩 M_c 在点 C 引起的相对偏角为 0。

则在点①的弯矩为：

$$M_1 = HR(1 - \cos\theta) + M_c - VR\sin\theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad (5-63)$$

所以

$$\frac{\partial M_1}{\partial H} = R(1 - \cos\theta) \quad (5-64)$$

点 C 处的水平偏移可以写成：

$$\delta_{cx} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial H} R d\theta = 0 \quad (5-65)$$

将式 (5-63) 和式 (5-64) 代入式 (5-65)，有：

$$\delta_{cx} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} [HR(1 - \cos\theta) + M_c - VR\sin\theta] (R)(1 - \cos\theta) R d\theta = 0$$

积分上述方程并合并同类项：

$$\frac{R^3}{EI} (0.3561H + 0.5707 \frac{M_c}{R} - 0.500V) = 0 \quad (5-66)$$

这是包括两个未知项 H 和 M_c 的第一个方程。

第二个方程可以根据点 C 处的相对偏角确定，它可以写成：

$$\theta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial M_c} R d\theta = 0 \quad (5-67)$$

由式 (5-63) 得：

$$\frac{\partial M_1}{\partial M_c} = 1 \quad (5-68)$$

将式 (5-63) 和式 (5-68) 代入式 (5-67)，有：

$$\theta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} [HR(1 - \cos\theta) + M_c - VR\sin\theta] (1) R d\theta = 0$$

积分上述方程并合并同类项有：

$$\frac{R^2}{EI} \left(0.5707H + 1.5707 \frac{M_c}{R} - V \right) = 0 \quad (5-69)$$

在式（5-66）和式（5-69）中，只有括弧中的因子才能为0，能利用这两个方程来求解 H 和 M_c 。重写这两个方程如下：

$$0.3561H + 0.5707 \frac{M_c}{R} = 0.500V$$

$$0.5707H + 1.5707 \frac{M_c}{R} = V$$

联立求解这两个方程有：

$$H = 0.458P \quad (5-70)$$

$$M_c = 0.152PR \quad (5-71)$$

现在可以由下式确定由于力 V 引起的垂直偏移：

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial V} R d\theta \quad (5-72)$$

由式（5-63），有：

$$\frac{\partial M_1}{\partial V} = -R \sin \theta \quad (5-73)$$

将式（5-63）和式（5-73）代入式（5-72），有：

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} [HR(1 - \cos \theta) + M_c - VR \sin \theta] (-R \sin \theta) R d\theta$$

积分上式并合并同类项有：

$$\delta = \frac{R^3}{EI} \left(-\frac{H}{2} - \frac{M_c}{R} + \frac{\pi}{4} V \right)$$

将式（5-62）和式（5-70）代入式（5-71），有：

$$\delta = 0.0115 \frac{PR^3}{EI} = \frac{PR^3}{87EI} \quad (5-74)$$

5.7 应变能——消除引线应变的圆弧

当 PCB 的固有频率受到激励时，电气引线在振动期间常常要经受很高的轴向动态负载。许多大的表面安装和通孔安装的电子部件，都有数根从部件本体的底部向下伸入 PCB 的引线。当 PCB 在其谐振条件下弯曲时，引线将受迫产生图 5-2 所示的变形。这种形式的安装常常在相对位移最大的一个长部件两端的焊点和引线中，形成很高的轴向力、高应力，并降低它们的疲劳寿命。这些故障常常可以通过在引线中以横偏绕曲（offset）的形式增加一种应变卸除装置来避免。当这种横偏绕曲得以正确地设计时，会使引线中的轴向载荷变为引线中的弯曲载荷。轴向加载的引线常常具有很高的弹簧刚度，并在早期出现疲劳故障。以弯曲的形式加载的引线通常只有很低的弹簧刚度，因此它们产生的力也较低，结果提高了疲劳寿命。在一个线性系统中，力 P 与弹簧刚度 K 和偏移 Y 相关，如

下所示：

$$P = KY \quad (5-75)$$

在一组给定的振动、冲击和热循环环境条件下，偏移 Y 常常是一个常数。对上式的检查表明，当偏移 Y 为常数时，降低系统中的力 P 的方法就是降低弹簧刚度 K 。这通常能够通过给直线增加一个横偏绕曲来实现。图 5-13 所示的圆弧形式的横偏绕曲能产生很好的效果。通过使用如下所示的卡氏（Castigliano）应变—能量法，能够求得位移和由轴向负载引起的横偏绕曲的弹簧刚度。

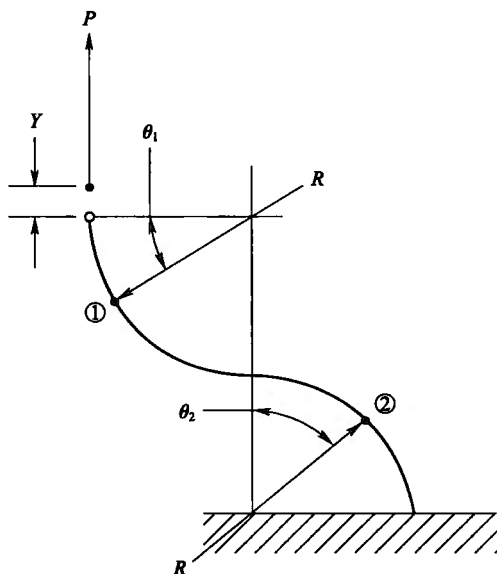


图 5-13 推荐用于部件引线应变卸除的图形的一半

点①弯曲力矩为：

$$M_1 = PR(1 - \cos\theta_1) \quad (5-76)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial P} = R(1 - \cos\theta_1) \quad (5-77)$$

点②的弯曲力矩为：

$$M_2 = PR(1 + \sin\theta_2) \quad (5-78)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial P} = R(1 + \sin\theta_2) \quad (5-79)$$

偏移能够根据系统中弯曲的应变能量求取：

$$Y = \frac{1}{EI} \int_0^{\theta} M \frac{\partial M}{\partial P} R d\theta \quad (5-80)$$

$$Y = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{\pi/2} M_1 \frac{\partial M_1}{\partial P} R d\theta_1 + \int_0^{\pi/2} M_2 \frac{\partial M_2}{\partial P} R d\theta_2 \right) \quad (5-81)$$

将式 (5-76) ~ 式 (5-79) 代入式 (5-81)，有：

$$Y = \frac{P}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} R^3 (1 - \cos\theta_1)^2 d\theta_1 + \int_0^{\pi/2} R^3 (1 + \sin\theta_2)^2 d\theta_2 \right]$$

$$Y = \frac{PR^3}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} (1 - 2\cos\theta_1 + \cos^2\theta_1) d\theta_1 + \int_0^{\pi/2} (1 + 2\sin\theta_2 + \sin^2\theta_2) d\theta_2 \right]$$

$$Y = \frac{PR^3}{EI} \left[\left(\theta_1 - 2\sin\theta_1 + \frac{\theta_1}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\theta_1 \right)_0^{\pi/2} + \left(\theta_2 - 2\cos\theta_2 + \frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta_2 \right)_0^{\pi/2} \right]$$

$$Y = \frac{PR^3}{EI} \left[\left(\frac{\pi}{2} - 2 + \frac{\pi}{4} + 0 \right) + \left(\frac{\pi}{2} - 0 + \frac{\pi}{4} - 0 \right) - (0) - (-2) \right] = \frac{4.71PR^3}{EI}$$

上述位移值只是圆弧横偏绕曲的一半。另一半的横偏绕曲是对称的, 而且它是串接的, 因此最后的位移量是该位移值的两倍:

$$Y = \frac{9.42PR^3}{EI} \quad (5-82)$$

例题: 增加引线的横偏绕曲来提高疲劳寿命

1.2in 长的专用集成电路 (ASIC) 是通孔安装在 8.0in 长、0.080in 厚的插入式 PCB 的中心, 如图 5-14 所示。部件有数根直径为 0.012in 的柯伐引线, 从其底部向下装入该 PCB。PCB 的固有频率为 190Hz。它必须通过 30min 的谐振定频飞行安全试验, 该试验使用在垂直于 PCB 板面的方向施加的、输入量值为 3.4G 的峰值正弦振动。求解端部引线和焊点中的动态力、应力和疲劳寿命。再在引线中增加一个图 5-15 所示的应变卸除的横偏绕曲, 并且重新求解端部引线和焊点中的动态力、应力和疲劳寿命。

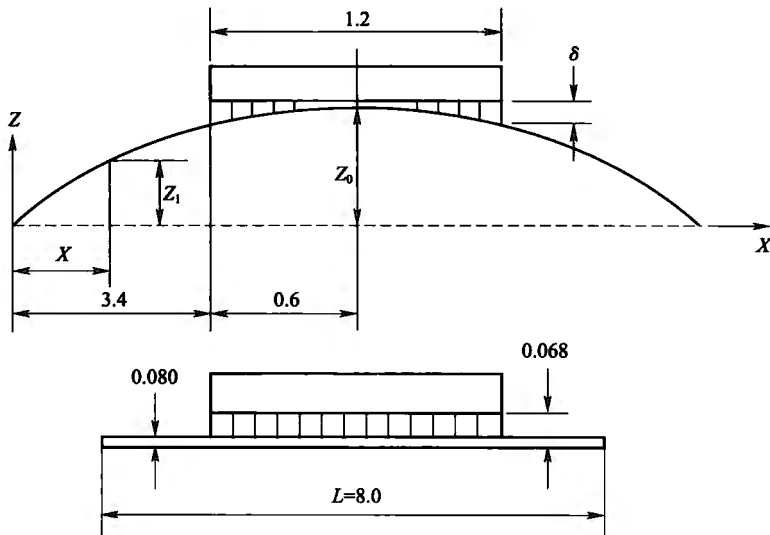


图 5-14 振动的电路板与在引线中产生应变的部件之间的相对运动

解: 利用式 (2-33) 和式 (4-1), 求解图 5-14 所示的 PCB 与部件之间的相对位移之差 δ 。PCB 在其固有频率上的唯一形状是一个半正弦波。最大位移 Z_0 将位于中心。曲线上任何一点的位移 Z_1 如下所示:

$$Z_1 = Z_0 \sin \frac{\pi x}{L} \text{ 和 } \delta = Z_0 \left(1 - \sin \frac{\pi x}{L} \right) \quad (5-83)$$

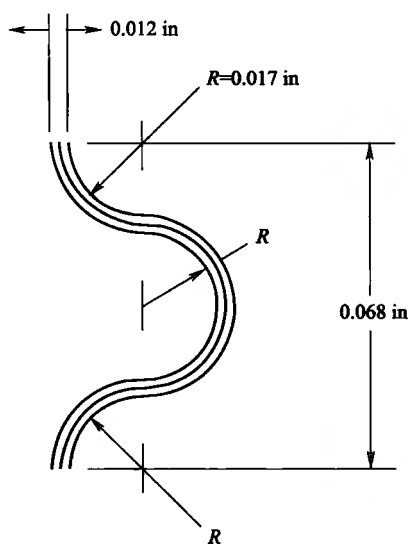


图 5-15 推荐用于部件引线应变卸除的完整图形

式中: $G_{in} = 3.4G$ (峰值输入加速度);

$Q = \sqrt{190} = 13.78$ (预计的 PCB 的传输率的近似值);

$f_n = 190\text{Hz}$ (PCB 的固有频率);

$$Z_0 = 9.8 G_{in} Q / (f_n)^2 = (9.8) \times (3.4) \times (13.78) / (190)^2 = 0.0127\text{in} \quad (5-84)$$

$x = 3.4\text{in}$ (部件边缘的位置);

$L = 8.0\text{in}$ (PCB 平行于部件的长度)。

因此

$$\delta = (0.0127) \times \left[1 - \sin \frac{\pi(3.4)}{8.0} \right] = 3.51 \times 10^{-4}\text{in} \quad (5-85)$$

上式说明了部件与 PCB 之间的相对位移,因而也说明了引线中的拉伸。这就适当地假定: PCB 偏离了精确的正弦波,在部件本体中不存在弯曲,并且引线仅以纯拉力被加载。这些条件都属于近似条件,因此它们将形成稍稍大于真实值的数值。在引线轴向应力计算中未使用应力集中,因为 2.0 的应力集中因子将用于当按照式 (5-90) 计算引线的疲劳寿命时的疲劳指数 b 。如下所示,以纯拉力的形式加载的平直引线的弹簧刚度 K 能够从手册获得:

$$K_w = \frac{AE}{L_w} \quad (5-86)$$

式中: $d_w = 0.012\text{in}$ (引线直径);

$A = \pi (d_w)^2 / 4 = \pi (0.012)^2 / 4 = 1.131 \times 10^{-4}\text{in}^2$ (引线面积);

$E = 20 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (柯伐引线弹性模量);

$L_w = 0.068 + 4 (d_w) = 0.068 + 4 \times (0.012) = 0.116\text{in}$ (考虑进入部件的两根引线直径和进入 PCB 的两根引线直径的轴向负载的引线的等效长度)。

因此

$$K_w = \frac{(1.131 \times 10^{-4}) \times (20 \times 10^6)}{0.116} = 1.95 \times 10^4 \text{ lbf/in (弹簧刚度)} \quad (5-87)$$

如下所示, 直线中的动态力 P_w 可根据引线弹簧刚度 K_w 和来自式 (5-85) 的相对位移求得:

$$P_w = K_w \delta = (1.95 \times 10^4) \times (3.51 \times 10^{-4}) = 6.84 \text{ lbf} \quad (5-88)$$

引线中的动态轴向应力可根据标准应力方程和示于式 (5-86) 的引线面积求得:

$$S_w = \frac{P_w}{A} = \frac{6.84}{1.131 \times 10^{-4}} = 60477 \text{ lbf/in}^2 \text{ (引线轴向应力)} \quad (5-89)$$

利用如下所示的常见疲劳方程, 柯伐引线的近似疲劳寿命可以根据图 3-1 求得。注意疲劳指数 6.4 具有 2.0 的应力集中因子, 这里包括由于操作不小心或制造问题引起的任何可能的深度切割或刮伤。

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b = (1000) \times \left(\frac{84000}{60477} \right)^{6.4} = 8189 \text{ (故障前循环数)} \quad (5-90)$$

如下所示, 引线故障前的近似时间可以根据 190Hz 的 PCB 的固有频率求得:

$$\text{引线疲劳寿命} = \frac{8189 \text{ (故障前循环数)}}{(190 \text{ 循环数/s}) \times (60 \text{ s/min})} = 0.718 \text{ min (故障前时间)} \quad (5-91)$$

鉴定试验要求 30min 的驻留时间。迅速出现的引线疲劳故障表明: 推荐的设计是不可接受的。

如下所示, PCB 引线焊点中的动态剪切应力可以根据引线中的力和焊点的平均剪切面积求得:

$$S_s = \frac{P_w}{A_s} \quad (5-92)$$

式中: $P_w = 6.84 \text{ lbf}$ (动载荷) (见式 (5-88));

$d_w = 0.012 \text{ in}$ (引线直径);

$d_{PTH} = 0.024 \text{ in}$ (预计的 PCB 中的电镀通孔的直径);

$d_{av} = (0.012 + 0.024) / 2 = 0.018 \text{ in}$ (焊点的平均直径);

$t = 0.0080 \text{ in}$ (PCB 的厚度)。

因此

$$A_s = \pi d_{av} t = \pi (0.018) \times (0.080) = 0.00452 \text{ in}^2 \text{ (平均焊点剪切面积)} \quad (5-93)$$

$$S_s = \frac{6.84}{0.00452} = 1513 \text{ lbf/in}^2 \text{ (焊点剪切应力)} \quad (5-94)$$

利用如下所示的常见疲劳方程, 焊点的近似的振动疲劳寿命可以根据图 3-2 求得:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b = (1000) \times \left(\frac{6500}{1513} \right)^{4.0} = 3.41 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)} \quad (5-95)$$

如下所示, 焊点故障前的近似时间可以根据 190Hz 的 PCB 的固有频率求得:

$$\text{焊点疲劳寿命} = \frac{3.41 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(190 \text{ 循环数/s}) \times (60 \text{ s/min})} = 29.9 \text{ min (故障前时间)} \quad (5-96)$$

焊点的疲劳寿命优于式 (5-91) 所示的引线的疲劳寿命。但是, 焊点还是不能在具有安全因子的条件下满足 30min 的谐振定频试验要求。

如图 5-15 所示, 现在增加一个卸除引线应变的横偏绕曲, 并计算引线和焊点中的动态力、应力和疲劳寿命。如下所示, 带有引线应变卸除横偏绕曲的新的弹簧刚度可以根据式 (5-82) 求得:

$$K = \frac{P}{Y} = \frac{EI}{9.42R^3} \quad (5-97)$$

式中: $E = 20 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (柯伐引线弹性模量);

$d_w = 0.012 \text{ in}$ (引线直径);

$I_w = \pi (d_w)^4 / 64 = \pi (0.012)^4 / 64 = 1.018 \times 10^{-9} \text{ in}^4$ (引线惯性矩);

$r = 0.017 \text{ in}$ (引线应变卸除横偏绕曲的半径)。

因此

$$K = \frac{(20 \times 10^6) \times (1.018 \times 10^{-9})}{(9.42) \times (0.017)^3} = 440 \text{ lbf/in} \quad (5-98)$$

引线中的动态力能够根据式 (5-85) 中所示的相对位移和上述弹簧刚度求得:

$$P_w = K\delta = (440) \times (3.51 \times 10^{-4}) = 0.154 \text{ lbf} \quad (5-99)$$

引线中尽管存在一个轴向载荷, 但应变卸除横偏绕曲在引线中仍会产生一个弯曲力矩和一个弯曲应力。横偏绕曲的距离将等于两个半径。

$$M = 2rP_w = 2 \times (0.017) \times (0.154) = 0.00523 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (5-100)$$

引线中的弯曲应力方程可以由如下所示的结构手册获得。这里未使用应力集中因子是因为, 当按照式 (5-103) 计算引线的疲劳寿命时, 该因子将用于疲劳指数 b 。

$$S_b = \frac{MC}{I_w} \quad (5-101)$$

式中: $C = d_w/2 = 0.012/2 = 0.006 \text{ in}$ (引线半径);

$M = 0.00523 \text{ lbf} \cdot \text{in}$ (见式 (5-100));

$I_w = \pi (d_w)^4 / 64 = \pi (0.012)^4 / 64 = 1.018 \times 10^{-9} \text{ in}^4$ (引线惯性矩)。

因此

$$S_b = \frac{(0.00523) \times (0.006)}{1.018 \times 10^{-9}} = 30825 \text{ lbf/in}^2 \text{ (引线弯曲应力)} \quad (5-102)$$

利用如下所示的常见疲劳方程, 柯伐引线的近似疲劳寿命可以根据图 3-1 求得。疲劳指数 6.4 中包括 2.0 的应力集中因子, 以考虑由引线成形模压可能引起的任何可能的深度切割或刮伤。

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b = (1000) \times \left(\frac{84000}{30825} \right)^{6.4} = 6.115 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)} \quad (5-103)$$

如下所示, 引线故障前的近似时间可以根据 190Hz 的 PCB 的固有频率求得:

$$\text{引线疲劳寿命} = \frac{6.115 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(190 \text{ 循环数/s}) \times (60 \text{ s/min})} = 53.6 \text{ min (故障前时间)} \quad (5-104)$$

系统要求 30min 的鉴定疲劳寿命。引线具有大约 1.8 的安全因子, 因为分析方法是保守的, 所以该安全因子是足够的。

如下所示, 焊点中的剪切压力可以根据式 (5-92) 求得, 平均焊点剪切面积可以根据式 (5-93) 求得, 引线力可以根据式 (5-99) 求得:

$$S_s = \frac{P_w}{A_s} = \frac{0.154}{0.00452} = 34 \text{ lbf/in}^2 \text{ (焊点剪切应力)} \quad (5-105)$$

焊点的近似的振动疲劳寿命可以根据图 3-2 以及如式 (5-95) 所示的常见疲劳方程求得:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b = (1000) \times \left(\frac{6500}{34} \right)^{4.0} = 1.33 \times 10^{12} \text{ (故障前循环数)} \quad (5-106)$$

如下所示, 焊点的故障前的近似时间可以根据 190Hz 的 PCB 的固有频率求得:

$$\text{焊点疲劳寿命} = \frac{1.33 \times 10^{12} \text{ (故障前循环数)}}{(190 \text{ 循环数/s}) \times (3660 \text{ s/h})} = 1.94 \times 10^6 \text{ h (故障前时间)} \quad (5-107)$$

在这种情况下, 焊点是很安全的, 焊点关键性远低于引线的关键性, 因此在这种系统中, 引线是较易损坏的元件。

第6章 印制电路板与平板

6.1 不同类型的印制电路板

电子系统广泛地采用插入式印制电路板是因为它们很容易维修使用。拆除和更换有缺陷的电路板又快又容易，而且无需导线和电烙铁。在拆下有缺陷的电路板后，一个有经验的技师就能很容易地找到故障并进行修理。

电子工业界生产了许多不同类型的印制电路板，环氧玻璃纤维板是最通用的材料，在电路板的一面或两层压有敷铜薄膜，以形成导体。印制电路板的总厚度在0.006~0.125in之间。板面尺寸也可以在2~16in之间。可以发现电路板有许多不同的形状，这取决于支撑电路板的电子箱的形状，分类可从小方板到大圆板和三角形电路板。因为在大多数飞机、导弹，甚至电视机中，电子设备要装入每一英寸可利用的空间内，所以电路板的形状常常由可用空间的几何尺寸确定。矩形印制电路板是电子工业界最常用的形状，因为这种形状很容易与在电路板的底边采用的、通用的电连接器的模块化插入式组件相适配。

除非热量已散除，许多大功耗器件的印制电路板在工作时是很热的。因此，有高的热传导性的铝和铜常常被黏结到环氧玻璃纤维电路板上作为热沉（heat sink）。

对必须在严酷的振动和冲击环境中工作的印制电路板经常增加一些肋条。肋条可提高电路板的刚度，因而也提高了谐振频率。它还会使谐振条件下电路板的偏移减小，因而也将降低装在电路板上的电子元器件中产生的应力。肋条可以用钢材、铝材或环氧玻璃纤维材料制造。

如果采用钢制肋条，必须注意防止交叉裸露的电气印制线路短路。肋条可以与热沉板螺接、铆接、钎焊、黏结、硬熔焊或者铸造在一起。

印制电路板可以用许多不同的方法由电子箱进行支撑，这些方法取决于许多因素，如环境、重量、维修性、可达性和费用等因素。例如，在没有可提供对流式热传递所需的空气的真空环境中，电路板中的热量常常传导到一个热交换器。这样就必须采用具有高热传导性的材料，来提供高压热的接触面，以防止装在电路板上的电子元件中产生过高的温度。

螺钉对提供高压接触面是理想的，但它们在安装时常常太费时间，因为它们装卸时需要转动的圈数太多，维修人员更喜欢简单地拔掉一个模块再插入另一个模块。这样就能大大缩短维修时间，因为电子系统很容易地就可包括上百个插入式印制电路板。如果在电子箱中有足够的空间可供利用的话，有时也采用快速作用凸轮楔块式（cam-and-wedge-type）夹紧装置以提供高压接触面。在确定电路板究竟如何响应振动和冲击时，在电子箱中支撑印制电路板的方式可能是一个重要的因素。如果电子机箱是由薄钢板制成的，而且制造公差不严格的话，插入式电路板则希望松动的配合。当与机箱连接器配合期间存在较

大的失调时，这样做能使有一个固定连接器位置的连接器易于接合。但对于将经受严酷振动和冲击的系统来说这种形式的安装是不希望的。松动的电路板常常会产生高加速度载荷，而这种高加速度载荷又会在电路上安装电子元器件中产生大的偏移和应力。

如果印制电路板将会遇到严酷的振动或冲击环境，那么它们的边缘应予以支撑，板边导向件可用于支撑各种各样的印制电路板。这些导向件通常是用铍铜合金制造的，但各种金属和模压塑料也是可以使用的。

牢固夹紧印制电路板边缘的板边导向件是很理想的。这种紧固夹装置能够减小由于边缘转动和平移引起的偏移，而且会提高电路板的固有频率。另外，因为振动期间电路板边缘和边缘导向件之间的摩擦和相对运动，紧固夹还可能消耗更多的能量。这种紧固夹本身还会降低谐振期间印制电路板经受的传输率。紧固的板边导向件可能要求严格的制造公差以及浮动的机箱连接器，以便在安装电路板时能使连接器精确对准，而又防止连接器损伤。

谐振期间印制电路板形成的传输率取决于许多因素，如电路板材料、多层板中层压的数量和类型、固有频率、安装形式、装在电路板上的元器件的类型、加速度（ G ）水平、敷形涂覆类型、连接器类型和电路板形状等。电路板安装几何尺寸的轻微改动会对谐振时形成的传输率和谐振模式形状产生剧烈的影响。这可以通过使印制电路板的边缘约束从近似于简单支撑变为近似于固定支撑来进行验证。在采用置于电路板相对两边以模拟简单支撑条件的伯奇（Bircher）导向件的一组电路板上取得的振动试验数据表明，其固有频率约为 260Hz，对 5G 峰值正弦振动输入的传输率约为 16。它约等于固有频率的平方根。随后夹紧电路板的两相反面以模拟固定边缘条件。这样使典型固有频率提高到大约 380Hz，同时典型传输率提高到 25 左右。该值相当于典型固有频率平方根的 1.28 倍。在这些试验中采用的印制电路板组的尺寸和结构见图 6-1。

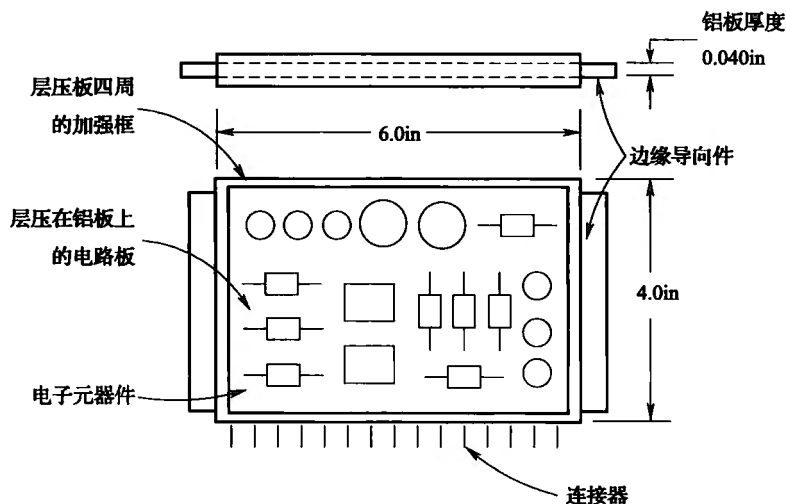


图 6-1 带加强框的层压电路板

这些试验是在一刚性振动试验夹具中进行后，该夹具为每个电路板设有一个匹配连接器，加速度计装在振动夹具和每块电路板上的几个点上，用以监测系统的输入和输出加速度（ G ）力（见图 6-2）。随后又将这些相同的印制电路板装进一个电子机箱中，并重复 5G 峰值正弦振动试验，采用伯奇导向件的电路板表明其典型固有频率约为 225Hz，其典型

传输率约为 14。该值等于其固有频率平方根的 0.93 倍。然后将电路板夹紧到机箱结构上以模拟固定边缘条件。此时，固有频率提高到 340Hz，从机箱到电路板中心的传输率增大到 20。该值等于其固有频率平方根的 1.08 倍。

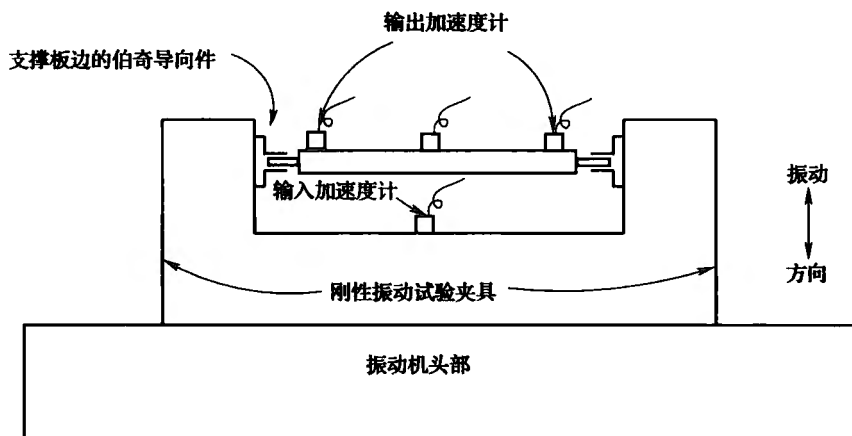


图 6-2 装在刚性振动夹具中的印制电路板

6.2 电路板边缘条件的变化

为了计算印制电路板的固有频率，必须估算电路板的边缘条件。利用一种频闪灯光去观察振动期间电路板的运动，可以获得对其边缘条件的大致了解。它可以说明边缘是很快地平移还是很快地转动。当加速度力变化时，有时边缘条件也可能变化。看起来是简单支撑的有 2G 峰值输入的边缘可能看起来与有 5G 峰值输入的边缘一样是自由的。而有 2G 峰值输入的固有频率则与有 5G 峰值输入的固有频率是不相同的。

正弦振动试验是在一组印制电路板上进行的，这些电路板是由预加载的铍铜合金波浪形弹簧支撑着相反的两面，这种弹簧被看成是一种导槽式截面的板边导向件。每块电路板的底边均有一个 100 针的连接器，用于插入装在刚性振动夹具中的匹配连接器的插座。每块电路板的顶部边缘均由三条 1in 长、0.125in 厚的海绵橡胶带束紧，当电路板装好时，这三条橡胶带被压缩大约 60%。这些橡胶带用于限制电路板的非支撑的顶边，以模拟利用同样形式的橡胶带的盖板的作用。这种形式的橡胶带使用很方便，因为它们提供相同的支撑和阻尼，而无需太高的生产费用，同时机加零件也无需严格的公差。这种类型的安装插座见图 6-3。

振动试验在峰值输入为 2G、5G、10G 和 15G 的条件下进行，并利用频闪灯光观察谐振条件下电路板边缘的动作。2G 的试验表明电路板四边全部类似于简单支撑。在这些边缘观察到的是转动而没有平移。5G 的试验表明，电路板的两面看起来好像它们受到支撑似的，但在有橡胶衬垫（rubber pad）的顶边和在连接器上的底边表现为既有平移又叠加有转动。10G 的试验仍然表明，电路板的两面看起来好像它们受到简单支撑似的，但在橡胶带（rubber strip）的顶边和在连接器上的底边，它们经受的平移比转动要大得多。15G 的试验表明其两面均有某种平移，有叠加也有转动，而其顶部和底部看起来却好像是自由

的，因为它们的转动几乎没有，而只有大幅度的平移。在10G峰值上的谐振驻留试验使许多连接器插针产生断裂。

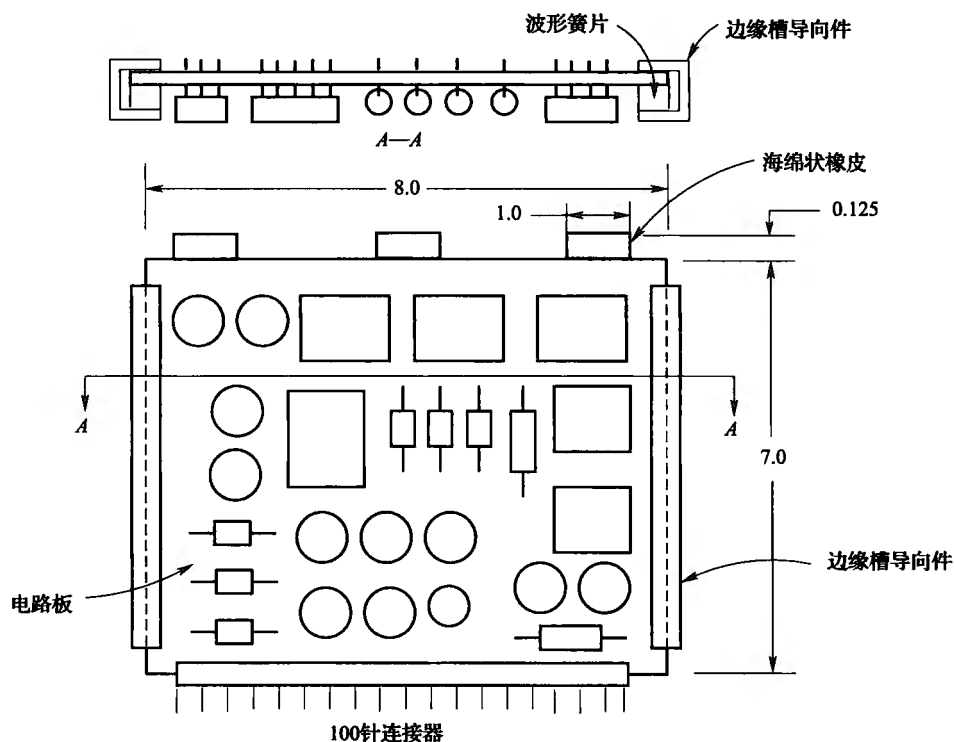


图 6-3 印制电路板的典型安装

给一些电路板加上硬肋条，以提高它们的谐振频率。有些肋条是用螺钉拧在电路板的板面上的（见图 6-4）。

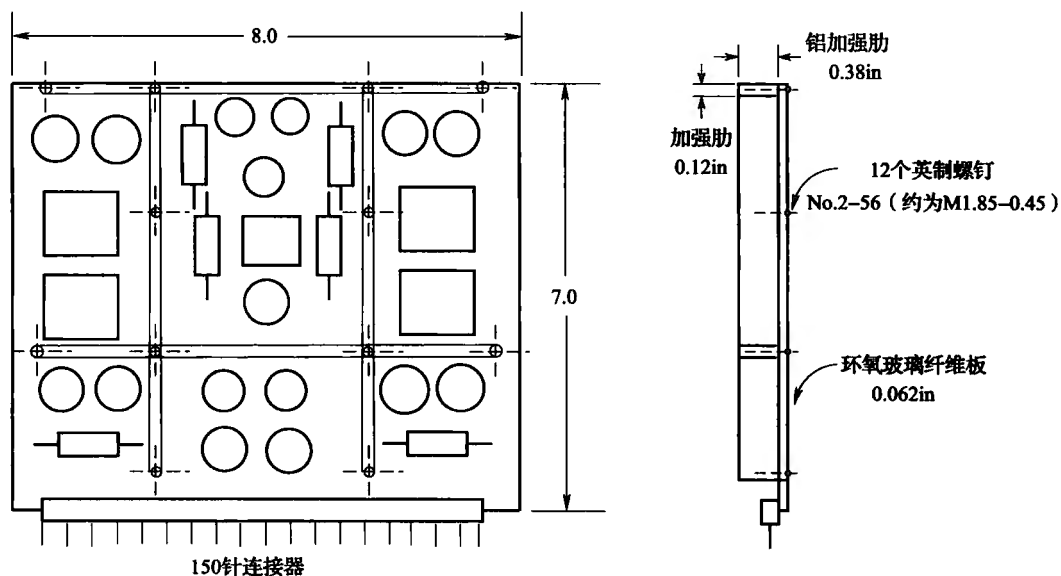


图 6-4 带有用螺钉固定的肋条的印制电路板

对这些电路板进行了振动试验，这些电路板每块的顶部均采用了相同形式的海绵橡胶带，而在每块电板板的两面均采用了相同形式的波浪形弹簧凹槽导向件。当输入 G 水平改变时，它们的固有频率和传输率均有显著的改变（见表 6-1）。

表 6-1 电路板特性随输入 G 变化

输入 G 水平	谐振频率/Hz	传输率 Q
2	215	15.0
5	182	11.2
10	161	8.2

6.3 印制电路板传输率的估算

印制电路板可以有各种各样的尺寸和形状，以及许多不同的安装配置。在早期设计阶段，必须对这些电路板进行分析，以便确信它们在所要求的环境中正常工作。分析的一个关键部分与这些电路板在它们的基本谐振频率上产生的动载荷有关。这些动载荷与电路板形成的传输率密切相关，但如果没有类似电路板以往的试验数据的话，要估算传输率是很困难的。很明显，试验数据是不同形式的电路板的传输率特性的最佳信息源。但是，因为当一种新设计或一种几何尺寸过去没有采用过的时候，试验数据是无法获得的。在这些条件下，均需要在模型电路板制造和试验前估算电路板的响应特性。

在必须估算印制电路板的传输率而又没有试验数据可供利用时，有许多因素应该予以考虑。这些因素均与电路板的阻尼特性有关，因此必须确定振动条件下能量损失的大小。当大部分能量损失掉或者转变为热量，而只有很少的能量保持时，传输率较低，因此动载荷和应力也较小。

最大的能量损失有可能是由于迟滞和摩擦引起的。迟滞损失通常是由于电路板弯曲偏移时产生的内部应变引起的。而摩擦损失通常是由于安装表面、加固肋条和边缘导向件一类高压接触面之间的相对运动引起的。当偏移最大时，这些能量损失最大；当偏移最小时，这些能量损失最小。因为较高的频率有较小的偏移，并且阻尼也较小。这就意味着在谐振条件下较高的频率通常会有较高的传输率。

所谓“低”和“高”谐振频率一类的术语只是相对的。但是，术语“低”谐振频率通常是指低于 100Hz；而“高”谐振频率通常是指高于 400Hz。而大多数电路板看来，当它们用于军用电子系统时，它们的基本谐振频率为 200 ~ 300Hz。

试验数据表明：印制电路板的传输率通常可能与电路板的固有频率的平方根有关。对于矩形电路板来说，其传输率的正常范围是其固有频率平方根的 0.5 ~ 2.0 倍，它取决于许多因素。一个装有小电子元器件且没有加强肋，而且谐振频率为 400Hz 左右的小电路板，在峰值低于 2G 的输入 G 力的条件下，其传输率可能高达其固有谐振频率平方根的 2 倍。在此情况下传输率将是 40 左右。而一个装有大电子元器件且装有若干个加强肋，其谐振频率为 100Hz 左右的大电路板，在高于 10G 力的高峰值输入条件下，其传输率可能只有其固有频率平方根的 0.5 倍。在此情况下传输率将只有 5 左右。

对 5G 峰值正弦振动输入来说,在中间频段(200 ~ 300Hz)内,传输率常常与其固有频率的平方根大致相等。再者,还有许多其他因素会影响印制电路板的传输率。就正在进行分析的矩形电路板来说,如果没有试验数据可供利用的话,则可假定刚才阐述的近似值是一个良好的起点。

在估算电路板的传输率时,应该考虑的一些因素列举如下。

①电路板的固有频率。高的固有频率意味着位移和应变较小,因而传输率通常较大。反过来,低的固有频率意味着位移和应变较大,这时传输率通常较小。

②正弦振动的输入 G 力。低输入 G 力意味着位移和应变较小,因而传输率通常较大。而高输入 G 力意味着位移和应变较大,因而传输率通常较小。

③肋条。铆接和螺接肋条通常可使肋条和电路板之间的高压接触面上产生某种相对运动,这种运动会消耗能量并减小谐振时的传输率。焊接、铸造和黏结肋条通常比铆接和螺接肋条坚硬,因而它们将使谐振频率升得更高,但它们不能提供同样的阻尼。

④电路板支撑。能牢固夹紧板边缘,提供高压接触面的电路板边缘导向件将消耗能量,并有较低的传输率。如果采用安装螺栓来紧固电路板,则螺栓部位的高压接触面也会有消耗能量的趋势。较大的安装螺栓将消耗较多的能量,同时增加了刚度。

⑤电路板连接器。边缘型或针式插座型一类电路板连接器将提供某种阻尼,这种阻尼有降低传输率的趋势。较长的连接器将为电路板边缘提供更大的支撑,同时提供附加的阻尼。

⑥电子元器件类型:与电路板紧密接触在一起的大电子元器件有比小的电子元器件消耗更多的能量的趋势。这是因为较大的器件会覆盖电路板上较大的跨度,结果在较大区域内的电路板接触面上形成较大的相对偏移,因而阻尼也会稍有增大。

⑦散热条:常常将散热条层压到电路板上,以便导出电子元器件中的热量。这些散热条可看作能通过有关接触面剪切偏移耗散能量的层压结构。在位移较小的高频上,阻尼较小,因而传输率降低也不会太多。

⑧多层电路板:许多印制电路板必须使用若干个附加层,来提供电路所需要的电气连接。这些附加层将使阻尼稍有增加,并将趋向于降低传输率。在偏移较小的高频上,传输率降低不会太多。

⑨敷形涂覆:敷形涂覆通常用于防止电子元件上堆积灰尘。许多电子设备制造厂还常利用敷形涂覆保护灵敏的电路免受水汽和冷凝水的影响。在电路板上,通常喷涂或浸涂厚度约 0.005in 的聚氨酯或环氧薄膜。除非黏结良好,同时所有尖锐点都被涂覆,水蒸气会吸附在涂覆层和电路之间并且产生冷凝。直到在高温下将其烘干。除非电路有很高的阻抗,少量的湿气通常不会给电路的电气工作特性造成很大影响。敷形涂覆还可以作为一种黏结材料,为使电子元器件黏结到电路板上形成良好的黏结。振动期间器件与电路板之间的相对运动在敷形涂覆内产生应变并将产生某种阻尼。

6.4 利用三角级数估算固有频率

大多数印制电路板都可近似地看作是有不同边界条件和不同载荷条件的矩形平板。因此

可以利用通用的平板方程来确定振动板的应变能和动能,并进而导出固有频率方程。瑞利法是分析平板的一种很方便的方法。先假设能满足特定平板的偏移和倾角的几何边界条件的一条偏移曲线。一旦这些边界条件得到满足,就可以利用假设的偏移曲线去求取特定平板的应变能和动能。如果没有能量损耗,应变能将等于动能,并可确定近似的固有频率。

除非采用精确的偏移曲线,对一组给定的条件来说,瑞利法导出的固有频率稍高于真实的固有频率。

考虑一矩形平板,它有四个简单支撑边,并有均匀的分布载荷,振动在垂直于平板板面的方向上进行(见图6-5)。简单支撑板的偏移曲线可用双三角级数表示:

$$Z = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi X}{a} \sin \frac{n\pi Y}{b}$$

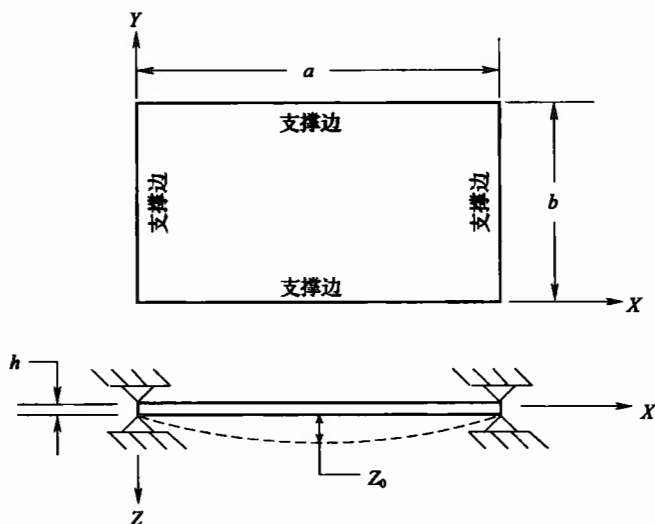


图6-5 四边支撑的矩形平板

大量的印制电路板振动试验数据表明:大多数损坏发生在位移和应力最大的基本谐振模式下。上述方程则可简化为:

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-1)$$

首先必须检查假设的偏移曲线,以确信它可满足几何偏移边界条件。这就意味平板边缘的偏移必须为0,而平板中心的偏移必须最大。由式(6-1),则有:

当 $X=0, Y=0$ 时, $Z=0$;

当 $X=0, Y=b$ 时, $Z=0$;

当 $X=a, Y=0$ 时, $Z=0$;

当 $X=a, Y=b$ 时, $Z=0$;

当 $X=a/2, Y=b/2$ 时, $Z=Z_0$ 。

因为平板边缘偏移为0而其中心偏移最大,所以偏移的边界条件得到满足。

接着检查平板上不同点的倾角的几何边界条件。在平板四边必须有有限的倾角,而其

平板中心的倾角为0。首先考虑沿 X 轴的倾角, 可以根据 Z 轴对 X 轴的偏微分来确定所需要的方程。由式 (6-1), 有:

$$\theta_x = \frac{\partial Z}{\partial X} = Z_0 \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b}$$

于是

$$\text{当 } X=0, Y=b/2 \text{ 时, } \theta_x = Z_0 \frac{\pi}{a};$$

$$\text{当 } X=a/2, Y=b/2 \text{ 时, } \theta_x = 0;$$

$$\text{当 } X=a, Y=b/2 \text{ 时, } \theta_x = -Z_0 \frac{\pi}{a}。$$

沿 X 轴向在平板边缘和平板中心的倾角边界条件得到满足。同样可以就沿 Y 轴的倾角进行检查。可以以下列形式表示振动平板的总应变能 V :

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right)^2 + 2\mu \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right) + 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right] dX dY \quad (6-2)$$

式中: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, lbf · in (平板的刚度因子);

E = 弹性模量, lbf/in²;

h = 板的厚度, in;

μ = 泊松比, 无量纲。

振动平板的总动能 T 可以下列形式表示:

$$T = \frac{\rho \Omega^2}{2} \int_0^a \int_0^b Z^2 dX dY \quad (6-3)$$

式中: $\rho = \frac{W}{abg} = \frac{\nu h}{g}$ (每单位面积的质量);

W = 平板总重力, lbf;

ν = 材料密度, lb/in³;

a = 平板长度, in;

b = 平板宽度, in;

h = 平板厚度, in;

g = 重力加速度, 386 in/s²;

Ω = 角频率, rad/s。

对式 (6-1) 进行式 (6-2) 所要求的运算:

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = Z_0 \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-4)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} = -Z_0 \frac{\pi^2}{a^2} \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right)^2 = Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^4} \sin^2 \frac{\pi X}{a} \sin^2 \frac{\pi Y}{b} \quad (6-6)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial Y} = Z_0 \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi X}{a} \cos \frac{\pi Y}{b} \quad (6-7)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} = -Z_0 \frac{\pi^2}{b^2} \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-8)$$

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right)^2 = Z_0^2 \frac{\pi^4}{b^4} \sin^2 \frac{\pi X}{a} \sin^2 \frac{\pi Y}{b} \quad (6-9)$$

由式(6-5)和式(6-8),有:

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}\right)\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right) = Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^2 b^2} \sin^2 \frac{\pi X}{a} \sin^2 \frac{\pi Y}{b} \quad (6-10)$$

由式(6-4)或式(6-7),有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} &= Z_0 \frac{\pi^2}{ab} \cos \frac{\pi X}{a} \cos \frac{\pi Y}{b} \\ \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y}\right)^2 &= Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^2 b^2} \cos^2 \frac{\pi X}{a} \cos^2 \frac{\pi Y}{b} \end{aligned} \quad (6-11)$$

因为必须积分这些等式,利用下列关系式:

$$\begin{aligned} \int_0^a \sin^2 \frac{\pi X}{a} dX &= \frac{a}{2} \\ \int_0^b \sin^2 \frac{\pi Y}{b} dY &= \frac{b}{2} \end{aligned} \quad (6-12)$$

继续式(6-2),并利用式(6-12)积分式(6-6)有:

$$\int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}\right)^2 dXdY = Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^4} \left(\frac{ab}{4}\right) \quad (6-13)$$

继续式(6-2)并利用式(6-12)积分式(6-9),有:

$$\int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right)^2 dXdY = Z_0^2 \frac{\pi^4}{b^4} \left(\frac{ab}{4}\right) \quad (6-14)$$

继续式(6-2),并利用式(6-12)积分式(6-10),有:

$$\int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}\right)\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right) dXdY = Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^2 b^2} \left(\frac{ab}{4}\right) \quad (6-15)$$

继续式(6-2),并利用式(6-12)积分式(6-11),有:

$$\int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y}\right)^2 dXdY = Z_0^2 \frac{\pi^4}{a^2 b^2} \left(\frac{ab}{4}\right) \quad (6-16)$$

将式(6-13)~式(6-16)式代入式(6-2),求解振动板的应变能:

$$\begin{aligned} V &= \frac{D}{2} \left(\frac{abZ_0^2\pi^4}{4} \right) \left[\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} + \frac{2\mu}{a^2 b^2} + \frac{2(1-\mu)}{a^2 b^2} \right] \\ V &= \frac{\pi^4 D Z_0^2 ab}{8} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right) \end{aligned} \quad (6-17)$$

振动板的动能可以根据偏移(式(6-1))和动能(式(6-3))确定:

$$Z^2 = Z_0^2 \sin^2 \frac{\pi X}{a} \sin^2 \frac{\pi Y}{b} \quad (6-18)$$

将式(6-12)代入式(6-18)并对其积分,我们有:

$$\int_0^a \int_0^b Z^2 dXdY = Z_0^2 \left(\frac{ab}{4} \right) \quad (6-19)$$

将式（6-19）代入式（6-3）求解振动板的动能，我们有：

$$T = \frac{\rho \Omega^2}{2} \left(Z_0^2 \frac{ab}{4} \right) \quad (6-20)$$

因为如果没有能量损耗的话，振动板的应变能必须等于谐振时的动能，则式（6-17）须等于式（6-20）：

$$\frac{\pi^4 D Z_0^2 ab}{8} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 = \frac{\rho \Omega^2 Z_0^2 ab}{8}$$

$$\Omega^2 = \frac{\pi^4 D}{\rho} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2$$

求解矩形板的固有频率，我们有：

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \quad (6-21)$$

在这种特定的情况下，利用瑞利法求得的上面所示的固有频率方程是精确的，因为振动所用的偏移曲线的边界条件是精确的。

6.5 利用多项式级数估算固有频率

利用多项式级数也可以导出一个均匀的、四边简单支撑的矩形平板的固有频率方程。考虑 X 轴和 Y 轴取在矩形平板中心的坐标系（见图 6-6）。简单支撑平板的偏移曲线可以用双多项式级数表示如下：

$$Z = h \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{X^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{Y^2}{d^2} \right) \left(\frac{X}{c} \right)^m \left(\frac{Y}{d} \right)^n A_{mn} \cos \Omega t$$

因为印制电路板的大多数损伤将出现在位移和应力最大的基本谐振模式下，所以上述

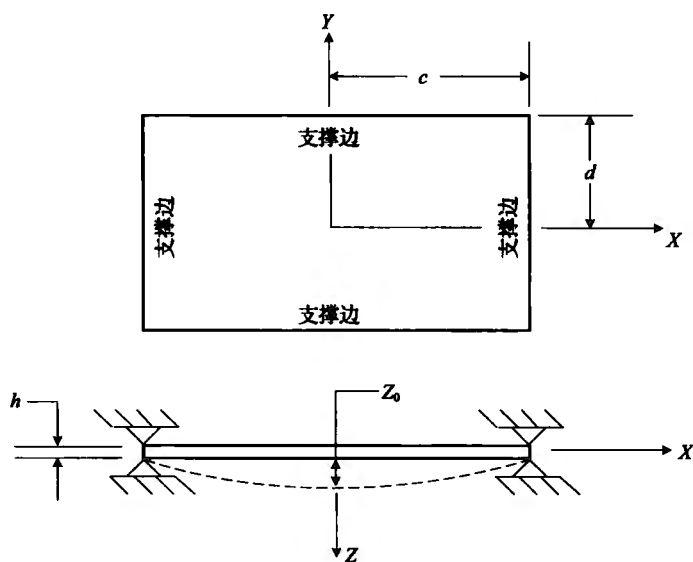


图 6-6 轴系在中心的简单支撑平板

方程可以简化为：

$$Z = Z_0 \left(1 - \frac{X^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right) \quad (6-22)$$

首先必须检查假设的偏移曲线，以确信它可满足几何偏移边界条件。这就意味着平板边缘的偏移必须为0，而平板中心的偏移必须最大。则由式(6-22)，有：

当 $X=0, Y=0$ 时, $Z=Z_0$;

当 $X=0, Y=d$ 时, $Z=0$;

当 $X=c, Y=d$ 时, $Z=0$;

当 $X=c, Y=0$ 时, $Z=0$ 。

因为平板边缘的偏移为0而其中心偏移最大，所以偏移的边界条件得到满足。

接着就平板上不同点的倾角检查几何边界条件。在平板四边必须有有限的倾角，而在平板中心的倾角必须为0。首先考虑沿 X 轴的倾角，可以根据 Z 轴对 X 轴的偏微分来确定所需要的方程。由式(6-22)有：

$$\theta_x = \frac{\partial Z}{\partial X} = -Z_0 \frac{2X}{c^2} \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right)$$

且：当 $X=0, Y=0$ 时, $\theta_x=0$;

当 $X=c, Y=0$ 时, $\theta_x = -Z_0 \left(\frac{2}{c}\right)$;

当 $X=-c, Y=0$ 时, $\theta_x = Z_0 \left(\frac{2}{c}\right)$;

当 $X=0, Y=d$ 时, $\theta_x = 0$ 。

沿 X 轴的倾角的的边界条件在平板边缘和平板中心得到满足。同样可以对沿 Y 轴的倾角进行检查。

应变能方程(式(6-2))和动能方程(式(6-3))也可以在多项式方程(式(6-22))中得到应用。对式(6-22)进行式(6-2)所要求的运算，以求解应变能：

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = -Z_0 \frac{2X}{c^2} \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right) \quad (6-23)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} = -Z_0 \frac{2}{c^2} \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right) \quad (6-24)$$

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}\right)^2 = Z_0^2 \frac{4}{c^4} \left(1 - \frac{2Y^2}{d^2} + \frac{Y^4}{d^4}\right) \quad (6-25)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial Y} = -Z_0 \frac{2Y}{d^2} \left(1 - \frac{X^2}{c^2}\right) \quad (6-26)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} = -Z_0 \frac{2}{d^2} \left(1 - \frac{X^2}{c^2}\right) \quad (6-27)$$

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right)^2 = Z_0^2 \frac{4}{d^4} \left(1 - \frac{2X^2}{c^2} + \frac{X^4}{c^4}\right) \quad (6-28)$$

由式(6-24)和式(6-27)，有：

$$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}\right) \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}\right) = Z_0^2 \frac{4}{c^2 d^2} \left(1 - \frac{X^2}{c^2} - \frac{Y^2}{d^2} + \frac{X^2 Y^2}{c^2 d^2}\right) \quad (6-29)$$

由式 (6-23) 或式 (6-26), 有:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} &= Z_0 \left(\frac{2X}{c^2} \right) \left(\frac{2Y}{d^2} \right) \\ \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \right)^2 &= Z_0^2 \left(\frac{16X^2 Y^2}{c^4 d^4} \right)\end{aligned}\quad (6-30)$$

当按照式 (6-2) 对应变能进行积分时, 观察这种几何形状的 X 和 Y 基准轴不在平板的边缘, 而在平板的中心。因此, 为考虑整个平板, 我们利用:

$$\int_{-c}^{+c} \int_{-d}^{+d} f(Z) dX dY = 4 \int_0^c \int_0^d f(Z) dX dY \quad (6-31)$$

由式 (6-2)、式 (6-25) 和式 (6-31), 有:

$$4 \int_0^c \int_0^d \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right)^2 dX dY = \frac{16Z_0^2 cd}{c^4} \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \quad (6-32)$$

由式 (6-2)、式 (6-28) 和式 (6-31), 有:

$$4 \int_0^c \int_0^d \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right)^2 dX dY = \frac{16Z_0^2 cd}{d^4} \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \quad (6-33)$$

由式 (6-2)、式 (6-29) 和式 (6-31) 有:

$$4 \int_0^c \int_0^d \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right) \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right) dX dY = \frac{16Z_0^2 cd}{c^2 d^2} \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \right) \quad (6-34)$$

由式 (6-2)、式 (6-30) 和式 (6-31), 有:

$$4 \int_0^c \int_0^d \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \right)^2 dX dY = \frac{64Z_0^2 cd}{c^2 d^2} \left(\frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{1}{3} \right) \quad (6-35)$$

平板应变能可以通过将式 (6-32) ~ 式 (6-35) 代入式 (6-2) 求得:

$$\begin{aligned}V &= \frac{16DZ_0^2 cd}{2} \left[\frac{8}{15c^4} + \frac{8}{15d^4} + \frac{2\mu(4)}{9c^2 d^2} + \frac{2(1-\mu) \times (4)}{9c^2 d^2} \right] \\ V &= 64DZ_0^2 cd \left(\frac{1}{15c^4} + \frac{1}{9c^2 d^2} + \frac{1}{15d^4} \right)\end{aligned}\quad (6-36)$$

平板的动能可以根据式 (6-3) 和式 (6-22) 确定如下:

$$Z^2 = Z_0^2 \left(1 - \frac{2X^2}{c^2} - \frac{2Y^2}{d^2} + \frac{4X^2 Y^2}{c^2 d^2} - \frac{2X^4 Y^2}{c^4 d^2} - \frac{2X^2 Y^4}{c^2 d^4} + \frac{X^4}{c^4} + \frac{Y^4}{d^4} + \frac{X^4 Y^4}{c^4 d^4} \right) \quad (6-37)$$

因为 X 和 Y 基准轴是通过电路板中心的, 而且积分必须在整个平板范围内进行, 式 (6-31) 必须与动能 (式 (6-3)) 一起使用。则由式 (6-37), 有:

$$4 \int_0^c \int_0^d Z^2 dX dY = 4Z_0^2 cd \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{2}{15} - \frac{2}{15} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} \right) \quad (6-38)$$

将式 (6-38) 代入式 (6-3), 求振动板的动能:

$$T = 0.566Z_0^2 cd \rho \Omega^2 \quad (6-39)$$

因为谐振应变能必须等于动能, 式 (6-36) 必须等于式 (6-39):

$$\begin{aligned}64DZ_0^2 cd \left(\frac{1}{15c^4} + \frac{1}{9c^2 d^2} + \frac{1}{15d^4} \right) &= 0.566Z_0^2 cd \rho \Omega^2 \\ \Omega^2 &= \frac{64D}{0.566\rho} \left(\frac{1}{15c^4} + \frac{1}{9c^2 d^2} + \frac{1}{15d^4} \right)\end{aligned}$$

求解平板的固有频率, 有

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{5.31}{\pi} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{1}{15c^4} + \frac{1}{9c^2d^2} + \frac{1}{15d^4} \right) \right]^{1/2} \quad (6-40)$$

例题: 印制电路板的谐振频率

确定将经受 $2G$ 峰值正弦振动试验的矩形印制电路板的谐振频率。对低输入 G 水平, 将电路板看作是由其四周实现简单支撑的。该电路板具有均匀分布的 1lb 的重力, 其尺寸如图 6-7 所示。

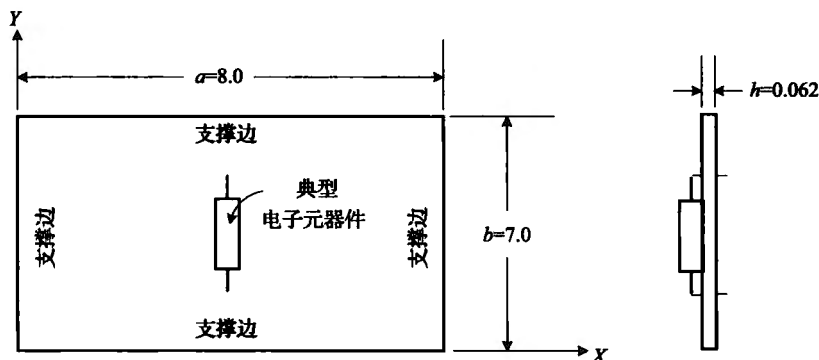


图 6-7 简单支撑矩形板的尺寸

解: 根据由三角方程导出的固有频率方程:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \quad (\text{见式}(6-21))$$

式中: $a=8.0\text{in}$ (板长);

$b=7.0\text{in}$ (板宽);

$W=1.0\text{lb}$ (板重量);

$g=386\text{in/s}^2$ (重力加速度);

$h=0.062\text{in}$ (板厚);

$E=2.0 \times 10^6\text{lb/in}^2$ (环氧玻璃纤维板);

$\mu=0.12$ (泊松比)。

我们有:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2 \times 10^6 \times (0.062)^3}{12 \times (1 - (0.12)^2)} = 40.1\text{lb} \cdot \text{in}$$

$$\rho = \frac{\text{质量}}{\text{面积}} = \frac{W}{gab} = \frac{1.0}{(386) \times (8.0) \times (7.0)} = 0.463 \times 10^{-4}\text{lb} \cdot \text{s}^2/\text{in}^3 = 0.463 \times 10^{-4}\text{lb/in}^2$$

代入式 (6-21), 有:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{40.1}{0.463 \times 10^{-4}} \right)^{1/2} \times \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{49} \right)$$

$$f_n = 52.6\text{Hz} \quad (6-41)$$

还可以根据利用多项方程导出的方程, 确定电路板的固有频率:

$$f_n = \frac{5.31}{\pi} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{1}{15c^4} + \frac{1}{9c^2d^2} + \frac{1}{15d^4} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{见式(6-40)})$$

式中: $D = 40.1 \text{ lbf} \cdot \text{in}$;

$$\rho = 0.463 \times 10^{-4} \text{ lb/in}^2;$$

$$c = a/2 = 8.0/2 = 4.0 \text{ in};$$

$$d = b/2 = 7.0/2 = 3.5 \text{ in}。$$

代入式 (6-40), 有:

$$f_n = \frac{5.31}{\pi} \left[\frac{40.1}{0.463 \times 10^{-4}} \times \left(\frac{1}{15 \times (4.0)^4} + \frac{1}{9 \times (4.0)^2 \times (3.5)^2} + \frac{1}{15 \times (3.5)^4} \right) \right]^{1/2}$$

$$f_n = 56.1 \text{ Hz} \quad (6-42)$$

6.6 瑞利法导出固有频率方程

瑞利法可以很方便地用于确定具有各种边界条件的矩形板的近似的固有频率。所需要的全部条件是假定偏移曲线满足特定平板偏移和倾角的几何边界条件。

考虑矩形平板四边全部固定的情况。在平板四边的偏移为 0, 而在其中心偏移最大。其倾角也是四边为 0, 中心为 0。如果利用三角方程来描述该平板, 则坐标轴可以放在板的边缘, 如图 6-8 所示。

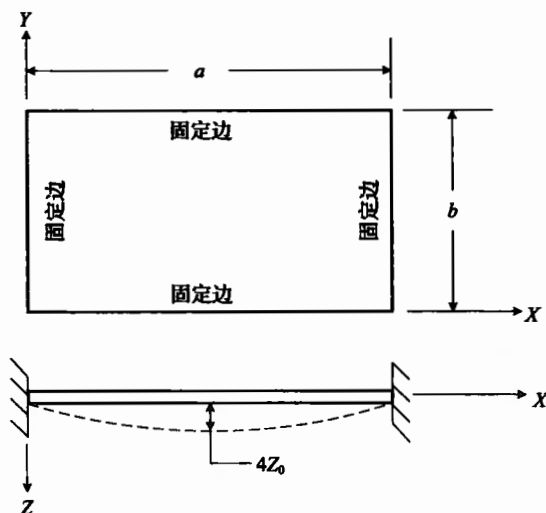


图 6-8 四边固定的矩形平板

能满足这些边界条件的三角方程是:

$$Z = Z_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi X}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi Y}{b} \right)$$

可以检查该偏移曲线, 以确定它能满足几何偏差要求:

当 $X=0$, $Y=0$ 时, $Z=0$;

当 $X=0$, $Y=b$ 时, $Z=0$;

当 $X=a$, $Y=b$ 时, $Z=0$;

当 $X=a/2$, $Y=b/2$ 时, $Z=4Z_0$ 。

现在可以检查该曲线, 以确定它能满足几何倾角要求。首先考虑沿 X 轴的倾角, 该倾角可以通过取 Z 对 X 的偏微分来确定:

$$\theta_x = \frac{\partial Z}{\partial X} = \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi X}{a} \left(1 - \cos \frac{2\pi Y}{b} \right)$$

于是: 当 $X=0$, $Y=b/2$ 时, $\theta_x=0$;

当 $X=a$, $Y=b/2$ 时, $\theta_x=0$;

当 $X=a/2$, $Y=b/2$ 时, $\theta_x=0$ 。

同样可以检查沿 Y 轴的倾角, 说明该曲线也将满足几何倾角要求。然后利用式(6-2)和式(6-3)求解应变能和动能, 基本频率方程变为:

$$f_n = \frac{\pi}{1.5} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{3}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{3}{b^4} \right) \right]^{1/2}$$

也可以利用多项式函数方程来描述四边固定的矩形平板。但该平板的坐标轴可以移到平板中心(见图6-9)。能满足这些边界条件的一个多项式函数方程是:

$$Z = Z_0 \left(1 - \frac{X^2}{c^2} \right)^2 \left(1 - \frac{Y^2}{d^2} \right)^2$$

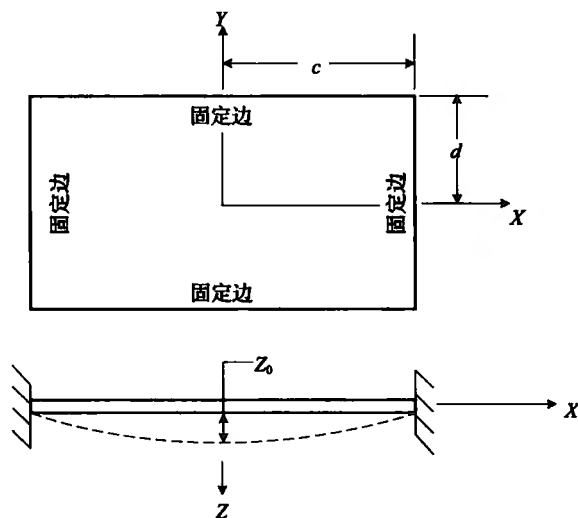


图6-9 各坐标轴在四边固定的平板的中心

由该多项式可导出下列固有频率:

$$f_n = \frac{1.96}{\pi} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{2.01}{c^4} + \frac{1}{c^2 d^2} + \frac{2.01}{d^4} \right) \right]^{1/2}$$

还可以利用三角函数或多项式函数导出有三个支撑边和一个自由边的矩形平板的固有频率。图6-10中示出了每块平板的坐标轴示意图, 以及分别利用三角函数和多项式函数表示的偏移方程和导出的固有频率方程。

利用三角函数或多项式函数可以对有自由边、支撑边和固定边组合的平板的偏移方程和导出的固有频率进行比较, 如图6-11和图6-12所示。

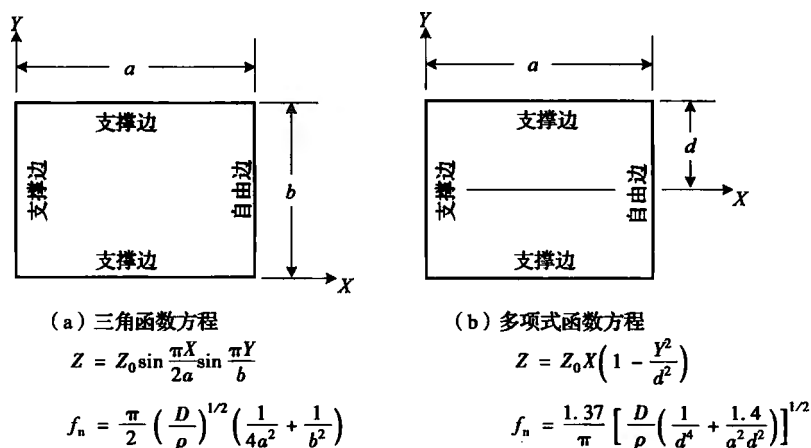


图 6-10 三个支撑边和一个自由边的平板

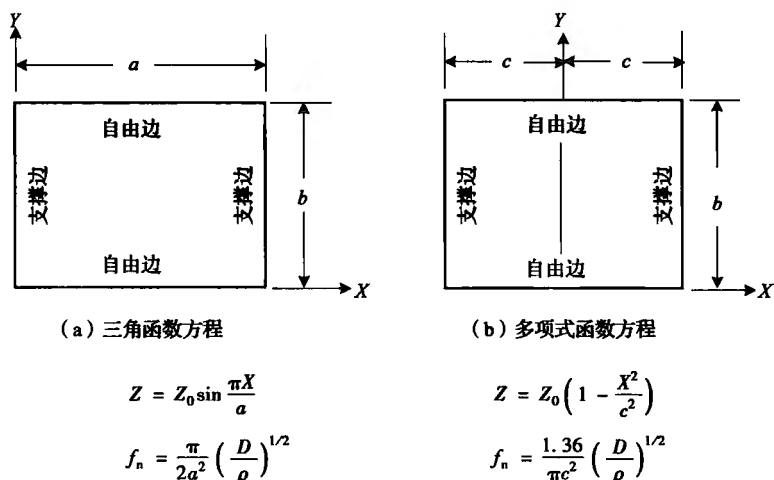


图 6-11 两对边自由和两对边支撑的平板

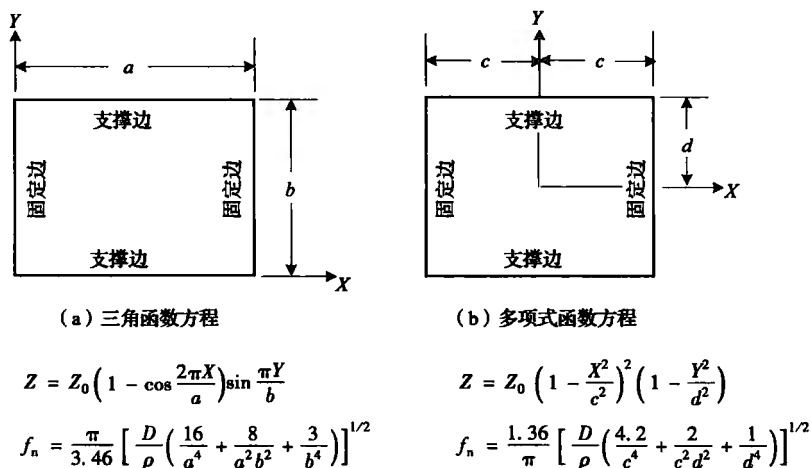


图 6-12 两对边固定和两对边支撑的平板

三角函数还可以与多项式函数综合成一个偏移方程,用以描述均匀矩形平板的偏移。例如,考虑两对边简单支撑而另两对边固定的平板,满足几何边界条件的坐标轴和偏移方程将如图6-13所示:

$$Z = Z_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi X}{a} \right) \left(1 - \frac{Y^2}{d^2} \right)$$

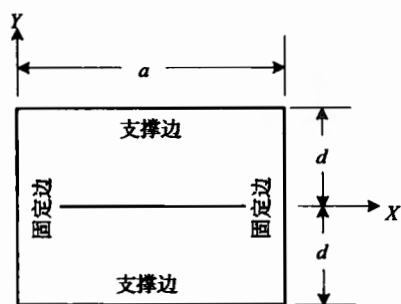


图6-13 三角函数和多项式函数的综合

人们为导出均匀的有各种边缘条件的矩形平板的固有频率方程,已经做了大量的工作。利特(Little)、瓦伯顿(Warburton)、劳拉(Laura)以及沙费尔(Saffel)利用三角级数和多项式级数做了大量工作,以确定不同平板的各种谐振模式。

如果仅希望了解匀质矩形平板的基本谐振模式,则可综合利用三角方程和多项方程的简化形式,(只是概略地)确定许多不同平板的基本谐振频率。图6-14~图6-16示出了有各种不同边界条件的平板的固有频率方程。

自由边	支撑边	固定边
方程	板	
$f_n = \frac{\pi}{11} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$		
$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{4a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$		
$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$		
$f_n = \frac{\pi}{5.42} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{3.2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{3} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{0.75}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{12}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{1.5} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{3}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{3}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{3.46} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{16}{a^4} + \frac{8}{a^2 b^2} + \frac{3}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		

图6-14 匀质板的固有频率方程

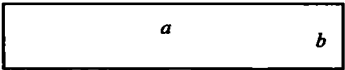
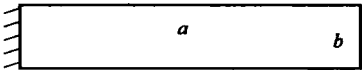
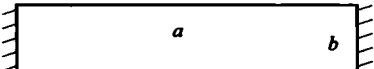
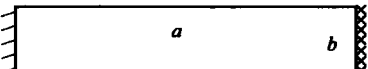
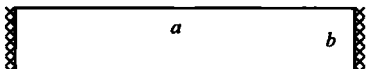
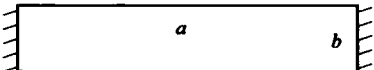
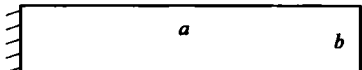
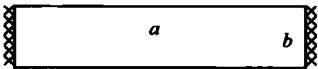
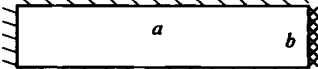
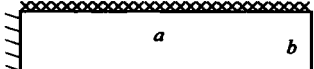
自由边	支撑边	固定边
方程	板	
$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{2.08}{a^2 b^2} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{0.56}{a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$		
$f_n = \frac{3.55}{a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$		
$f_n = \frac{0.78\pi}{a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{2a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{1.74} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{4}{a^4} + \frac{1}{2a^2 b^2} + \frac{1}{64b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{0.127}{a^4} + \frac{0.20}{a^2 b^2} \right) \right]^{1/2}$		

图 6-15 匀质板的固有频率方程

自由边	支撑边	固定边
方程	板	
$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{0.608}{a^2 b^2} + \frac{0.126}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{2.45}{a^4} + \frac{2.90}{a^2 b^2} + \frac{5.13}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		
$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{0.127}{a^4} + \frac{0.707}{a^2 b^2} + \frac{2.44}{b^4} \right) \right]^{1/2}$		

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{2.45}{a^4} + \frac{2.68}{a^2 b^2} + \frac{2.45}{b^4} \right) \right]^{1/2}$$

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{D}{\rho} \left(\frac{2.45}{a^4} + \frac{2.32}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right) \right]^{1/2}$$

$$f_n = \frac{4.50}{\pi a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$f_n = \frac{1.13}{a^2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2}$$

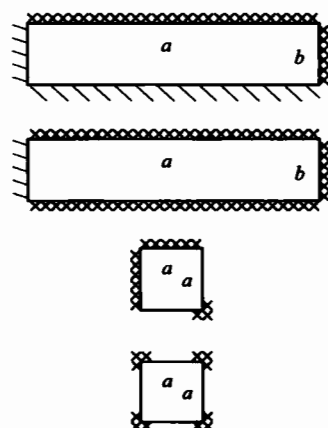


图 6-16 匀质板的固有频率方程

6.7 电路板中的动态应力

当电路边缘为简单支撑时,通过考虑加在电路板表面上的以正弦载荷形式变化的动态载荷的谐振条件,可以确定一均匀载荷印制电路板的动态弯曲应力。此项工作可在确定其相对动态偏移后接着进行,这些动态偏移在平板中心最大,在边缘为0(见图6-17)。

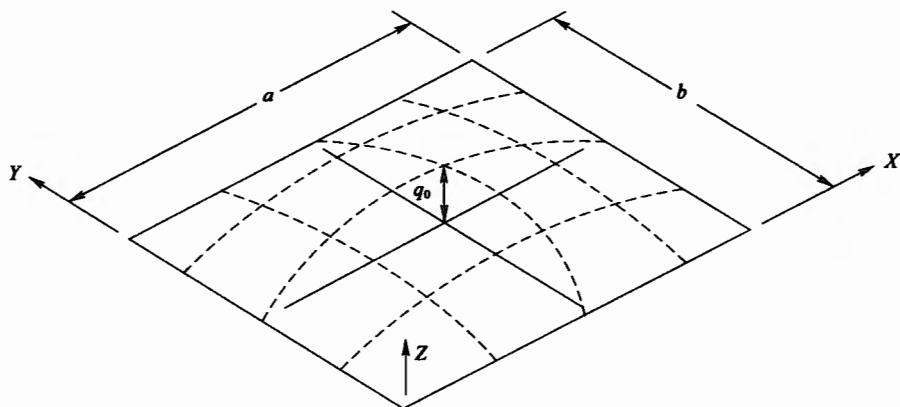


图 6-17 电路板的动态偏移模式

任一点的载荷强度可以满足边界条件的三角级数形式表达:

$$q = q_0 \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b}$$

该电路板偏移的微分方程则可变为:

$$\frac{\partial^4 Z}{\partial X^4} + 2 \frac{\partial^4 Z}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4 Z}{\partial Y^4} = \frac{q_0}{D} \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-43)$$

电路板在任一点的偏移也可以通过一个类似于式 (6-1) 的三角方程来表示:

$$Z = A \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-44)$$

对式 (6-44) 进行式 (6-43) 所要求的运算, 有:

$$\frac{\partial^4 Z}{\partial X^4} = \frac{\pi^4}{a^4} A \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-45)$$

$$\frac{\partial^4 Z}{\partial Y^4} = \frac{\pi^4}{b^4} A \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-46)$$

$$\frac{\partial^4 Z}{\partial X^2 \partial Y^2} = \frac{\pi^4}{a^2 b^2} A \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (6-47)$$

通过将式 (6-45) ~ 式 (6-47) 代入式 (6-43), 可以确定偏移形状因子 A :

$$A = \frac{q_0}{\pi^4 D \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right)} \quad (6-48)$$

将式 (6-48) 代入式 (6-44), 且在电路板上任一点的偏移为:

$$Z = \frac{q_0 \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b}}{\pi^4 D \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right)}$$

最大偏移 Z_0 将出现在电路板中心, 此处 $X = a/2$, $Y = b/2$ 。将它们代入上述方程得到:

$$Z_0 = \frac{q_0}{\pi^4 D \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right)} \quad (6-49)$$

假定在其基本谐振模式下, 电路板可看作是一个单自由度系统, 则最大动态位移可以通过式 (2-30) 近似如下:

$$Z_0 = \frac{9.8 G_{\text{out}}}{f_n^2}$$

将此方程代入式 (6-49), 并求解最大动态压力强度 q_0 如下:

$$q_0 = \frac{9.8 G_{\text{out}} \pi^4 D}{f_n^2} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right) \quad (6-50)$$

平板刚度因子 D 可以根据匀质简单支撑矩形平板的固有频率方程式 (6-21) 求得:

$$D = \frac{4 f_n^2 \rho}{\pi^2 \left(\frac{1}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right)} \quad (6-51)$$

将式 (6-51) 代入式 (6-50), 在平板中心最大动态载荷强度简化为如下方程:

$$q_0 = \frac{W G_{\text{out}}}{ab} \quad (6-52)$$

矩形电路中最大的动态弯矩将发生在其中心。沿较短的板边尺寸 b 部分的弯矩必然较大。其弯矩值为 M_y , 因为该力矩是沿 Y 轴的弯矩。最大弯矩变为:

$$M_y = \frac{q_0 \left(\frac{\mu}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)}{\pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} \quad (6-53)$$

例题：PCB 中的振动应力

确定重力为 1lbf，尺寸为 7.0in × 8.0in × 0.0062in（厚）的环氧玻璃纤维板 PCB，当它暴露在 2G 峰值正弦振动输入，其传输率 Q 为 8.0 的动态弯曲应力（见图 6-7）。

解：代入式（6-53），求解动态弯曲力矩，式中：

$a = 8.0\text{in}$ （板长）；

$b = 7.0\text{in}$ （板宽）；

$G_{\text{out}} = G_{\text{in}} Q = (2) \times (8.0) = 16$ （中心部位）；

$W = 1.0\text{lbf}$ （板重力）；

$\mu = 0.12$ （G-10 型环氧玻璃纤维板的泊松比）；

$q_0 = \frac{WG_{\text{out}}}{ab} = (1.0) \times (16) \times (8.0) \times (7.0) = 0.286\text{lbf/in}^2$ ；

代入式（6-53）求解弯曲力矩，我们有：

$$M_y = \frac{0.286 \left(\frac{0.12}{64} + \frac{1}{49} \right)}{\pi^2 \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{49} \right)^2} = 0.496\text{in} \cdot \text{lbf/in} \quad (6-54)$$

平板中心的动态弯曲应力则可根据标准平板方程确定。因为印制电路板通常有许多用于穿过器件引线的小孔，故应利用应力集中因子：

$$S_b = \frac{6K_t M_y}{h^2} \quad (6-55)$$

式中： $M_y = 0.496\text{in} \cdot \text{lbf/in}$ （见式（6-54））；

$h = 0.062\text{in}$ （电路板厚度）；

$K_t = 3.0$ （电路板中小孔的理论应力集中因子）。

代入上述方程：

$$S_b = \frac{6 \times (3.0) \times (0.496)}{(0.062)^2} = 2320\text{lbf/in}^2 \quad (6-56)$$

检查 G-10 型环氧玻璃纤维板疲劳 $S-N$ 曲线（应力—循环数曲线），说明电路板在这样低的应力下绝不会出现故障。

6.8 印制电路板上的加强肋

如果没有明显的重量增加，而提高了印制电路板的刚度的话，则其固有频率也将提高，且电路板中心的偏移将迅速减小。电路板偏移的减小意味着振动期间电气引线和电路板应力会降低。提高电路板刚度的一个简单的方法就是增加加强肋。如果加强肋是用薄钢、紫铜或黄铜制成的，它们可黏结或焊接在电路板的覆铜层上。这就形成一个很硬的截

面,因为这些材料的弹性模量较高。这种加强肋可以在支撑之间进行根切,以使加强肋下面的印制电路既可以工作而又不会引起电气短路。

考虑图 6-7 所示的印制电路板,如果两根钢筋条是沿长度方向以对称形式焊接到电路板上的,则该电路板如图 6-18 所示。

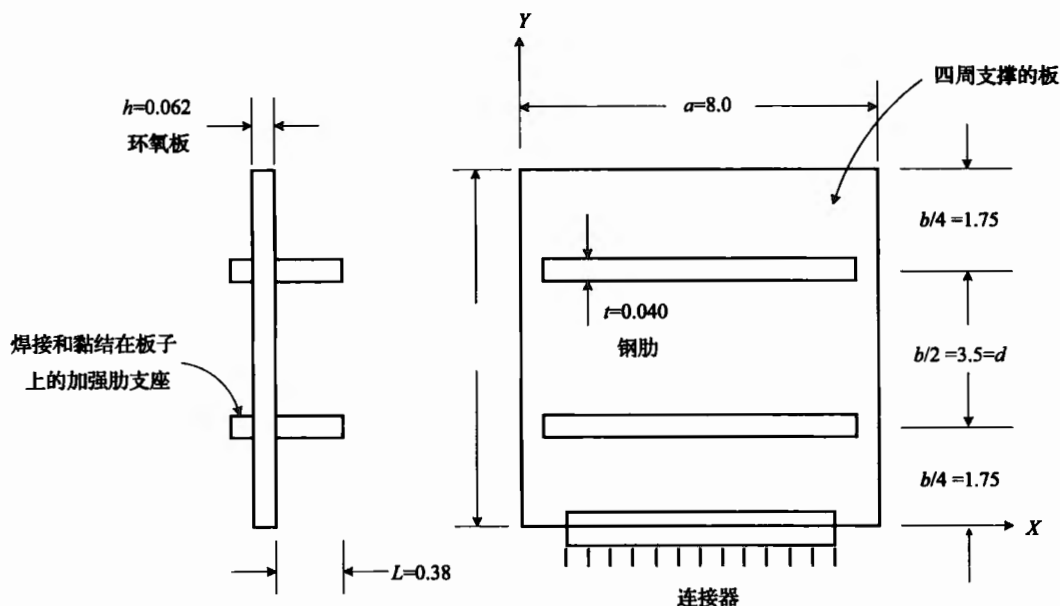


图 6-18 焊接到电路板上的加强肋

如果用 2G 峰值正弦振动输入去激励电路板,并将板看成是通过其四边作简单支撑的。如果采用高得多的 G 力(如 10G),则连接器边缘的作用可能更像一个自由边。

可以通过将式(6-21)稍作改进,以考虑沿 X 轴和 Y 轴的刚度不同来确定四边简单支撑的有加强肋的电路板的固有频率。固有频率方程可写成如下形式:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{D_x}{a^4} + \frac{4D_{xy}}{a^2b^2} + \frac{D_y}{b^4} \right) \right]^{1/2} \quad (6-57)$$

式中, D_x 是复合板沿 X 轴的弯曲刚度, D_y 是沿 Y 轴的弯曲刚度。因为电路板加强肋是平行于 X 轴的,所以它们会提高沿 X 轴的弯曲刚度,而沿 Y 轴的弯曲刚度没有提高。板肋组合件的扭转刚度则用 D_{xy} 表示。

如果加强肋是以对称形式装在电路板一面的,则可利用一个 T 形截面的惯性矩去计算其沿 X 轴的弯曲刚度。使用表格(见表 6-2 和表 6-3)可使示于图 6-19 的复合 T 形截面惯性矩的计算比较容易进行。

表 6-2 复合 T 形截面的惯性矩计算

项目	面积 A	$E/(\times 10^6)$	Z	$AE/(\times 10^6)$	$AEZ/(\times 10^6)$	$I_0/(\times 10^{-3})$
1	0.2170	2.0	0.031	0.434	0.0134	$[3.5 \times (0.062)^3]/12 = 0.070$
2	0.0152	29.0	0.252	0.441	0.1110	$[0.040 \times (0.380)^3]/12 = 0.183$
总计				0.875	0.1244	

表 6-3 复合 T 形截面的弯曲刚度计算

项目	$EI_0 / (\times 10^3)$	c	c^2	$AEc^2 / (\times 10^3)$
1	0.140	0.111	0.0123	5.34
2	5.310	0.110	0.0121	5.34
总计	5.450			10.68

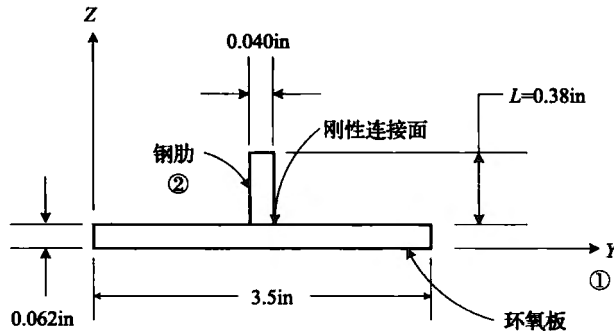


图 6-19 焊接到电路板上的加强肋截面尺寸

T 形截面的矩心位于:

$$\bar{Z} = \frac{\sum AEZ}{\sum AE} = \frac{0.1244 \times 10^6}{0.875 \times 10^6} = 0.142\text{in}$$

T 形截面的弯曲刚度是:

$$\sum EI = EI_0 + AEc^2 = 5.45 \times 10^3 + 10.68 \times 10^3 = 16.13 \times 10^3 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2 \quad (6-58)$$

带加强肋电路板沿 X 轴的弯曲刚度是:

$$D_x = \frac{EI}{d} \quad (6-59)$$

式中: $EI = 16.13 \times 10^3 \text{ lbf} \cdot \text{in}^2$ (见式 (6-58));

$d = b/2 = 3.5\text{in}$ (见图 6-18)。

代入上式, 有:

$$D_x = 16.13 \times 10^3 / 3.5 = 4610 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (6-60)$$

其沿 Y 轴的弯曲刚度将与环氧板大致相同:

$$D_y = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (6-61)$$

式中: $E = 2 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (G-10 环氧玻璃纤维板);

$h = 0.062\text{in}$ (电路板厚度);

$\mu = 0.12$ (泊松比)。

代入上式, 有:

$$D_y = \frac{(2 \times 10^6) \times (0.062)^3}{12 \times [1 - (0.12)^2]} = 40.2 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (6-62)$$

通过考虑一个单位板宽以及一个加强肋 (见图 6-19), 可以确定扭转刚度。下标 e

和 r 分别表示环氧板和加强肋:

$$D_{xy} = G_e J_e + \frac{G_r J_r}{2d} \quad (6-63)$$

式中: $G_e = 0.90 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (环氧玻璃纤维板的剪切模量);

$$J_e = \frac{h^3}{3} = \frac{(0.062)^3}{3} = 79.3 \times 10^{-6} \text{ in}^3 \text{ (环氧玻璃纤维板的单位扭转刚度);}$$

$$G_r = 12 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2 \text{ (钢肋的剪切模量);}$$

$$J_r = \frac{L^3}{3} = \frac{(0.38) \times (0.040)^3}{3} = 8.10 \times 10^{-6} \text{ in}^4 \text{ (钢肋的扭转刚度);}$$

$$d = \frac{b}{2} = 3.5 \text{ in (肋间距, 见图 6-18)}.$$

代入上式, 有:

$$D_{xy} = (0.90 \times 10^6) \times (79.3 \times 10^{-6}) + \frac{(12 \times 10^6) \times (8.1 \times 10^{-6})}{2 \times (3.5)} = 85.3 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (6-64)$$

在增加两条钢肋的情况下, 电路板重力将会增加到 1.06 lbf 。每单位面积的质量将变为:

$$\rho = \frac{\text{质量}}{\text{面积}} = \frac{W}{gab} = \frac{1.06}{(386) \times (8.0) \times (7.0)} = 0.490 \times 10^{-4} \text{ lb/in}^2 \quad (6-65)$$

通过将式 (6-60)、式 (6-62)、式 (6-64) 和式 (6-65) 代入式 (6-57), 可以确定有两条加强肋的电路板的固有频率:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{0.490 \times 10^{-4}} \times \left[\frac{4610}{(8.0)^4} + \frac{4 \times (85.3)}{(8.0)^2 \times (7.0)^2} + \frac{40.2}{(7.0)^4} \right] \right\}^{1/2} = 251 \text{ Hz} \quad (6-66)$$

由式 (6-66) 可以看出, 有两个加强肋的电路板的固有频率约为 251 Hz 。但因为电路板两肋之间的中心截面只有图 6-18 所示的 0.062 in 厚, 有可能该截面会产生一个低于 251 Hz 的谐振。通过将电路板肋间中心截面看作是一个简单支撑的矩形板, 可以对这一点进行检查。式 (6-21) 可以用于确定固有频率如下:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \text{ (见式(6-21))}$$

式中: $a = 8.0 \text{ in}$ (板长);

$b = 3.5 \text{ in}$ (板宽);

$D = 40.2 \text{ lbf} \cdot \text{in}$;

$\rho = 0.463 \times 10^{-4} \text{ lb/in}^2$ 。

代入上式, 有:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{40.1}{0.463 \times 10^{-4}} \right)^{1/2} \times \left[\frac{1}{(8.0)^2} + \frac{1}{(3.5)^2} \right] = 142 \text{ Hz} \quad (6-67)$$

因为非刚性中心截面的固有频率只有 142 Hz , 可能必须增加第三个加强肋, 以便将电路板基本谐振频率提高到 251 Hz 。

当电路板的基本谐振频率增加到 251Hz 时,电路板的传输率也将增大。考虑电路板的几何尺寸和安装形式,如果采用有 2G 峰值的传输入振动加速度,谐振时的传输率将稍高于固有频率的平方根,见本书 6.3 节中所述。在许多电路板上进行的振动试验数据表明,传输率与固有频率的关系如下:

$$Q = 1.2(f_n)^{1/2} = 1.2 \times (251)^{1/2} = 19.0$$

通过将带肋电路板近似地看作是一个单自由度系统,则在其基本谐振模式中,根据式 (2-30) 可以确定该电路板中心的动态偏移:

$$\delta_r = \frac{9.8 G_{in} Q}{f_n^2}$$

式中: $G_{in} = 2.0G$ (峰值输入加速度);

$Q = 19.0$ (谐振时的传输率);

$f_n = 251\text{Hz}$ (带肋板的固有频率)。

于是

$$\delta_r = \frac{(9.8) \times (2.0) \times (19.0)}{(251)^2} = 0.00591\text{in} \quad (6-68)$$

当电路板偏移减小时,装在电路板上的电子元器件在它们的电气引线中将经受较低的应力。

这些应力与基本谐振模式下的电路板偏移成正比。这就意味着,偏移可以用于成正比地确定增加加强肋时在电路板器件中产生的新的应力。

6.9 用螺钉固定到电路板上的加强肋

在螺接组件上进行的大量的振动表明,主结构谐振期间螺接接点将会有相当大的相对运动。这种相对运动可能增加系统的阻尼,并降低谐振时的传输率。它还会降低结构的刚度,并有降低固有频率的趋势。两个螺接接触面保持刚性的能力是接点刚度、螺钉数量、螺钉尺寸、螺钉力矩、接触面条件、振动力以及振动频率的函数。

采用螺接效率因子可很方便地建立试验数据与理论分析间的关系。这种效率因子将在 0% (针对没有物理连接的接点而言) 到 100% (针对接点为硬焊点而言) 之间变化。对螺接接点类型的评价常会发现,在必须传送交变载荷的支架、盖板、加强肋和加强条一类电子部件,机载电子结构用的螺接接点的典型效率因子是 25% 左右。对于有大的且间距又近的螺钉紧固的小型片状金属板来说,其螺接效率因子可能高达 50%,对于有转 90° 快卸紧固件的大的片状金属板来说,该因子将下降到 10%。

利用螺接效率因子,可以确定带螺接加强肋的印制电路板的固有频率。例如,图 6-19 所示的电路板上的加强肋是螺接而不是焊接到电路板上的,所形成的通过一个肋的 T 形截面,将类似于图 6-19 所示的截面,但螺接接触面的效率不同。通过将该肋的有效刚度降低到其真实刚度的 25% (见图 6-20),分析表明这种螺接接点的效率因子为 25%。

利用表 6-4 和表 6-5,将可以确定带螺接加强肋的复合 T 形截面的惯性矩。注意因为考虑到 25% 的螺接效率因子,加强肋的等效厚度已从 0.040in 降低到 0.010in。

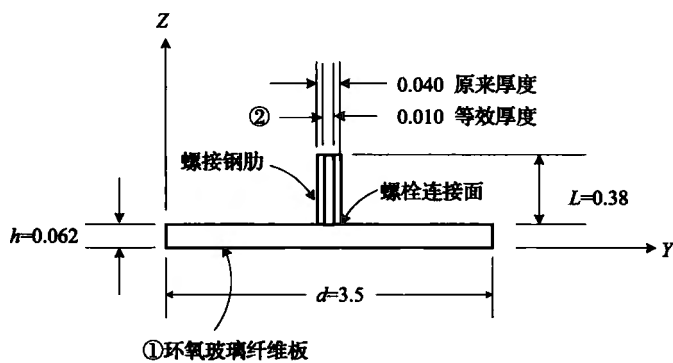


图 6-20 螺接到电路板上的肋截面的尺寸

表 6-4 带加强肋的复合 T 形截面的惯性矩计算

项目	面积 A	E/ (× 10 ⁶)	Z	AE/ (× 10 ⁶)	AEZ/ (× 10 ⁶)	I ₀ / (× 10 ⁻³)
1	0.2170	2.0	0.031	0.434	0.0134	[3.5 × (0.062) ³]/12 = 0.070
2	0.0038	29.0	0.252	0.110	0.0277	[0.010 × (0.380) ³]/12 = 0.046
总计				0.544	0.0411	

表 6-5 带加强肋的复合 T 形截面的弯曲刚度计算

项目	EI ₀ / (× 10 ³)	c	c ²	AEc ² / (× 10 ³)
1	0.140	0.0446	0.00199	0.864
2	1.335	0.1764	0.0311	3.420
总计	1.475			4.284

T 形截面的矩心位于：

$$\bar{Z} = \frac{\sum AEZ}{\sum AE} = \frac{0.0411 \times 10^6}{0.544 \times 10^4} = 0.0756\text{in}$$

T 形截面的弯曲刚度是：

$$\sum EI = EI_0 + AEc^2 = 1.475 \times 10^3 + 4.28 \times 10^3 = 5.76 \times 10^3 \text{lbf} \cdot \text{in}^2 \quad (6-69)$$

有螺接加强肋的电路板沿 X 轴的弯曲刚度是：

$$D_x = \frac{EI}{d}$$

式中： $EI = 5.76 \times 10^3 \text{lbf} \cdot \text{in}^2$ （见式（6-69））；

$d = b/2 = 3.5\text{in}$ （见图 6-18）。

代入上式有

$$D_x = 5.76 \times 10^3 / 3.5 = 1645 \text{lbf} \cdot \text{in} \quad (6-70)$$

沿 Y 轴的弯曲刚度将与式（6-62）给出的环氧板的弯曲刚度大致相同，为：

$$D_y = 40.2 \text{lbf} \cdot \text{in} \quad (6-71)$$

通过考虑图 6-20 所示的一个单位板宽以及一个加强肋的螺接 T 形截面，可以确定该

截面的扭转刚度。下标 e 和 r 分别表示环氧板和加强肋。

$$D_{xy} = G_e J_e + \frac{G_r J_r}{2d} \quad (\text{见式(6-63)})$$

式中: $G_e = 0.90 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (环氧玻璃纤维板的剪切模量);

$$J_e = h^3/3 = (0.062)^3/3 = 79.3 \times 10^{-6} \text{ in}^3;$$

$$G_r = 12 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2 \quad (\text{钢肋的剪切模量});$$

$$J_r = Lt^3/3 = [(0.38) \times (0.010)^3]/3 = 0.126 \times 10^{-6} \text{ in}^4;$$

$$d = b/2 = 3.5 \text{ in} \quad (\text{肋间距, 见图 6-18}).$$

代入上式, 有:

$$D_{xy} = (0.90 \times 10^6) \times (79.3 \times 10^{-6}) + \frac{(12 \times 10^6) \times (0.126 \times 10^{-6})}{2 \times (3.5)} = 71.6 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (6-72)$$

如果印制电路板重力没有改变, 每单位面积的质量也将与式(6-65)相同。有螺接加强肋的电路板的固有频率则可通过将式(6-70) ~ 式(6-72)和式(6-65)代入式(6-57)确定:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{0.490 \times 10^{-4}} \times \left(\frac{1645}{(8.0)^4} + \frac{4 \times (71.6)}{(8.0)^2 \times (7.0)^2} + \frac{40.2}{(7.0)^4} \right) \right]^{1/2} = 160 \text{ Hz} \quad (6-73)$$

因为图 6-18 所示的两肋之间的电路板截面中心是未紧固的, 因此在这一部分产生的谐振频率有可能低于 160Hz。这一部分的固有频率可以近似地看作是一个简单支撑矩形板来进行上述检查。这些检查结果见式(6-67), 它给出的固有频率是 142Hz。如果要求 160Hz 的固有频率, 则可能必须在电路板上螺接第三个加强肋。

还可以根据式(2-30), 通过将电路板在谐振时将其近似地看成是一个单自由度系统再一次确定有螺接加强肋的电路板中心的偏移。由于加强肋接触面和螺螺接触面上存在附加的阻尼, 有螺接肋产生的传输率应比有焊接肋产生的传输率稍小。利用 2G 峰值正弦振动输入在几组电路板上进行的振动试验数据表明, 其传输率与其固有频率有如下近似的关系:

$$Q = \sqrt{f_n} = \sqrt{160} = 12.7$$

代入式(2-30), 有螺接肋的单振幅位移变为:

$$\delta_r = \frac{9.8 G_{in} Q}{f_n^2} = \frac{9.8 \times (2.0) \times (12.7)}{(160)^2} = 0.00972 \text{ in} \quad (6-74)$$

电路板位移是重要的, 因为它们可以用于估算或改变装在电路板上的电子元件的疲劳寿命。

6.10 在两个方向有加强肋的印制电路板

如果有两组加强肋以对称形式固定到电路板的一面, 则必须分析 T 形截面, 以确定沿 Y 轴和沿 X 轴的弯曲刚度 (见图 6-21)。

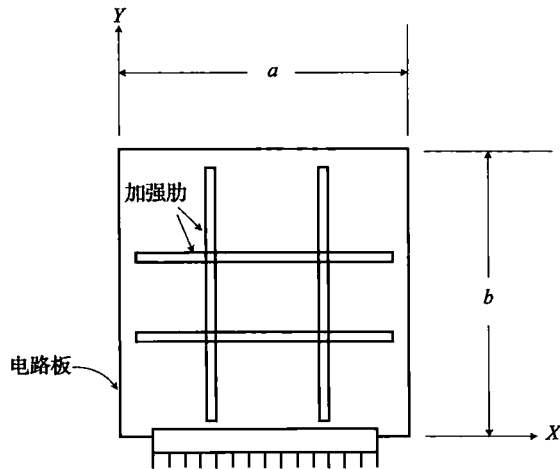


图 6-21 在两个方向上有加强肋的电路板

而且，必须检查肋间的每一部分平板，以确认每一部分的固有频率均高于包括加强肋在内的整个平板的固有频率。

6.11 用肋加固平板和电路板的正确应用

如果不能正确使用加强肋的话，它们就不会增加平板或电路板的刚度。为使加强肋有效，它必须带有载荷。因为所有载荷最终都必须传输到支撑上，所以当加强肋带有一个直接加到支撑上的载荷时，它就是最有效的。

例如，考虑一个两对边为简单支撑而另外的两对边为自由边的方形平板。如果肋是通过连接两个自由边加到平板上的，那么这两个肋就没有将载荷直接加到支撑上，并且这两个肋也不能很有效地固定平板。如果肋是通过连接两个支撑边加到平板上的（见图 6-22），那么这两个也就将能载荷直接加到支撑上，并且它们会很有效地固定平板。

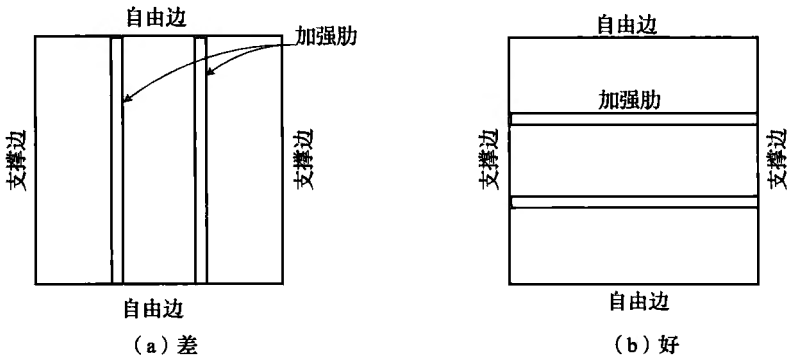


图 6-22 有效固定平板的附加肋

如果肋不能直接加到支撑上，则应提供一个辅助构件以便将载荷加到支撑上，以使肋更为有效。例如，考虑一个三边有简单支撑而第四边为自由边的方形平板。如果肋的端点

必须加到平板的自由边上,则应在其自由边横放一个附加肋,作为辅助构件,它可将载荷加到支撑上(见图6-23)。

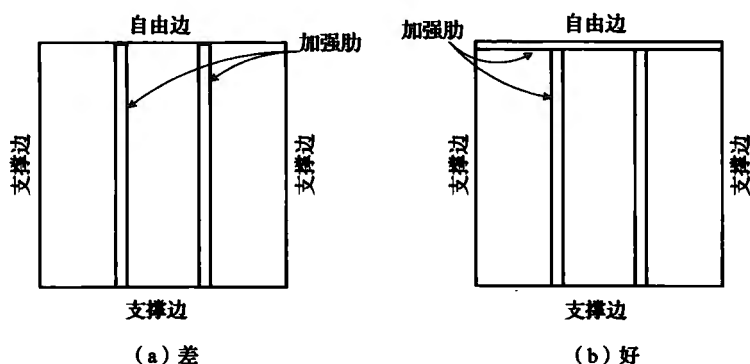


图6-23 增加附加肋以固定平板

6.12 快速估算电路板要求的肋间距的方法

布鲁翰(Bruhn)提出了一种快速估算平板所要求的加强肋间距的方法。他使用了基于平板厚度的加强肋间距准则。肋材料的刚度(或弹性模量)至少应等于或大于平板材料的刚度。肋的高度、厚度及其与连接平板的设计,均须考虑增加足够的组装刚度,以便明显减小在平板经受横向载荷时的位移。图6-24示出了能够加强肋的有效平板宽度 B 为 $30t$ (这里 t 是平板厚度)。对于金属肋来说,所要求的肋高约从0.25in(适用于大约4in见方的小型PCB)变化到0.50in(适用于大约10in见方的大型PCB)。

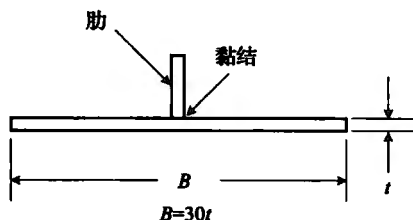


图6-24 带加强肋的匀质平板的有效宽度 B

对于图6-18和图6-19中的示例中的图案的检查表明,肋位于3.5in宽的PCB截面的中心。当应用布鲁翰准则确定间距时,允许的PCB平板宽度应限制为下述数值:

$$B = 30t = 30 \times (0.062) = 1.86\text{in} \quad (6-75)$$

这种快速近似法的明显结论是:图6-18和图6-19中的肋间距是不适当的。要达到式(6-66)所示的251Hz的固有频率就需要更坚固的肋。在式(6-66)和式(6-73)后的大量讨论,得到的结论是相同的。

如果给PCB增加图6-25所示的第三个肋,与每个肋相关联的有效平板宽度将变为2.33in。该宽度仍然大于式(6-75)所示的1.86in的最大平板宽度。这就意味着,即使在PCB上有三个肋,其固有频率仍然稍稍低于所希望的251Hz的水平。如果PCB的厚度增加到大约0.0776in,有效允许平板宽度将如下所示:

$$B = 30t = 30 \times (0.0776) = 2.33\text{in} \quad (6-76)$$

2.33in的希望平板宽度就能与图6-25所示的三个加强肋的平板宽度相匹配了。

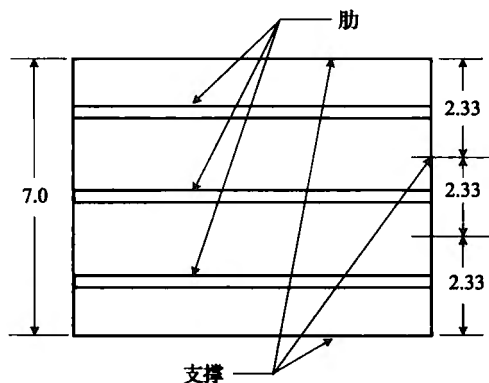


图 6-25 为达到有效的电路板频率而推荐的加强肋位置

6.13 有不同支撑的不同形状 PCB 的固有频率

在 PCB 的固有频率受到激励的任何时刻，各种问题均可能发生：电气引线、焊点、连接器插针会损坏；间隔靠近的 PCB 会互相碰撞并引起短路；螺钉会变松。目前大多数 PCB 都做成矩形。这些 PCB 中，有些做成插入式，而其他一些则用螺栓固定在某种支撑上。在技术文献中很容易求得带有各种制成的匀质矩形板和 PCB 的固有频率。但是，在电子设备中使用的一些不常见的新的应用已经大大增加，它们常常要求带有新支撑方式的新形状。而可供用于求取带有不同边缘和点支撑的奇形平板和 PCB 的固有频率的数据是很少的。带有有限元分析方法（FEM）软件程序的计算机可用于计算带有不同形状和支撑的平板的固有频率和模态（mode shape）。当有权使用计算机，操作者熟悉 FEM 软件，并且时间也充裕时，奇形平板和 PCB 是易于评价的。但当时间很短，并且没有计算机可供使用时，这里展现的分析方法能够很方便地用于求取某些奇形 PCB 的固有频率。

这里展现的分析方法能够用于理智地检查奇形平板的 FEM 分析结果。当厌倦进行计算机分析时，尤其正好在午饭后或傍晚时分，很容易出现数据输入错误。在计算机上一个错误数据输入错误会毁掉几周甚至是几个月的努力工作，此外，要定位和纠正错误数据的进入点常常是非常困难的。

已经利用计算机计算了带有不同支撑的各种形状的 PCB 的固有频率。图 6-26 ~ 图 6-29 示出了不同形状的 PCB 前三阶固有频率的结果。第一个数值是基本频率或最低的固有频率，而后两个数值是更高的谐振频率。大多数振动和冲击损伤通常会在其最低的固有频率上发生，因为该频率下的动态位移是最大的。较高的谐振通常具有较小的位移，因此产生的损伤也较小。为便于参考，将这些频率以图表形式列出。这些频率是厚度为 0.10in 的环氧玻璃纤维板 PCB（其面积为 24in²，密度为 0.208lb/in³）的频率。这就使得不同形状的 PCB 具有稍微不同的尺寸。其密度基础是完全组装的 PCB 的总重量。它包括全部电子部件的元器件以及裸露的环氧电路板的重量。密度的基础是总重量除以环氧板自身的体积。PCB 的形状是图 6-26 ~ 图 6-29 所示的每种形状带有 16 种不同支撑安排的矩形、六边形、三角形和圆形。

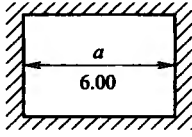
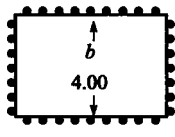
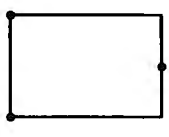
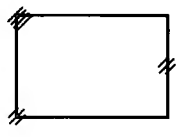
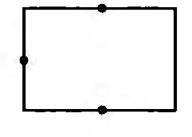
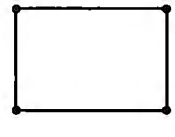
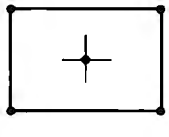
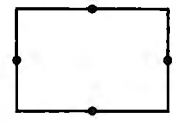
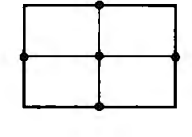
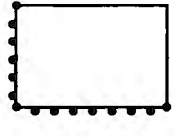
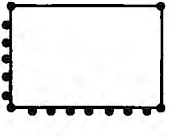
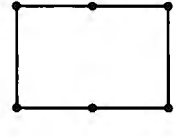
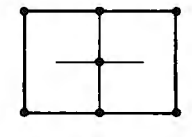
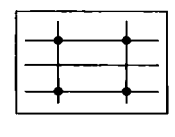
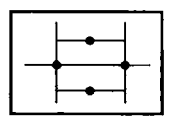
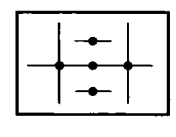
情况1  (1) 450.60Hz (2) 647.31 (3) 887.04	情况2  243.10Hz 452.94 731.52	情况3  72.21Hz 123.16 208.36	情况4  111.27Hz 136.32 252.29
情况5  (1) 72.12 (2) 200.80 (3) 223.21	情况6  71.78 174.72 210.68	情况7  174.72 210.68 243.48	情况8  217.88 270.59 278.93
情况9  (1) 270.59 (2) 278.93 (3) 281.00	情况10  42.81 164.27 275.81	情况11  107.72 225.38 343.32	情况12  164.74 217.30 342.75
情况13  (1) 217.30 (2) 255.83 (3) 423.79	情况14  142.20 212.87 305.91	情况15  160.49 166.69 176.11	情况16  160.49 176.11 178.21
自由边 支撑边 固定边 点支撑			

图 6-26 带有不同支撑类型的匀质矩形平板的固有频率图

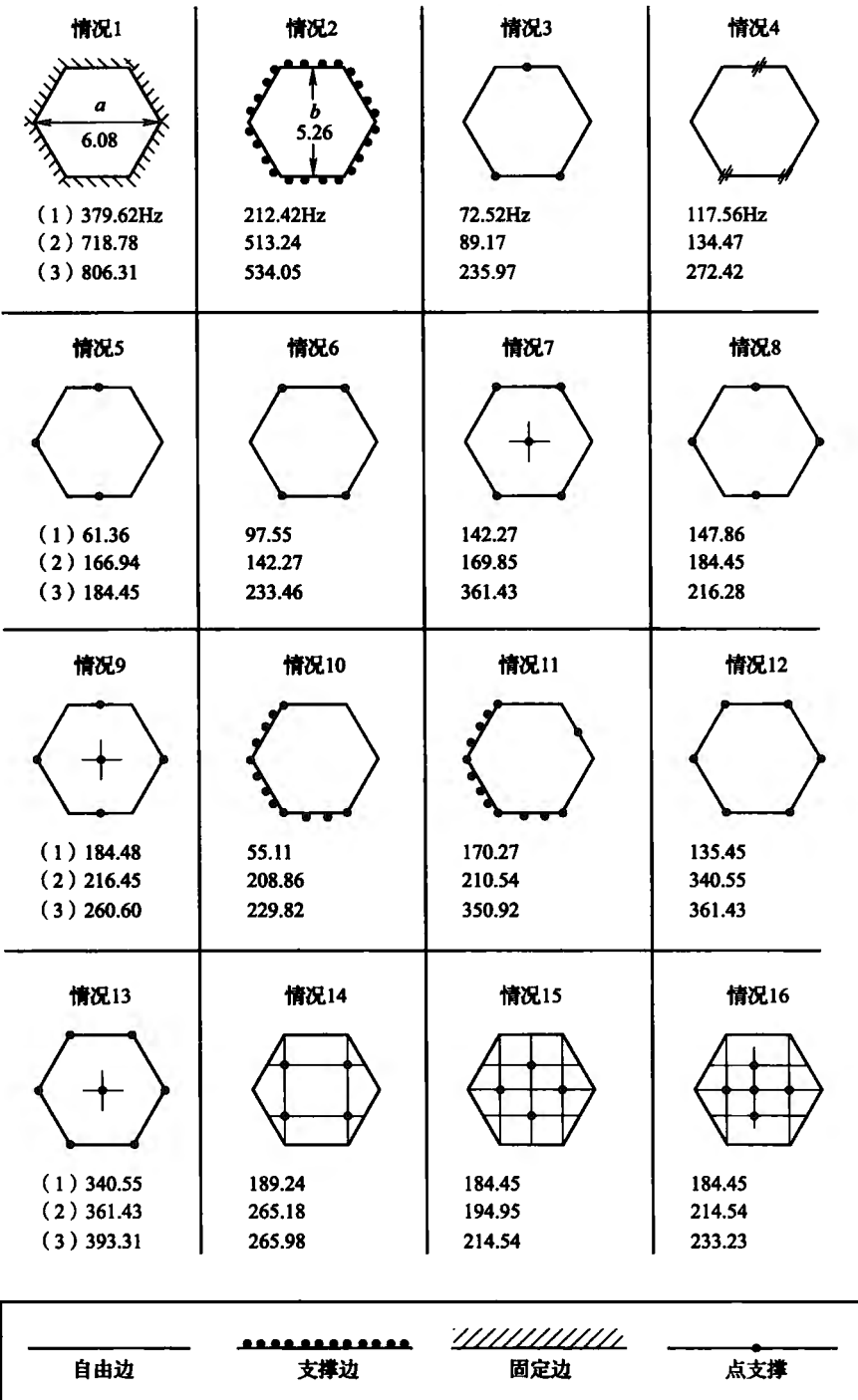
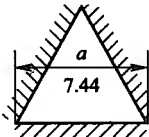
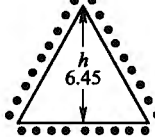
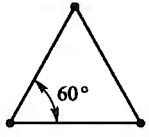
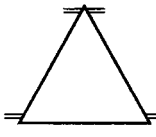
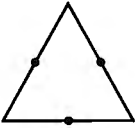
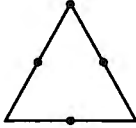
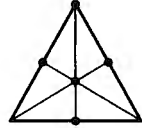
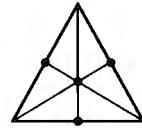
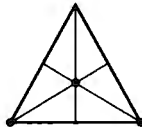
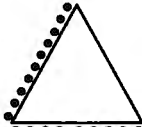
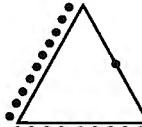
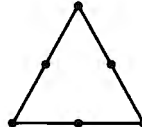
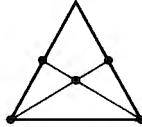
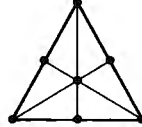
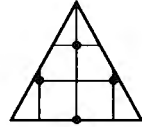
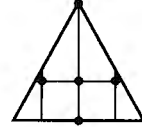


图 6-27 带有不同支撑类型的匀质六角形平板的固有频率图

情况1  (1)443.23Hz (2)858.95 (3)971.22	情况2  270.02Hz 657.43 759.54	情况3  44.01Hz 87.93 99.66	情况4  75.25Hz 139.12 150.74
情况5  (1)88.10 (2)89.97 (3)132.27	情况6  88.70 118.79 241.04	情况7  88.74 120.78 259.15	情况8  88.13 89.97 134.44
情况9  (1)39.31 (2)98.49 (3)126.02	情况10  77.21 290.66 335.03	情况11  263.63 306.07 456.64	情况12  226.94 237.77 261.01
情况13  (1)95.48 (2)127.65 (3)227.91	情况14  227.54 245.94 326.47	情况15  115.57 122.67 199.19	情况16  122.50 141.72 210.29



自由边



支撑边

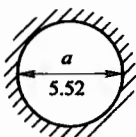
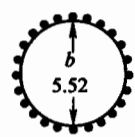
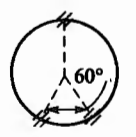
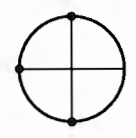
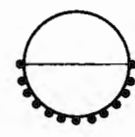
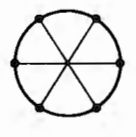
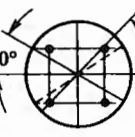
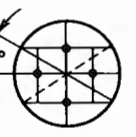
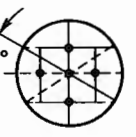


固定边



点支撑

图 6-28 带有不同支撑类型的匀质三角形平板的固有频率图

情况1  (1) 384.96Hz (2) 775.09 (3) 775.40	情况2  177.02Hz 505.87 506.06	情况3  81.15Hz 94.16 258.04	情况4  124.97Hz 148.03 306.04
情况5  (1) 59.55 (2) 183.34 (3) 196.05	情况6  119.73 166.89 249.89	情况7  166.89 182.12 441.24	情况8  156.94 196.05 255.55
情况9  (1) 196.05 (2) 255.56 (3) 255.91	情况10  67.04 219.59 234.61	情况11  152.43 234.61 342.68	情况12  172.81 441.23 442.49
情况13  (1) 441.23 (2) 442.49 (3) 458.35	情况14  210.37 290.44 335.79	情况15  196.05 216.08 252.96	情况16  196.05 252.96 253.17



自由边



支撑边



固定边



点支撑

图 6-29 带有不同支撑类型的匀质圆形平板的固有频率图

带有图 6-26 ~ 图 6-29 的 PCB 之一的尺寸、材料和支撑方法的 PCB 的固有频率，可以从每种几何形状的固有频率图中直接找到。具有类似形状和类似支撑但尺寸和材料不同的 PCB 的近似的固有频率，能够利用下面所示的方程，通过某种简单的变换计算求得。

下标 1 指的是四种不同 PCB 形状所示的图 6-26 ~ 图 6-29 的数值和几何形状，而下标 2 指的是一种新的样本平板或 PCB 的特性。

$$f_2 = f_1 \left(\frac{a_1 b_1}{a_2 b_2} \right) \sqrt{\frac{E_2 (h_2)^2 \gamma_1 [1 - (\mu_1)^2]}{E_1 (h_1)^2 \gamma_2 [1 - (\mu_2)^2]}} \quad (6-77)$$

式中： f = 固有频率 (Hz)；

a = 宽度 (in)；

b = 高度 (in)；

E = 弹性模量 (lbf/in²)；

h = 厚度 (in)；

γ = 密度 (lb/in³)；

μ = 泊松比 (无量纲)。

例题：带三点支撑的三角形 PCB 的固有频率

求解宽 8.5in、高 7.5in、厚 0.090in、总重为 0.70lb 的聚酰亚胺玻璃三角形 PCB 的固有频率。它类似于图 6-28 所示的情况 5，系在一个支撑上，该支撑有三个靠近边缘固定在三边的中心的小螺钉。为求解需要下列信息：

$a_1 = 7.44\text{in}$ ，宽度； $a_2 = 8.5\text{in}$ ；

$b_1 = 6.45\text{in}$ ，宽度； $b_2 = 7.5\text{in}$ ；

$E_1 = 2.0 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (弹性模量)； $E_2 = 3.0 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ ；

$h_1 = 0.10\text{in}$ ，厚度； $h_2 = 0.090\text{in}$ ；

$\mu_1 = 0.12$ ，无量纲； $\mu_2 = 0.12$ ，无量纲；

$\gamma_1 = 0.208 \text{ lb/in}^3$ ； $\gamma_2 = \frac{0.70}{(8.5) \times (7.5) \times (0.090) \times (0.50)} = 0.244 \text{ lb/in}^3$

$f_1 = 88.10\text{Hz}$ ； $f_2 = ?$

$$f_2 = (88.10) \times \left[\frac{(7.44) \times (6.45)}{(8.5) \times (7.5)} \right] \times \sqrt{\frac{(3.0 \times 10^6) \times (0.090)^2 \times (0.208)}{(2.0 \times 10^6) \times (0.10)^2 \times (0.244)}} = 67.5\text{Hz} \quad (6-78)$$

第7章 用以延长 PCB 的疲劳寿命的 倍频程准则、缓冲和阻尼

7.1 PCB 与其支撑结构之间的动态耦合

印制电路板 (PCB) 中的振动和冲击故障常常可以通过了解能量如何直接转换到它们的支撑结构中的 PCB 来加以避免。这些支撑结构用于提供为查找故障、修理或更换而易于插拔 PCB。因为 PCB 是与支撑结构连接在一起的, 支撑结构的动态响应就变成了到 PCB 的输入。在任何一类动态振动或冲击环境中, 支撑结构和 PCB 的固有频率都会受到激励。如果 PCB 的固有频率接近于支撑结构的固有频率, 那它们的传输率 Q 值就可能发生耦合, 这就意味着它们的 Q 值将要相乘。这将迫使 PCB 的响应加速度 G 量值得到大幅的放大, 结果导致 PCB 迅速出现故障。例如, 当机箱具有 $10G$ 的输入加速度量值, 并且传输率 Q 也为 10 时, 机箱将经受 10×10 或 $100G$ 的量值, 如果 PCB 在同一个频率上的传输率 Q 也是 10 , 则 PCB 将响应 100×10 或 $1000G$ 的量值。如此高的加速度量值能够非常迅速地导致疲劳故障。

机箱和各种各样的 PCB 的固有频率必须很好地分离, 以防止严重的耦合。倍频程隔离就表示一种良好的分离。倍频程意味着加倍。机箱与各 PCB 的固有频率应以大于 $2:1$ 的比值进行隔离。各种不同 PCB 的特性、位置和元器件布局以及支撑结构的特性将影响 PCB 的响应和疲劳寿命。在设计粗糙的电子系统中, 还有一些从 PCB 到支撑结构的动态反馈效应能够产生足够高、足以损坏支撑结构的加速度 G 值。

包括装在某种类型的机箱之内的各种 PCB 的电子系统就构成了复杂的动态结构。为进行动态频率响应分析, 并获得机箱与各 PCB 之间的耦合特性, 这通常会要求使用带有相关软件的高速计算机。这可能是非常昂贵而且耗时的分析。利用计算机进行对于具有弹簧、质量和阻尼器的许多二自由度系统的参数分析, 这种研究早已进行。机箱用质量 1 表示, 因为它首先接收能量, 所以它是一阶自由度。PCB 用质量 2 表示, 因为它接收来自机箱的能量, 所以它是二阶自由度, 该系统见图 7-1。改变弹簧刚度可改变固有频率, 改变质量可改变机箱与 PCB 之间的重力比, 改变阻尼器可改变机箱与 PCB 之间的传输率 Q 值。为求取

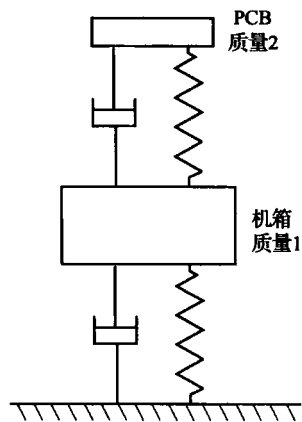


图 7-1 将机箱和 PCB 建模为一个二自由度集中质量动态系统

作用在 PCB 上的加速度 G 值, 考虑使用不同的动态组合的情况下, 能量从机箱到 PCB 的传递。信息以曲线的形式准备, 包括如图 7-2 ~ 图 7-5 所示的几种不同的 PCB 与机箱的重力比, 这样就易于求取安装在不同类型的机箱上的不同类型的 PCB 的动态加速度 G 的响应。

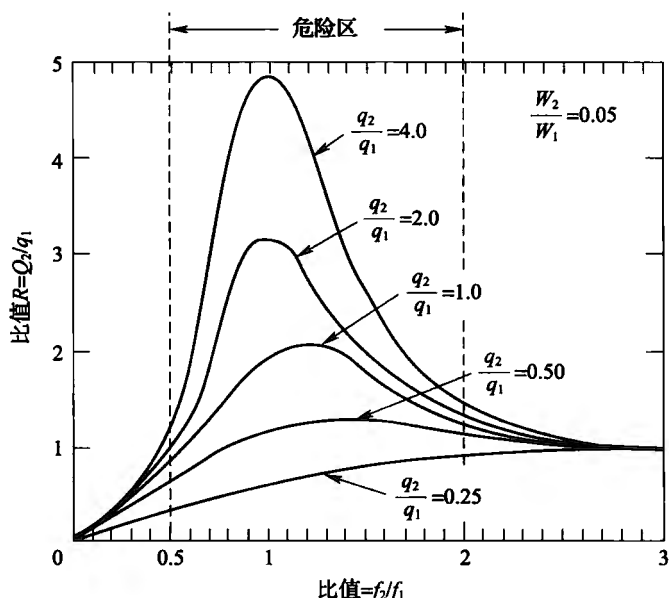


图 7-2 当机箱重量是 PCB 重量的 20 倍时, 不同传输率比值的机箱与 PCB 之间的动态耦合效应

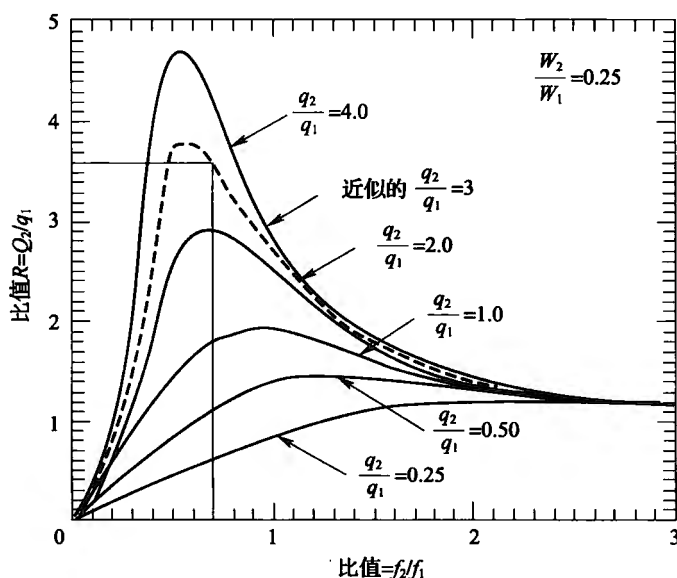


图 7-3 当机箱重量是 PCB 重量的 4 倍时, 不同传输率比值的机箱与 PCB 之间的动态耦合效应

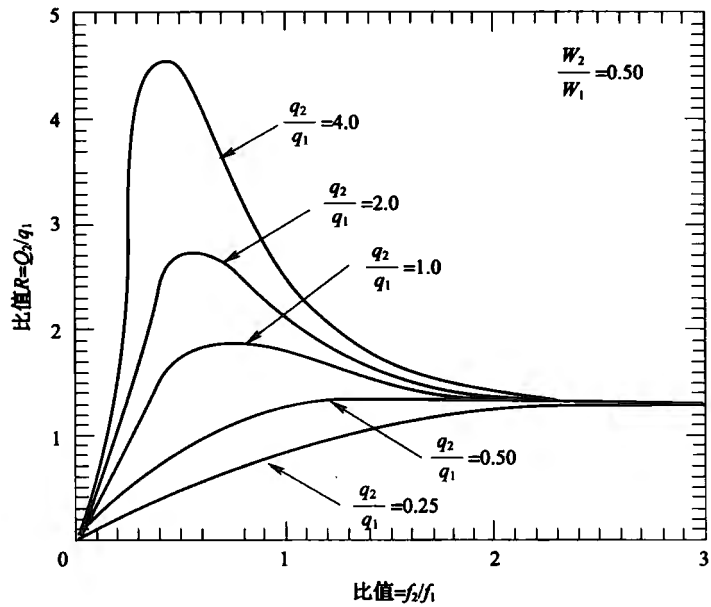


图 7-4 当机箱重量是 PCB 重量的 2 倍时，不同传输率比值的机箱与 PCB 之间的动态耦合效应

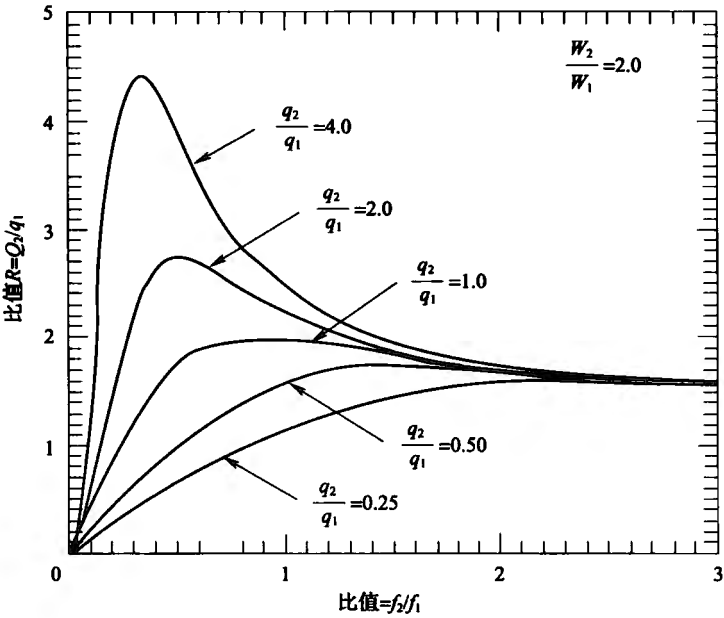


图 7-5 当 PCB 重量是机箱重量的 2 倍时，不同传输率比值的机箱与 PCB 之间的动态耦合效应

振动试验数据表明，电子组件中的大多数故障发生在 PCB 的基本固有频率上。这些数据还表明，机箱的响应是重要的，因为它代表对 PCB 的输入。机箱影响 PCB 响应的方式

决定了作用在 PCB 上的耦合加速度 G 值。PCB 的耦合响应用 Q_2 表示, 由其自身作用的机箱的非耦合响应用 q_1 表示, 由其自身作用的 PCB 的非耦合响应用 q_2 表示。动态耦合比值 R 用于说明 Q_2/q_1 的比值, 它是根据计算机参数研究获得的。机箱的基本固有频率用 f_1 表示, 而 PCB 的基本固有频率用 f_2 表示。对图 7-2 (此时 PCB 的固有频率与机箱的固有频率大致相同) 的检查表明: 频率比 f_2/f_1 大致等于 1。PCB 与机箱的重力比用 W_2/W_1 表示。当 PCB 之一的重力小于机箱重力的 $1/10$ 时, 其重力比将小于 0.10。在这些条件下, PCB 与机箱之间的动态耦合表示为 $R = Q_2/q_1$, 能够达到的数值接近于 5.0。它意味着, 作用在 PCB 上的加速度 G 值将大约是作用在机箱上的预期的加速度 G 值的 5 倍。这些条件能够在 PCB 上产生较高的力和应力, 并且能够非常迅速地形成 PCB 的疲劳故障。这种情况能够通过下列倍频程规则加以避免。

7.2 松动的边缘导向件对插入式 PCB 的影响

对倍频程规则的计算机参数研究是以插入式 PCB 为基础的, 这些 PCB 是具有三个或四个采用简单支撑 (铰接) 或压接 (固定) 的约束边。振动试验数据表明: 在 PCB 一边的典型插入式电连接器也起到类似于支撑的作用。如果有任何两个 PCB 的非支撑边要转化为不受某种形式的约束的自由边, 则增大的位移幅度将延长振动的周期。例如, 当采用松动的 PCB 边缘导向件时, 这种情况是可能出现的。这将会导致 PCB 有效固有频率的降低。这种情况常常造成 PCB 固有频率接近于机箱的固有频率, 从而增大机箱与 PCB 之间的动态耦合。这是一种危险状态, 它能急剧地增大 PCB 中生成的加速度 G 值, 从而导致更为迅速的 PCB 疲劳故障。倍频程规则的使用是要减小机箱与 PCB 之间的动态耦合。以延长 PCB 在严酷振动和冲击环境中的疲劳寿命。松动的 PCB 边缘导向件常常导致 PCB 与机箱间耦合的增大, 而这是不希望的。应该避免松动的 PCB 边缘导向件, 以提高 PCB 在动态条件下的可靠性。

7.3 对倍频程准则的动态计算机研究的描述

将由计算机生成的机箱和 PCB 的动态响应数据, 转化为带有涉及大量参数的曲线的图形形式, 以简化通常很复杂的分析方法。这种技术的目的是允许使用手工计算, 以快速近似地求解作用在 PCB 上的动态加速度 G 值。这些分析方法已经用于稳健地检查在计算机上完成的有限元建模 (FEM) 计算。当计算机分析的结果与手工计算的结果相差很大时, 通常必然有什么地方出错了, 这样就应该进行进一步的调查。在大型计算机程序中出现数据输入错误是很容易的。数据输入错误是很容易发生的, 但要寻找大型程序中的错误却是很困难的。一个错误的数据输入能够毁掉几个月的努力工作。这就是所谓的由计算机用户引起的杂乱输入杂乱输出 (for garbage in garbage out, GIGO)。

7.4 前向倍频程准则的反复应用

为了利用倍频程规则的优点, 应该对机箱和 PCB 的固有频率进行规划。一旦设计已经

完成,指令已经发出,再试图使用倍频程规则通常就已经太晚了。在进行机箱固有频率的分析阶段,就必须了解机箱包括的 PCB 的重量。然后必须了解每个 PCB (假定它们本身是放在机箱外部)的固有频率。应该使机箱的固有频率与 PCB 的固有频率隔开大于一个倍频程,以避免严重的动态耦合。例如,作为质量 1 的机箱具有 100Hz 的固有频率,则作为质量 2 的每个 PCB 就应具有大于 $2 \times 100\text{h}$ 或 200Hz 的固有频率,这就是所谓的前向倍频程规则。术语“前向”(forward)用于描述负载通道的方向。机箱(质量 1)首先获得动态负载,又将负载向前传输给 PCB (质量 2)。对图 7-2 ~ 图 7-5 的检查表明,当使用频率比 f_2/f_1 大于 2.0 的前向倍频程规则时,PCB 与机箱之间的动态耦合比 R 总是会急剧地降低。这就意味着从机箱传送给 PCB 的加速度 G 值也将急剧地降低。这种降低会延长 PCB 在严酷的动态环境下的疲劳寿命。

7.5 反向倍频程准则必须具有轻量的 PCB

反向倍频程准则用于描述从 PCB (质量 2) 反向传输给机箱 (质量 1) 的反向的负载通道。对于反向倍频程准则来说,其工作就是使机箱的固有频率具有大于 PCB 的固有频率的 2 倍。当机箱具有 200Hz 的固有频率时,PCB 就应具有小于 100Hz 的固有频率。对图 7-2 的检查揭示,频率比 f_2/f_1 等于或小于 0.5 表示反向倍频程准则。它表明耦合比 R 近似等于 1.0。这就意味着,作用在 PCB 上的加速度值与作用在机箱上的加速度值大约是相同的。对于振动和冲击来说这是不错的,因为从机箱传递给 PCB 的加速度 G 值较低。记住这种情况仅适用于 PCB 重量很轻的情况,在这种情况下,重力比 W_2/W_1 通常是小于 0.1 的。这种情况覆盖了所生产的电子设备的绝大多数。当 PCB 的重力比增大到图 7-3 所示的 0.25 的数值时,使用起来就要小心了。因此,具有 0.5 的频率比 f_2/f_1 的反向倍频程准则显示 R 值约为 4.5。这就意味着,作用在 PCB 上的加速度值大约是作用在机箱上的加速度值的 4.5 倍。在这种情况下,反向倍频程准则是一种很危险的条件,因为它能够导致高的 PCB 加速度 G 值,同时缩短了 PCB 的疲劳寿命。

有些汽车工业公司趋向于使用固定到金属板支架上的单个 PCB,这种 PCB 的重力可能是支架重力的一半。这就形成 0.50 的重力比 W_2/W_1 。对图 7-4 的检查表明,如果使用频率比为 0.50 的反向倍频程规则,其耦合比 R 大约是 4.0。在这种条件下,PCB 加速度 G 值大约是支撑架的加速度 G 值的 4 倍。这种条件可能导致 PCB 疲劳寿命的缩短。

考虑前向倍频程规则,检查图 7-4,频率比为 2 甚至更高,这表明耦合比 R 大约是 1.2。这就意味着,作用在 PCB 上的加速度值大约是作用在底座上的加速度值的 1.2 倍。它表明前向倍频程规则总是能很好地工作,即使是在反向倍频程规则不能很好工作的条件下。

例题:装有继电器的 PCB 的振动问题

在包括若干个额定峰值加速度为 75G 的继电器(它们装在插入式 PCB 中心)的小型电子机箱上进行正弦振动试验。在 5G 峰值的鉴定试验期间,使用 20 ~ 2000Hz 的正弦扫频振动,继电器发生颤振,导致一个试验故障。对 PCB 本身的检查表明:它的重力为 2.5lbf,固有频率为 81Hz,传输率 $Q = 9.0$ 。对机箱本身的检查表明,它的重力为 10.0lbf,

固有频率为 120Hz, 传输率 $Q = 3.0$ 。这里的问题是, 为什么继电器会发生颤振, 需要如何改进系统, 它才能通过试验?

解: 能够利用图 7-3 中的曲线来求解这一问题。为求解这一问题, 必须获得几个不同的关系式如下:

$$f_2/f_1 = 81/120 = 0.675 \quad (\text{PCB 与机箱的非耦合固有频率}) \quad (7-1)$$

$$W_2/W_1 = 2.5/10 = 0.25 \quad (\text{PCB 与机箱的重力比}) \quad (7-2)$$

$$q_2/q_1 = 9/3 = 3.0 \quad (\text{PCB 与机箱的非耦合传输率之比}) \quad (7-3)$$

$$G_1 = G_{in} q_1 \quad (\text{机箱的非耦合加速度响应}) \quad (7-4)$$

$$G_2 = G_1 Q_2 \quad (\text{PCB 的耦合加速度响应}) \quad (7-5)$$

$$R = Q_2/q_1 \quad (\text{PCB 的耦合传输率与机箱的非耦合传输率之比}) \quad (7-6)$$

$$Q_2 = R q_1 \quad (\text{PCB 的耦合传输率}) \quad (\text{式 (7-6) 的重写}) \quad (7-7)$$

将式 (7-4) 和式 (7-7) 代入式 (7-5), 以求取 PCB 的耦合响应:

$$G_2 = (G_{in} q_1) (R q_1) = R G_{in} (q_1)^2 \quad (\text{PCB 的耦合响应}) \quad (7-8)$$

检查式 (7-3) 表明没有比值 $q_2/q_1 = 3.0$ 的曲线, 因此该比值必须利用非耦合传输率比值 2 和 4 之间的剖面生成。当用虚线增加这一条新曲线时, 利用取自式 (7-3) 的 0.675 的频率比, 得到机箱对于 PCB 的耦合传输率的比值 R 如下所示:

$$R = Q_2/q_1 = 3.6 \quad (7-9)$$

将式 (7-9) 代入式 (7-8), 并利用 5.0 的输入加速度 G_{in} 值, 以及 3.0 的机箱的非耦合传输率 q_1 , 求取 PCB 的耦合加速度 G_2 的响应如下:

$$G_2 = (3.6) \times (5.0) \times (3.0)^2 = 162G \quad (\text{PCB 的峰值响应}) \quad (7-10)$$

162G 的 PCB 的峰值响应远超过了继电器的 75G 的额定峰值加速度, 因此继电器与 PCB 设计和环境不能兼容。必须采取某种类型的纠正措施, 以使系统能够通过鉴定试验。

7.6 建议的继电器的纠正措施

①使继电器的安装远离加速度量值最高的 PCB 的中心。将继电器的安装在加速度量值最低的 PCB 的边缘。这就需要对 PCB 重新进行版面设计, 而这样会带来新的 PCB 的制造和组装成本, 并推迟交货日期。

②对若干继电器制造商进行调查, 看他们是否可能有其他的形式、安装和功能相同, 且能够满足要求的继电器现货供应。

③检查 PCB 版面设计, 看其是否可能添加加强肋, 以便将其固有频率值提高到机箱固有频率的两倍。这样就能将 PCB 的固有频率提高到遵循前向倍频程规则的 $2 \times 120 = 240\text{Hz}$ 。提高 PCB 的固有频率后也将提高 PCB 的 Q 值。

④这里, 其 PCB 固有频率为 $120/2 = 60\text{Hz}$ 的反向倍频程规则是行不通的, 因为 PCB 的耦合比 R 大约是 3.3。对式 (7-10) 的检查表明, PCB 的加速度响应可能达到 148G 峰值左右, 它还是大大超出了继电器的 75G 的额定值。

⑤增加能使 PCB 降低动态位移和应力的减振器, 但这种方法不能解决这里的问题。这里的问题是加速度量值太高。当减振器彼此碰撞时, 它能够产生高的冲击加速度脉冲, 从

而对冲击产生影响，它会中继颤动（chatter）和故障。

⑥这种情况常常建议增加阻尼。增加阻尼将降低振动期间的传输率 Q 值。最佳阻尼是约束分层阻尼（layer damping）。它包括由铝箔隔开的高能耗黏弹性窄带（viscoelastic strip）相间的分层。在低于 50Hz 的固有频率的结构上阻尼能很好地工作。因此，动态位移大到足以产生大的相对剪切位移，从而将动能转换为热能。当固有频率高于 100Hz 时，相对位移就不会大到足以提供明显的阻尼。由约束分层阻尼所需要的空间，通常通过使用加强肋能够更好地用于提高 PCB 的固有频率。

纠正措施的最佳选项是上述第③项——给 PCB 增添加强肋以便将固有频率提高到 240Hz。要在已经布满元器件的 PCB 上这样做也许是困难的，这样就可能需要一个新设计。这种更改将遵循前向倍频程规则。新的信息要求如下：

$$f_2/f_1 = 240/120 = 2.0 \text{ (PCB/机箱的频率比)} \quad (7-11)$$

$$q_2 = \sqrt{240} = 15.5 \text{ (PCB 的近似的非耦合传输率)} \quad (7-12)$$

$$q_2/q_1 = 15.5/3 = 5.16 \text{ (PCB/机箱的非耦合传输率之比)} \quad (7-13)$$

$$R = 1.4 \text{ (根据式 (7-3) 估计的 } Q_2/q_1 \text{ 的数值)} \quad (7-14)$$

将式 (7-14) 代入式 (7-8)，求取 PCB 的耦合加速度的响应如下：

$$G_2 = (1.4) \times (5.0) \times (3.0)^2 = 63.0G \text{ (PCB 的峰值响应)} \quad (7-15)$$

改进后的 PCB 的 63.0G 的峰值响应加速度已经令人满意地低于继电器的 75G 的额定峰值，因此新的 PCB 的设计应该是可以接受的。

7.7 使用减振器减小 PCB 的位移和应力

在严酷的振动和冲击环境中，减振器常常能够用于使 PCB 工作的更灵巧。有时电子设备的设计者不会注意采用倍频程规则，这样当他们的 PCB 暴露于振动环境之下时，就会具有很高的故障率。一旦设计已经全面投产，并且设备在现场出现故障，要寻求费用有效的改进就很困难。在这种情况下，减振器常常能够挽救困境。

军用电子设备的高采购成本，已经迫使政府在许多新的军用大纲中去寻找可以得到的最好的民用电子设备制造商。有时民用设备缺乏军用大纲所需要的耐用性（ruggedness），因此必须在合理的费用下提高耐用性。在这里，减振器常常也能挽救困境。

为了减轻与大的动态位移相关的 PCB 中的问题，减振器是很有效的。大的动态位移条件能够引起很高的引线和焊点应力、部件开裂和由于相邻 PCB 之间的碰撞引起的短路，以及电连接器上插针的破坏。

减振器有时称为缓冲器，是一些能够接触相邻 PCB 的小型装置，这样在动态条件下它们会彼此碰击。在严酷的振动和冲击条件下，它会减小弯曲位移。而减小的偏移又会减小动态力和应力，这就延长了组件的疲劳寿命。减振器和缓冲器的最佳位置接近于预期位移最大的各种 PCB 的中心。软橡胶减振器在其固有频率低于 50Hz 的 PCB 上能很好地工作。直径约为 0.20in 的半球形减振器能够用于小型 PCB 上。而利用直径大到 0.50in 的类似半球形减振器在大型 PCB 中工作也很好。应该安装软的橡胶减振器，这样它们与相邻 PCB 上的其他减振器会稍有干扰而改善性能，如图 7-6 所示。

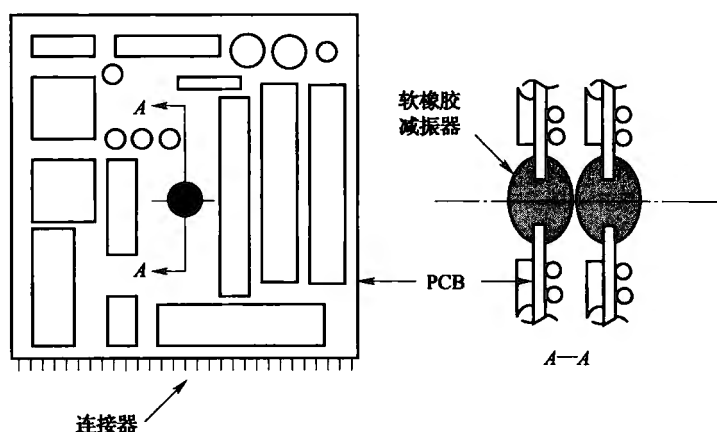


图 7-6 推荐用于低固有频率电路板的软橡胶减振器

固有频率大约高于 100Hz 的 PCB 必须使用更硬的材料作为减振器，以减小 PCB 的相对运动。较高的固有频率将导致较小的动态位移，因此软的橡胶类材料将不能很好地工作。使用具有环氧玻璃纤维减振器的插入式 PCB 的高量值振动和冲击鉴定试验大纲具有很高的成功率。在这些大纲中，减振器是横截面直径为 0.25in、用环氧树脂黏结在每个 PCB 中心的一些短柱。硬的减振器材料要求相邻减振器之间有一个小间隙，这样在插拔 PCB 时没有阻碍。较小的间隙能很好地工作。最好的减振器是它们彼此恰好接触，且在它们之间没有间距。它们所起的作用类似于一个能够明显地提高固有频率的中心支撑。为了减小位移，小间隙是非常理想的，但它们可能很昂贵，因为它们要求非常接近的制造公差控制。相邻减振器之间的公差，应该小于预期在某些特殊的动态环境中的 PCB 的动态位移的一半，如图 7-7 所示。

大多数减振器的应用都将与改进现有硬件相关。其最佳位置在 PCB 的中心。要获得位于任何现有硬件中心的任一间距，将是非常困难的。因此必须对各种 PCB 进行探测，以获得相接触的减振器的自由间距。一个很好的方法是清楚地复制所有 PCB 的版面布置图。然后按照它们的正确的组装顺序作出安排。检查全部清楚的组装布置图，常常能够揭示固定的相邻减振器所希望的间距。

例题：增加减振器以提高 PCB 的可靠性

正弦振动试验期间，多种不同的军用和民用电子系统，已经遇到许多与插入式 PCB 相关的部件故障。已经遇到问题的 PCB 如下：

- ①在 5G 峰值正弦振动试验期间，固有频率为 125Hz 的 PCB；
- ②在 5G 峰值正弦振动试验期间，固有频率为 160Hz 的 PCB；
- ③在 6G 峰值正弦振动试验期间，固有频率为 260Hz 的 PCB。

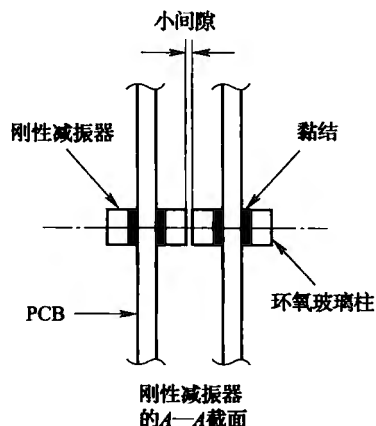


图 7-7 推荐用于高固有频率电路板的具有小公差间隙的刚性环氧玻璃柱减振器

对出问题的 PCB 的检查表明，在其中心附近有空间可用于安装小型减振器。建议的计划是使用直径为 0.25in 的环氧玻璃柱状体黏结到 PCB 作为减振器，在相邻减振器之间相距的标称公差间隙为 0.012in。这种做法可以接受吗？

解：求解预期的动态位移，并与 0.012in 的间隙相比较。PCB 的动态位移可以根据常见的偏差方程求得：

$$Z_0 = \frac{9.8 G_{in} Q}{(f_n)^2} \quad (\text{见式 (2-33)})$$

表 7-1 列出了将数值代入上述方程的结果。

表 7-1 将数值代入式 (2-33) 的结果

PCB	G_{in}	f_n	Q	Z_0	间隙 = $Z_0/2$	可否接受
1	5.0	125Hz	$\sqrt{125} = 11.2$	0.035in	0.017in	可接受
2	5.0	160Hz	$\sqrt{160} = 12.6$	0.024in	0.012in	可接受
3	6.0	260Hz	$\sqrt{260} = 16.1$	0.014in	0.007in	不可接受

对于上述三种有问题的 PCB 来说，建议减振器之间的间隙是 0.012in。第一种 PCB 需要的间隙是 0.017in 或者更小，所以较小的 0.012in 的间隙是可以接受的。而第二种 PCB 需要的间隙是 0.012in 或更小，所以它正好满足要求。第三种 PCB 需要的间隙是 0.007in 或更小，这样 0.012in 的间隙就不能满足要求。因为在材料、制造工艺和组装中还包括大量的公差，所以要实现如此之小的间隙是非常困难的，也非常昂贵。但是，它可以利用匹配的组装来实现。它包括在其自身的机箱内使每一个独立的 PCB 与它自身的一组减振器相配装。因为公差的累积可能导致一个很大的间隙，而这种间隙又可能缩短 PCB 的疲劳寿命，因此这些 PCB 也许不能与另一个机箱内类似的 PCB 相互换。

7.8 使用阻尼控制 PCB 的传输率

通常将阻尼定义为动能到热能的转换。材料阻尼与能量损失有关是因为材料分子结构中的内部摩擦和迟滞作用。结构阻尼与能量损失有关是因为各种界面和连接处的摩擦、刮削、击打和碰撞中的摩擦作用。全系统阻尼是材料阻尼和结构阻尼之和。

所有真实的系统，当它们经受振动时都会产生某种阻尼。当一个具有轻微阻尼的系统受到扰动时，它在扰动力已经撤销之后，还会继续长时间地振荡。一个具有很强阻尼的系统，在扰动力已经撤销之后，它偶尔还会振荡，类似于一个好的汽车吸振器。在扰动力已经撤销之后，所有系统中的阻尼经过一段时间之后，总是会使系统回到静止状态。

阻尼会转移系统内部的某些能量，这样就有少量的能量可用于系统的形变和阻尼。这就意味着有少量的能量可用于振动和冲击环境下的诸如 PCB 一类的结构变形。动能的减小将降低 PCB 中的力和应力，并延长疲劳寿命，因此阻尼能提高 PCB 的可靠性。PCB 中增

大的阻尼会增加所损失的能量而减小传输率，并进一步延长疲劳寿命和提高 PCB 的可靠性。

7.9 材料的阻尼特性

内部能量受到损失或者转换为热能，结构多少都会有一点变形。给一个长条（bar）施加拉伸负载不会马上引起长条变形。再经过短时间的滞后之后，长条会延长到一个新的稳定长度。当撤销所施加的负载时，这一过程会反过来。但是，长条绝不会精确地回到其原来的长度，因为有些应变能已经转化为热能，这样只有较少的能量可用于使其恢复原来的长度。在与刚刚描述的事例的相反方向上，给长条施加相等的压缩负载。在曲线图上能够画出的正负两种应变表明，材料所形成的典型的滞后回线是有变形的。所包围的滞后回线中的面积适合于测量每一个应力循环的能量损失。回线中所包围的大的面积表示有较大的阻尼。还有，更多的阻尼会减小 PCB 的传输率，并延长疲劳寿命和提高可靠性。

7.10 使用黏弹性材料的约束分层阻尼

在振动的 PCB 中产生的大多数阻尼发生在其传输率最大的固有频率上，因而位移、力和应力也最大。当阻尼增大时，PCB 的可靠性也增大。人们希望 PCB 中的阻尼越大越好，如果它不会导致尺寸、重量和成本的增加的话。增大阻尼的一个好办法是使用带有约束分层的黏弹性材料来增大阻尼。

黏弹性材料非常类似于橡胶材料。它们相当有弹性，因此能够变形、压缩和拉伸很大的位移而不会出现故障。当这些材料变形时，它们还能够消耗大量的能量。甚至更多的能量能够在使用诸如混有黏弹性材料的石棉一类材料的情况下加以消耗。纯天然橡胶也有类似的问题——它们没有很大的强度或者很高的阻尼。增加炭黑能够改善这些特性。

低温和很高的频率使得黏弹性材料的作用类似于硬性材料。在运行得很好的那些条件下，它们的能力被降低了。高温也是一个问题，因为在高温条件下，这些材料的阻尼特性损失很大。因为随着所施加的负载的速度的改变，它们的弹性模量是难以测量的。快速施加的负载的弹性模量可能比慢速施加的负载的弹性模量要大三倍。

在不要求工作在大范围的高低温下的振动梁和平板结构中，黏弹性材料能够有效地降低动态位移、力和应力。这些材料可以油漆和胶带（它们能够单层或多层应用）的各种形式使用。多层的阻尼材料比单层应用要有效得多。阻尼层越多就越有效，但它们的重量就越大，而且修理也更为困难。增大阻尼的最有效的方法之一是约束分层阻尼。这种应用使用了很多层的、以又高又窄的带材形式施加的阻尼材料。黏弹性材料相间的分层是用厚度约为 0.005in 的铝箔隔开的，其典型高度约为 0.50in。这种阻尼带常常能够横跨一个插入式 PCB 的中心添加，窄带的形式类似于图 7-8 所示的加强肋。对于阻尼带来说，PCB 的中心是最佳位置，因为该位置位移最大。这在相间的阻尼层中会形成相对较大的偏移，因而会改善阻尼。

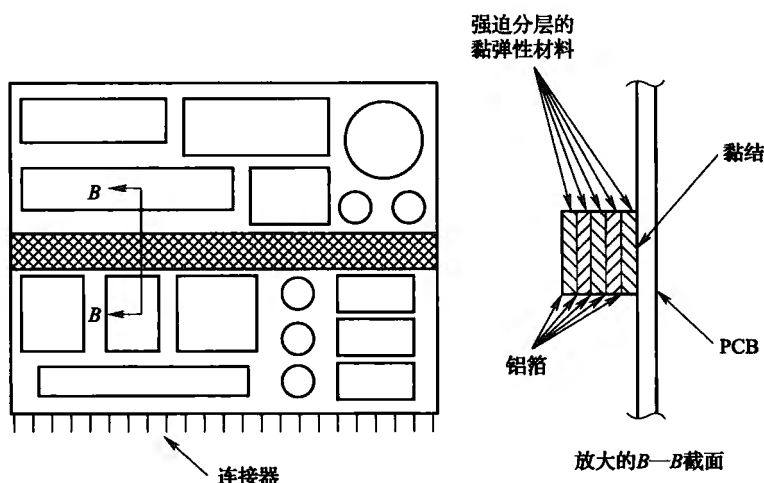


图 7-8 可能在低频电路板中使用的约束分层黏弹性阻尼器

7.11 为何 PCB 上的加固肋常常比阻尼更好

具有阻尼技术的振动试验经验已经表明，阻尼对于固有频率低于 50Hz 的 PCB 可能是十分有效的。但试验还表明，加强肋通常工作得更好。当固有频率高出 100Hz 很多时，阻尼就不是降低传输率的一个非常有效的方法。高的工作温度也会降低黏弹性材料的阻尼特性和效用。约束分层阻尼窄带剥夺了能够用于安装外加电子线路的宝贵空间。当这种空间早已失去时，经验已表明，这种空间常常要比用于将加强肋黏结到 PCB 上以代替约束分层阻尼窄带的空间更为重要。加强肋将提高能更快速地减小动态位移的固有频率，因为位移是与固有频率的平方成反比的。

7.12 具有 PCB 黏弹性阻尼器的问题

一个精密电子系统的大型供货商接到一个军用电子系统的大型合同，这种电子系统必须以很高的可靠性工作在严酷的热、振动和冲击环境下。但又没有足够的支配空间可用于一个隔离系统，这样机械设计工程师选择使用黏弹性阻尼技术，以减小插入式 PCB 的响应加速度和位移。使用了两种设计方法，单侧表面安装的 PCB 采用背靠背组装，同时用约束分层黏弹性材料将 PCB 的两个半侧一起黏结到一个双面 PCB 插入式模块内。使用大量仪表在样机上进行振动和冲击试验。试验数据看起来很好，设计投入批量生产。

首批少数几个生产模型发给用户进行预检验和评价。选择第 8 号生产单元用于执行鉴定试验大纲。许多军用鉴定试验大纲要求在低温、室温和高温条件下进行电气工作振动试验。前两种振动试验是令人满意的。但是，高温振动试验引起了许多 PCB 故障。部件引线折断、焊点破裂和部件飞出 PCB。高温振动试验完全失败。机械工程师大吃一惊。他们可能不知道失败的原因。过去在样机上进行试验曾经非常成功。然后成立了检查故障分析

团队，并在黏弹性阻尼的 PCB 上补充进行振动试验。试验在室温下进行，并且加强了仪表检测。导出的试验数据看起来也是好的。振动试验再一次在高温下进行。试验结果非常不同，在相当低的 PCB 固有频率上，产生了急剧增加的动态位移，而且有部件飞出 PCB。这是由于在高温下黏弹性材料的刚度和阻尼特性急剧降低引起的。

系统不得不完全重新设计，通过在 PCB 上使用加强肋来获得高的固有频率，以保持低的动态位移和应力，从而获得所要求的疲劳寿命。不用说，就因为机械工程师团队忽略了高温对于黏弹性材料阻尼特性的反作用，这个大纲损失了大量的金钱，并大大地推迟了产品交货日期。

第8章 电子设备正弦振动故障预防

8.1 引言

正弦振动常常存在于许多转动或振荡的机器和装置之中，如电机、飞轮发动机、涡轮、齿轮、洗衣机、搅拌机、石油钻探设备，弹簧和平坦的桥梁之中。正弦振动作为一种诊断工具用于评价各种类型结构的动态特性，以及同闪光灯一起用于检查谐振条件，也是极为有用的。

查找振动故障常常很困难，因为有那么多的各种不同的因素需要考虑。不仅必须考虑环境，而且必须考虑机械和电气设计、制造公差、外壳结构的谐振频率、内部元件的固有频率，可能的动态耦合效应、电子元件的敏感度、电缆和线束、敷形涂覆或涂覆不足的影响，湿度的影响，以及其他许许多多的因素。有时出故障的零部件与其暴露于振动中之间并没有任何联系，就像下面实例记载中所描述的一样。

一个大的汽车制造厂曾遇到一些问题，这些问题与这种汽车通过铁路运往国外时一种特定型号的汽车电池失效有关。这些电池在工厂里充好电，而当它们运抵目的地时却放了电。问题最明显的根源在于电池自身和与电池相关的电气连接。当排除了对这些怀疑的原因之后，调查扩大到其他领域，但始终局限于安装电池的发动机舱之内。这看起来是合乎逻辑的：电池的故障必然与电池安装部位有关。在经过很长时间的调查和召开许多次会议之后，有一个人聪明地观察到：这种特定型号的汽车上的喇叭卡箍有一个很模糊的痕迹。当加一个小的力到喇叭卡箍上时喇叭会发声。他很困难地说服公司官员在下次通过铁路运输汽车到国外时派出一个观察员。他的推测是正确的。当沿着一段很长的铁轨通过一片不毛之地时，火车的速度和铁轨的条件产生了扰动力，该力使喇叭卡箍在其弹簧上激发了谐振频率。在一个延续许多小时的周期内，喇叭的恒定发声耗尽了电池。直到将汽车喇叭卡箍上的弹簧改得更硬，从而提高了喇叭卡箍在扰动力上的谐振频率，问题才得以解决。

8.2 振动疲劳寿命估算

振动系统的大致的疲劳寿命，常常可以根据承载主要结构载荷的各种构件的疲劳特性进行估算。这些疲劳特性通常从在许多零部件上进行的受控应力循环试验中得到，这些零部件使用相同材料制成，而且具有精密的尺寸公差。使这些零部件经受应力试验直到出现故障，然后将数据点绘制在双对数坐标纸上，该双对数坐标纸以应力为垂直轴，以故障前

的循环数为水平轴。表示最佳平均疲劳特性的一条直线通过图 8-1 所示的分散的数据点绘成。

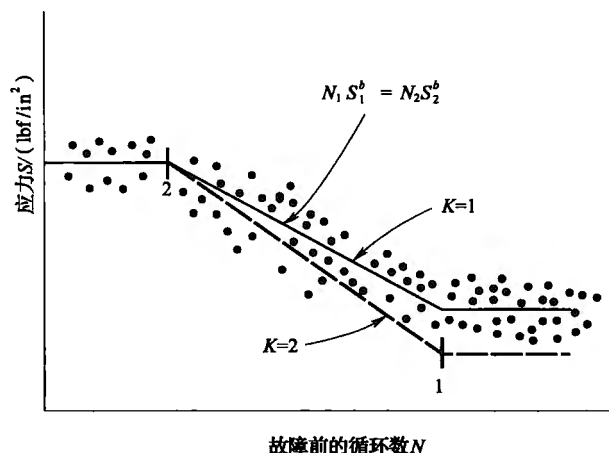


图 8-1 根据金属结构疲劳试验获得的典型数据曲线

该曲线倾斜段的方程可以表示如下：

$$N_1 S_1^b = N_2 S_2^b \quad (8-1)$$

式中： N = 产生疲劳故障前的应力循环数；

S = 发生故障的应力；

b = 与直线斜率相关的疲劳指数。

指数 b 与结构的疲劳寿命有关，而且它通常可利用由相同材料制造的、暴露于类似环境中的其他结构的预期的疲劳寿命进行预估。为了反映这些材料的真实结构特性，在估计指数 b 时必须包括一个应力集中因子 K 。对于一个电子箱结构或箱内的 PCB 来说，应力集中因子一般为 2.0 左右。因为在疲劳循环数不大的情况下，应力集中并不太重要，而在疲劳循环数较大的情况下，应力集中也较为重要，如图 8-1 中虚线所示， $S-N$ 曲线的斜率将随着应力集中的增大而增大。

对于铝材来说，指数 b 的数值可以通过利用铝合金的典型物理特性来确定，铝合金的耐久应力一般是其极限拉伸应力的 1/3。当应力集中为 2 时，耐久应力是其极限拉伸应力 (ultimate tensile stress) 的 1/6。重写式 (8-1) 如下：

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b \quad (8-2)$$

式中： $N_1 = 10^8$ (循环数)；

$N_2 = 10^3$ (循环数)；

$S_1 = S_e = S_w/6$ (1/6 极限拉伸应力)；

$S_2 = S_w$ = 极限拉伸应力。

代入式 (8-2)，并化简得：

$$\frac{10^8}{10^3} = \left(\frac{S_w}{S_w/6} \right)^b \text{ 或 } 10^5 = 6^b$$

两边取对数，并求解指数 b ：

$$b = \frac{\lg 10^5}{\lg 6} = \frac{5}{0.778} = 6.4 \quad (8-3)$$

该疲劳指数 b 可用于确定各种不同条件下的大致的疲劳寿命。对于线性系统, 疲劳循环数将与时间直接相关, 因此时间 T 可用来代替循环数 (N)。而且, 应力 S 也与加速度 G 和位移 Z 直接相关。如果希望的话, 也可将动态载荷包括在内。可以写出这些关系如下:

$$T_1 G_1^b = T_2 G_2^b \quad (8-4a)$$

$$N_1 Z_1^b = N_2 Z_2^b \quad (8-4b)$$

$$N_1 G_1^b = N_2 G_2^b \quad (8-4c)$$

例题: 电子系统的鉴定试验

电子系统用于地铁列车上, 预期该列车每天工作 6h, 每周工作 4 天, 每年工作 52 周, 希望其寿命为 20 年。现场试验数据表明: 地下铁路轨道系统产生的谐振频率范围为 10 ~ 300Hz, 并且有 1.1G 峰值的典型加速度。希望用正弦振动鉴定试验证明该电子系统能在这种环境中工作 20 年。建议的鉴定试验计划规定, 用 4.5G 峰值加速度输入水平在所观测到的带宽上作强迫频率前后扫频的正弦试验。确定使用这些扫频试验鉴定该电子系统时应该使用的时间长度。

解: 式 (8-4a) 可以用于确定鉴定试验的时间周期。其信息需求如下:

$$T_2 = (6\text{h}) \times (4\text{天}) \times (52\text{周}) \times (20\text{年}) = 24960\text{h};$$

$$G_2 = 1.1G \text{ (峰值现场试验数据);}$$

$$G_1 = 4.5G \text{ (建议的鉴定试验水平峰值);}$$

$$b = 6.4 \text{ (电子结构的振动疲劳指数)。}$$

代入式 (8-4a), 并求解所希望的振动鉴定试验时间周期:

$$T_1 = (24960) \times \left(\frac{1.1}{4.5} \right)^{6.4} = 3.03\text{h} \quad (8-5)$$

3.03h 表示没有安全系数的试验时间。因为在确定现场试验数据以及在电子设备设计、制造和组装过程中还会存在许多变化, 因此必须包括某一安全系数。因此, 应该建议对电子设备沿三个互相垂直轴的每个轴进行振动, 共做 9.09h 的鉴定试验。

上述建议相当于安全系数为 3.0, 它要求一个稍重一些的结构组件满足这些振动水平。因为疲劳寿命随着应力水平的轻微降低会很迅速地改变, 这里的重量损失不是太大。例如, 当应力水平因子变为原来的 2 倍时, 疲劳寿命 2 倍的变化因子将随之升高到它的 6.4 次方, 即达到 84.4 倍。

8.3 电子元件引线应力消除

用于任何振动和冲击环境中的电子系统将使电子元件暴露于某些等级的振动和冲击。这些振动和冲击等级有可能放大或衰减, 这取决于动态系统的特性。当 PCB 用于这些电子系统中时, PCB 的谐振频率常常被激发, 这些谐振会使 PCB 前后弯曲。这种前后运动会使器件上的电气引线也前后弯曲, 如图 8-2 所示 (图中 DIP 为双列直插式封装)。

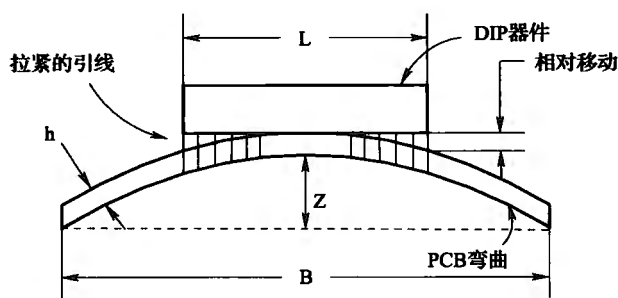


图 8-2 电路板受激谐振时器件和电路板之间产生的相对运动

引线几何条件的不同会使这些器件的引线和焊点中的应力水平也不相同。即使一组 PCB 的动态位移是相同的，在类似器件的引线和焊点中产生的应力也会明显不同，其差异取决于导线的几何条件。

对于特定的环境和特定的 PCB 谐振频率来说，当一特定 PCB 的动态位移已被确定时，其位移幅值也可以作为一个固定条件来处理。可以证明，在这类情况下，能够降低引线中的力和应力的方法只有一种，那就是降低导线的弹簧刚度。这种方法看起来与通常结构在振动或冲击环境中所采取的标准方法正好相反。通常认为较硬的结构较好，因此在发生故障时大多数时候是使结构做得更坚硬（强度更高）。但在引线中，较硬的引线出故障更快。这可以通过将结构中产生的力 P 看成是弹簧刚度 K 和位移 Y 的函数来进行验证：

$$P = KY \quad (8-6)$$

当位移保持恒定时，能够降低该力的方法只有降低弹簧刚度。对于由谐振频率和加速度水平产生的特定的动态位移来说，这种条件与出现在器件引线中的条件相同。电气引线在谐振条件下受迫作前后弯曲的典型应用中，引线刚度与下列参数有关：

$$K_{\text{引线}} = EI/L^3 \quad (\text{引线挠曲刚度参数}) \quad (8-7)$$

上述关系式说明，增加引线的长度将使其刚度 K 很快地减小。例如，当引线长度增加一倍时，引线中的力和应力将降低至 $1/2^3$ 即 $1/8$ 。

上式还说明，电气引线惯性矩 I 降低将使引线应力迅速减少，因为惯性矩是随引线高度的立方变化的。当引线高度或厚度降低至原来的 $1/2$ 时，引线的弹簧刚度、刚度、力和应力也将变为原来的 $1/2^3$ 即 $1/8$ 。这可以通过压制引线，也就是将引线碾压成平薄的金属带的方法来实现。引线的横截面保持不变，但其厚度降低了，因而引线中的弹簧刚度、韧性、力和应力也都降低了。

上式还适用于表面安装电子元件和贯通式安装，在这些安装方法中电气引线在谐振条件下受力会发生弯曲。它还适用于无引线陶瓷芯片载体（leadless ceramic chip carrier, LCCC）器件，这些器件可通过电气引线进行表面安装，也可以不通过电气引线进行表面安装。在不采用电气引线的情况下，上式适用于将器件胶结到 PCB 上的焊点的剪切刚度。在这里焊点中的刚度还必须进一步地降低，以降低引线中的力和应力。对剪切刚度的检查表明，上述参数将影响焊接应力：

$$K_{\text{剪切}} = \frac{AG}{L} \quad (\text{焊接剪切刚度}) \quad (8-8)$$

式中： A = 焊点的横截面积， in^2 ；

L = 焊点高度， in ；

G = 焊接的剪切模量， lb/in^2 。

通过减少焊接的横截面积、降低焊接的剪切模量，或者增加焊点的高度，都可以降低剪切刚度。为降低焊接剪切模量，正在开展一些试验，但至今这类试验还是不成功的。减小焊接横截面积的方法已取得某些成功。但改善焊接疲劳寿命的最成功的方法还是增加焊点的高度。

对于无引线陶瓷芯片载体（LCCC）器件，典型焊点高度是 $0.003 \sim 0.005\text{in}$ 。当在较大的 LCCC 器件下采用厚度为 0.010in 的焊接掩模底盘时，焊点高度已经成功地增高到 0.010in 。在较小的 LCCC 器件上的相对焊接剪切应变较小，所以仅对大于 0.75in 的器件上的焊盘提出要求。

8.4 为正弦振动环境设计的 PCB

在典型电子系统中，电子元件均装在插入式 PCB 上。这就使得在出现了电气故障并追踪到出故障的 PCB 时，电子系统易于修理。出故障的 PCB 可用一块良好的 PCB 作简单更换。

当插入式 PCB 装在机箱内部，而且要求系统在正弦振动环境下工作时，机箱可看成是第一个自由度的系统，因为振动能量将首先激发机箱结构。又因为 PCB 通常是固定在机箱结构（机箱侧壁或底座）上的，所以 PCB 会接收来自机箱的动态激励。这就使 PCB 看起来像是第二个自由度系统。典型系统见图 8-3。

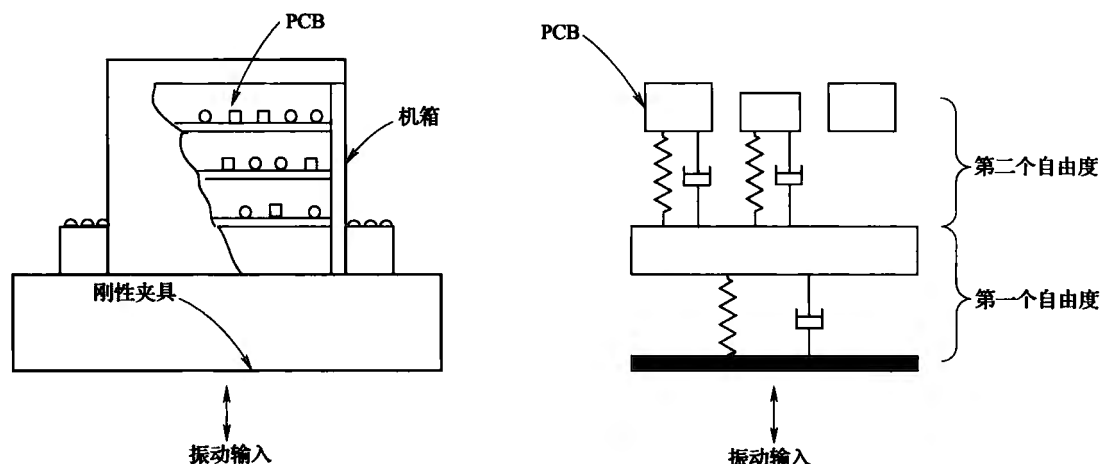


图 8-3 装有 PCB 的作为集中质量系统的简单模拟电子机箱组装件

在经受正弦振动激励期间，谐振条件既能在机箱中也能在各个 PCB 中出现。因为机箱和 PCB 是连接在一起的，任一质量中产生的任何谐振条件都会在其他质量中产生某种响应。当机箱的谐振频率与任一 PCB 的谐振频率相近，并且当机箱和该 PCB 都具有高的传输率 Q 时，则机箱响应能够增强 PCB 的响应。它会在 PCB 中产生很高的加速度水平，并

可迅速地形成疲劳故障。为了防止产生这种情况,必须使机箱的谐振频率与 PCB 的谐振频率充分地分离。通过利用倍频程规则可以实现这种分离。倍频程就是频率的两倍。当机箱与 PCB 的谐振频率用一倍或数倍倍频程分离时,这些构件间的耦合效应将急剧地降低。这就使得无论是机箱还是 PCB 都具有较高的谐振频率,只要它们的谐振频率很好地分离开来,就不会有什么影响。

振动试验的经验和相关有限元研究已经证明,许多不同类型的电子元件的疲劳寿命,可能与振动期间 PCB 产生的动态位移有关。这些研究已经证明,当 PCB 的峰值单振幅位移受限于式(8-9)和图 8-4 所示的数值时,这些器件在正弦振动环境中的疲劳寿命可以达到大约 1×10^7 次应力交变:

$$Z = \frac{0.00022B}{Chr\sqrt{L}} \quad (\text{PCB 的最大理想位移}) \quad (8-9)$$

式中: B = 平行于器件的 PCB 的边长, in;

L = 电子元件的长度, in;

h = PCB 的高度或厚度, in;

C = 不同类型的器件常数(见式(9-50));

r = 器件的相对位置因子(见式(9-50))。

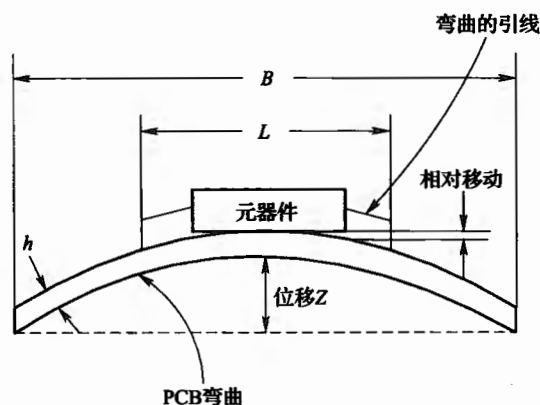


图 8-4 当 PCB 受激谐振时轴向引出的器件引线将会弯曲

通过假定 PCB 在其谐振条件下看作是一个单自由度系统,可以估算在 PCB 中心的预期的峰值单振幅位移,如式(2-30)所示:

$$Z = \frac{9.8G}{f^2} = \frac{9.8G_{in}Q}{f_n^2}$$

由上式得到的位移值将比由 PCB 板实际几何尺寸得到的正确值稍低一点。当将 PCB 近似地看作一个单自由度系统,并用单个质量来代表 PCB 时,单质量将代表 PCB 矩心的位移而不是 PCB 自身的实际位移。

振动试验数据已经证明,PCB 的传输率 Q 一般可能与其谐振频率有关。尽管试验数据说明高输入加速度水平(大于 $8G$)会降低 Q 值,而低输入加速度水平(低于 $2G$)会增大 Q 值,还是可以利用下式求得 Q 值的良好近似值(见式(14-21)):

$$Q = \sqrt{f_n} \quad (8-10)$$

将能为器件引线及其焊点提供大约 1×10^7 次应力循环疲劳寿命的、PCB 的理想谐振频率, 可以综合利用式 (2-30)、式 (8-9) 和式 (8-10) 式确定:

$$f_d = \left(\frac{9.8 G_m Chr \sqrt{L}}{0.00022B} \right)^{2/3} \quad (\text{理想的 PCB 频率}) \quad (8-11)$$

例题: 确定 PCB 的理想谐振频率

有标准引线的 40 脚双列直插式封装 (DIP) 器件装在一个 $6.0\text{in} \times 8.0\text{in} \times 0.10\text{in}$ 的插入式 PCB 的中心。DIP 平行于 PCB 的 8.0in 的长边安装。该系统将经受正弦振动鉴定试验, 预期该试验的最大加速度输入水平为 $7.0G$ 峰值。确定该 PCB 的最小理想谐振频率, 以及考虑谐振驻留的近似的疲劳寿命。

解: 必须先利用倍频程规则, 以确保 PCB 的谐振频率已与机箱的谐振频率很好地分离开来, 这样机箱与 PCB 之间的耦合效应将会降低。在这种条件下假定 PCB 的加速度输入与机箱的输入相同是很方便的。尽管实际上这是不真实的, 但它对快速求得近似答案是很方便的。因此:

$B = 8.0\text{in}$ (平行于器件的 PCB 长度);

$h = 0.10\text{in}$ (PCB 高度或厚度);

$L = 2.0\text{in}$ (40 脚 DIP 的长度);

$C = 1.0$ (标准 DIP 的几何常数);

$r = 1.0$ (器件中心的相对位置因子)。

代入式 (8-11), 求取 PCB 的理想谐振频率:

$$f_d = \left[\frac{9.8 \times (7.0) \times (1.0) \times (0.10) \times (1.0) \times \sqrt{2.0}}{0.00022 \times (8.0)} \right]^{0.666} = 310\text{Hz} \quad (8-12)$$

DIP 的疲劳寿命可以根据预期的 1×10^7 次循环的疲劳寿命确定:

$$\text{寿命} = \frac{10 \times 10^6 (\text{故障前循环数})}{(310 \text{ 循环数/s}) \times (3600\text{s/h})} = 8.96\text{h} (\text{故障前小时数}) \quad (8-13)$$

要达到 310Hz 的谐振频率是困难的, 有可能需要加强肋。加强肋将占尽 PCB 某些有价值的表面面积, 这样就会减少可以装在密集装配的 PCB 上的电子元件的数量。当若干个 PCB 都需要加强肋时, 安装表面的面积就会减少, 因此系统可能不得不增加一块附加的 PCB。这就可能导致组件更大、更重也更贵, 因而也使许多公司很不乐意。因此必须考虑这些因素与可能的鉴定试验故障或者现场故障的关系。

式 (8-13) 所示的 8.96h 的故障前可能的疲劳寿命, 并不是实际的时间段长度。美国军用规范 MIL-STD-810D 的试验说明, 它要求三个轴的每个轴做 1h 的正弦扫频试验, 再加上三个轴的每个轴上对四个主要谐振频率的每个频率进行 30min 的谐振驻留试验, 这样总的谐振驻留时间周期为 6h , 而一次鉴定试验的总试验时间就是 9h 。

鉴定试验大纲以往的经验已经表明会发生许多不同类型的问题和故障, 这就要求试验要反复地进行。有时在全部鉴定试验结束以前, 这些试验可能不得不进行多次。因此为保证试验成功地结束, 必须有一个安全系数。一个推荐的实践是, 为使设计的电子系统有足够的疲劳寿命, 应使系统能通过 5 次鉴定试验。这并不表示安全系数像通常利用应力水平

作为判据所计算的那样是 5，而是表示它的安全系数是 1.286，这是因为疲劳寿命与式 (8-3) 所示的升高到 6.4 次方的应力水平相关，即：

$$\text{疲劳寿命变化} = (1.286)^{6.4} = 5.0 \quad (8-14)$$

8.5 器件位置和布局对 PCB 寿命的影响

电子元件可以以任何位置和任何布局装在 PCB 上。矩形器件的安装通常是使其边缘平行于 PCB 的边缘。小于 1in 左右的较小的器件很少引起任何振动问题，除非该器件正好是一个又高又重的变压器，但这种类型的器件这里不作考虑。大于 1in 左右的较大器件通常会发生振动问题，它取决于 PCB 的类型和振动量值要求。当器件尺寸达到或超过 2in 时，振动问题会变得很严重。

当所评价的是插入式 PCB 时，对于大器件来说，最关键的位置位于 PCB 中心。在有简单支撑边的 PCB 的基本谐振频率上，PCB 的中心是 PCB 曲率发生变化最迅速的地方。如果该器件从中心移走，曲率就会降低，PCB 与器件本体之间的相对运动也会减少，如图 8-5 所示。如此减少引线和焊点中的力和应力，可提高疲劳寿命。

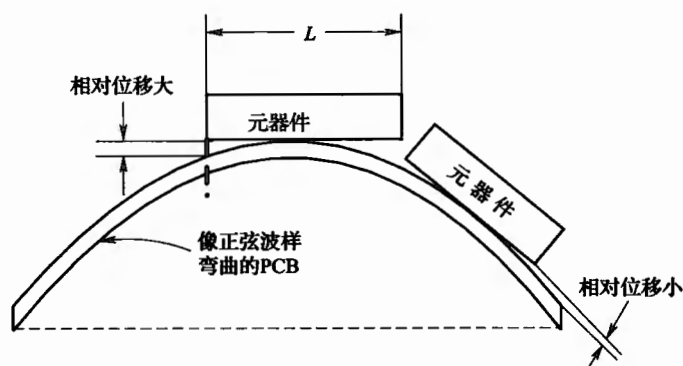


图 8-5 器件装在靠近 PCB 边缘时器件与 PCB 间的相对运动会减少

对于长器件来说，最危险的取向是平行于矩形插入式 PCB 的较短边。这是因为 PCB 较短边比较长边的曲率变化更为迅速。这会在 PCB 与器件之间形成较大的相对运动，如图 8-6 所示，这会增大引线和焊点中的载荷和应力。应力增大是不希望的，因为它们会降低系统的疲劳寿命。

在其谐振条件下，装在 PCB 上的电子元件引线和焊点中的力和应力，可能与 PCB 的相对曲率有关。相对曲率可能与 PCB 的位移有关，而位移又与器件装在 PCB 上的位置有关。当 PCB 的边缘为简单支撑（或铰接）时，PCB 任何位置的位移可由下式确定：

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b} \quad (\text{见式 (6-1)})$$

当器件处于 PCB 中心时， $X = a/2$ ， $Y = b/2$ ，PCB 中心的位移可简化为：

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = Z_0 \quad (8-15)$$

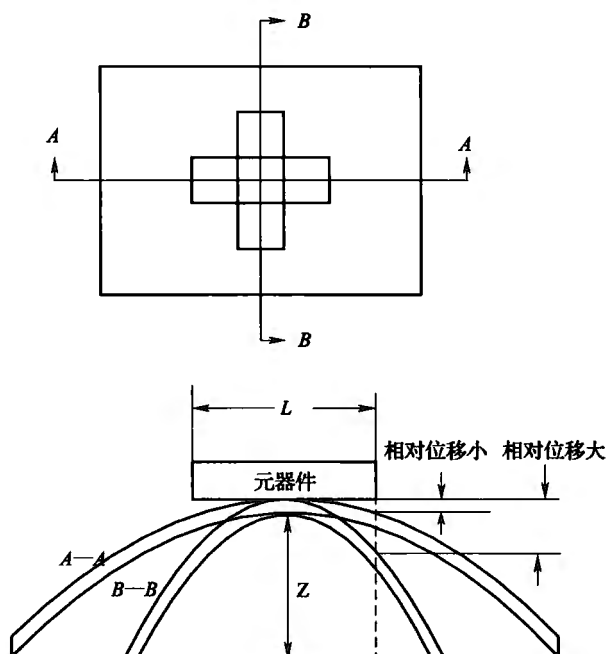


图 8-6 器件平行于 PCB 长边安装时器件与 PCB 间的相对运动会减少

当器件离开中心位置, 处于 $X = a/2$, $Y = b/4$ 这一点时, PCB 的位移为:

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{4} = 0.707 Z_0 \quad (8-16)$$

当器件处于 1/4 安装点时, $X = a/4$, $Y = b/4$, PCB 在该点的位移为:

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} = 0.50 Z_0 \quad (8-17)$$

在 PCB 上不同点的这些相对位移将确定器件引线和焊点中的力和应力, 而这些力和应力又将直接影响这些器件的疲劳寿命。因此, 可以利用这些相对位移, 根据 PCB 上的器件位置, 求得不同类型的器件在不同的环境中的大致的疲劳寿命。

8.6 楔形压板对 PCB 谐振频率的影响

楔形压板型边缘导向件常用于夹紧 PCB 的侧边, 以降低热阻 (thermal resistance), 获得较低的温度, 并提高 PCB 的谐振频率。典型楔形压板见图 8-7。

有楔形压板边缘导向件的振动试验已经证明: 它们的效用与 PCB 的刚度有关, 并且因此也与 PCB 的谐振频率有关。谐振频率低 (低于 100Hz) 的 PCB 是不太硬的。为防止谐振条件下的任何转动, 当输入加速度水平低于 8G 峰值时, 楔形压板能牢固地夹紧 PCB 的边缘导向件。

谐振频率高 (高于 600Hz) 的 PCB 是很硬的。楔形压板不能牢固地夹紧 PCB 边缘导向件以防止转动, 这样在这种接触面上就会产生某种转动。频率越高, 相对运动越大。因此, 这种频率可以用于估算楔形压板刚度特性的百分比稳定度, 如图 8-8 所示。

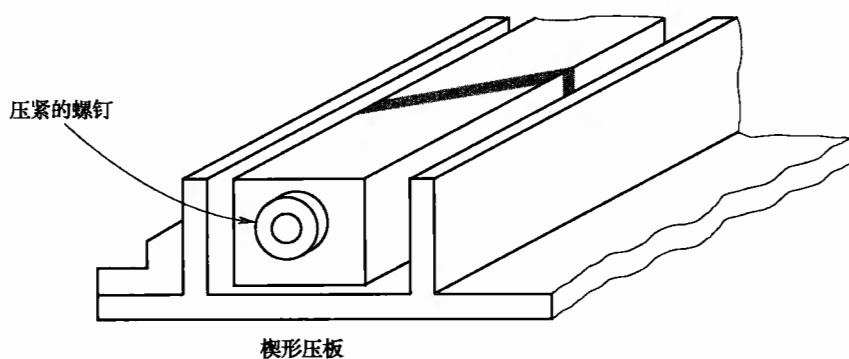


图 8-7 可提高 PCB 刚度和谐振频率的楔形压板
边缘导向件牢固地夹紧 PCB 的边缘

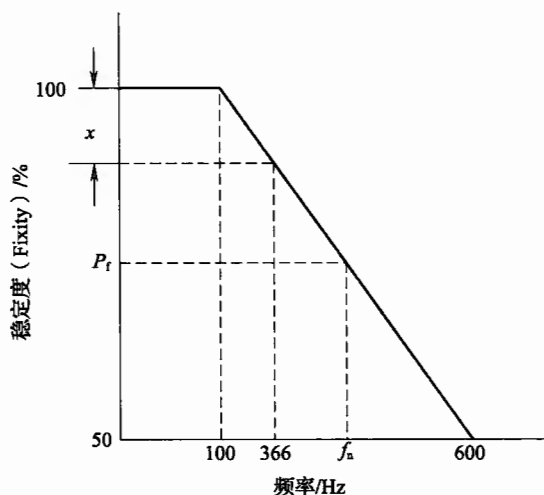


图 8-8 用于估算楔形压板边缘导向件百分比稳定度的曲线

当楔形压板作为插入式 PCB 的侧边导向件使用时，可以利用下式改善谐振频率计算的精度：

$$f_n = f_s + P_f (f_t - f_s) \quad (8-18a)$$

式中： f_n = PCB 预期的固有频率；

f_s = 有简单支撑边的 PCB 的固有频率；

f_t = 有固定（压紧）边的 PCB 的固有频率；

P_f = 由图 8-8 得出的 PCB 侧边的百分比稳定度。

在知道谐振频率之前是无法确定稳定度的，而谐振频率现在也确实未知。但是，可利用图 8-8 中的相似三角形求得其精确解如下：

$$\begin{aligned} \frac{f_n - 100}{600 - 100} &= \frac{1.00 - P_f}{1.00 - 0.50} \\ (f_n - 100) \times (0.50) &= (500) \times (1.00 - P_f) \\ P_f &= 1.1 - 0.001 f_n \end{aligned} \quad (8-18b)$$

将式 (8-18b) 代入式 (8-18a), 并求解 f_n , 有:

$$f_n = f_s + (1.1 - 0.001 f_n)(f_t - f_s)$$

$$f_n = \frac{f_s + 1.10(f_t - f_s)}{1 + 0.001(f_t - f_s)} \quad (8-19)$$

可以用一个例题验证该方程。

例题: 有边缘楔形压板的 PCB 的谐振频率

确定有图 8-9 所示的边缘楔形压板的 0.5lb 的插入式 PCB 的谐振频率。机箱顶盖下的橡胶带预期会压紧 PCB 的顶边, 因此 PCB 的顶边可看作是简单支撑 (铰接的) 边。预期跨越 PCB 底边的电连接器也支撑该底边, 同样可看作是铰接边。为分析简便起见, 假定重量均匀分布于 PCB 的整个板面。

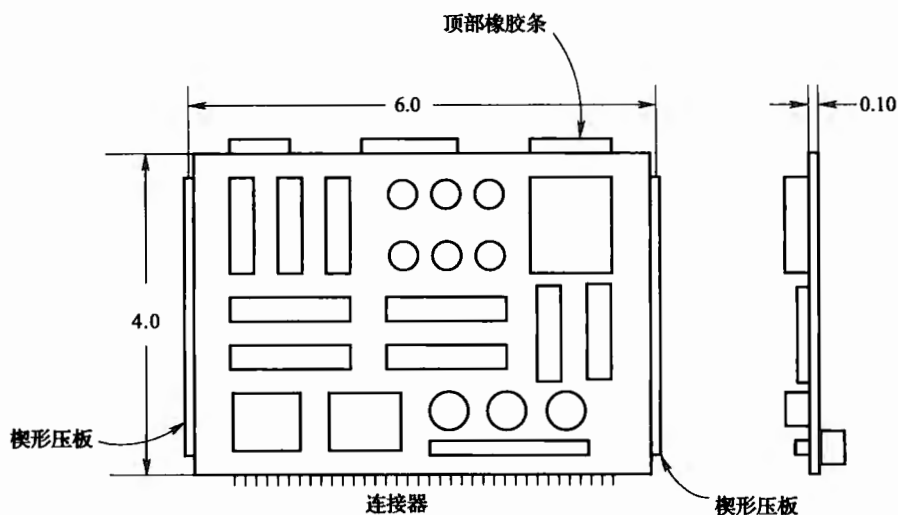


图 8-9 顶部和底部边缘支撑 (铰接)、侧边带楔形压板的插入式 PCB

解: 当 PCB 的谐振频率低于 100Hz 时, 其边缘楔形压板将防止其侧边转动。PCB 的谐振频率则可通过假定其侧边被压紧来确定。而当 PCB 的谐振频率大于 600Hz 时, 边缘楔形压板不能防止转动, 因此侧边不能用压紧条件来估算。

在这类情况下, 将侧边看作是介于固定边和铰接边之间的某一条件下。此时可用式 (8-19) 求得有侧边楔形压板的 PCB 谐振频率的良好近似值。为使用该表达式, 必须确定有两种不同侧边条件的 PCB 的谐振频率。条件 1 具有铰接侧边, 条件 2 具有固定侧边。

①条件 1: PCB 有铰接侧边

就条件 1 而言, PCB 的所有四边都是铰接边。其谐振频率可以根据式 (6-21) 确定:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$$

式中: $E = 3.0 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (覆铜环氧玻璃板的弹性模量);

$h = 0.10 \text{ in}$ (PCB 环氧玻璃纤维板厚度);

$\mu = 0.18$ (覆铜环氧玻璃板的泊松比);

$W = 0.50\text{lb}$ (PCB 的重力);

$g = 386\text{in/s}^2$ (重力加速度);

$a = 6.0\text{in}$ (PCB 长度);

$b = 4.0\text{in}$ (PCB 宽度);

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{(3 \times 10^6) \times (0.10)^3}{12 \times (1-0.18^2)} = 258.4\text{lb} \cdot \text{in} \text{ (平板刚度因子)};$$

$$\rho = \frac{W}{gab} = \frac{0.5}{(386) \times (6.0) \times (4.0)} = 0.000054\text{lb/in}^2 \text{ (单位面积的质量)}。$$

于是:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{258.4}{0.000054}} \times \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{16} \right) = 310\text{Hz} \quad (8-20a)$$

②条件2: PCB 有固定侧边

两相对边夹紧, 另两相对边支撑的 PCB 的谐振频率可以根据图 6-12 确定。注意, 这里定义的夹紧边意味着 PCB 的侧边在谐振条件下没有任何转动。我们有:

$$f_n = \frac{\pi}{3.46} \sqrt{\frac{D}{\rho} \left(\frac{16}{a^4} + \frac{8}{a^2 b^2} + \frac{3}{b^4} \right)}$$

式中: $D = 258.4\text{lb} \cdot \text{in}$;

$\rho = 0.000054\text{lb/in}^2$;

$a = 6.0\text{in}$;

$b = 4.0\text{in}$ 。

于是

$$f_n = \frac{\pi}{3.46} \sqrt{\frac{258.4}{0.000054} \times \left(\frac{16}{1296} + \frac{8}{576} + \frac{3}{256} \right)} = 387\text{Hz} \quad (8-20b)$$

接着讨论带侧边楔形压板、顶边和底边支撑的 PCB。带侧边楔形压板的 PCB 的谐振频率可以利用两种不同的方法确定。在第一种方法中, 采用图 8-8 试错求解法用于求取百分比稳定度。在第二种方法中, 利用式 (8-19) 的逼近式求解法可用于直接求取 PCB 的谐振频率。

试错法用于求解谐振频率。先假设谐振频率为 366Hz, 由图 8-8 利用相似三角形求取百分比稳定度:

$$\frac{X}{100-50} = \frac{366-100}{600-100} \quad \text{或} \quad X = 26.6\%$$

该值是由顶部向下测得的, 因此楔形压板上固定边的稳定度为 $(100 - 26.6)\% = 73.4\%$ 。代入式 (8-18a) 以求取计算的 PCB 的谐振频率:

$$f_n = 310 + (0.734) \times (387 - 310) = 366.5\text{Hz} \quad (8-21a)$$

因为假定 366Hz 的 PCB 的谐振频率与计算的 366.5Hz 的谐振频率大致相同, 因此有侧边楔形压板的 PCB 的精确的谐振频率约为 366Hz。

用逼近式求解法求取谐振频率。有侧边楔形压板的 PCB 的谐振频率可以直接利用式 (8-19) 求解。

式中: $f_s = 310\text{Hz}$ (对简单支撑 (铰接) 边) (见式 (8-20a));

$f_i = 387\text{Hz}$ （对压板边）（见式（8-20b））；

$$f_n = \frac{310 + (1.10) \times (387 - 310)}{1 + (0.001) \times (387 - 310)} = 366.4\text{Hz} \quad (8-21b)$$

楔形压板边缘导向件将提高 PCB 的谐振频率，它将降低动态位移并改善装在 PCB 上的大型器件的疲劳寿命。但这种疲劳寿命的改善不如单独降低动态位移所可能预期的改善那样好。这是由于图 8-10 所示的简单支撑边缘导向件和压板边缘导向件的方式状态的差异引起的。

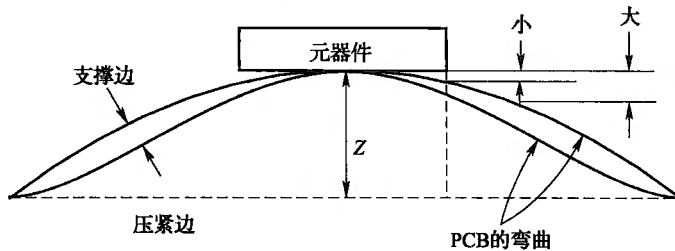


图 8-10 器件与支撑边 PCB 和压紧边 PCB 之间相对运动的差异

对大型器件的本身与 PCB 之间相对位移的检查表明：压紧边条件将会形成稍大一些的相对位移。这就意味着，当两块 PCB 的动态位移相同时，装在边缘压紧的 PCB 中心的大型器件的疲劳寿命，不如装在简单支撑的相同 PCB 上的相同器件的疲劳寿命那样高。

8.7 松动的 PCB 边缘导向件的影响

插入式 PCB 两边必须有某种类型的导向件，以控制位于 PCB 底边的盲配式电连接器位置并保持对准精度。从弹簧夹到楔形压板，有许多不同类型的边缘导向件可供利用。有时会在机箱侧壁铸造或机加一些沟槽作为边缘导向件。为满足机箱和 PCB 上的制造和装配公差的需要，这些沟槽通常做得相当宽，其结果就形成了松动的边缘导向件，在振动或冲击环境下，这类导向件将不能给 PCB 提供足够的支撑。用这种松动去降低制造成本同时仍可提供一个紧固的电子机箱组件，是一种落后且不现实的想法。看起来，松动的 PCB 边缘导向件似乎可以像一个隔离系统一样起作用，它可以降低通过机箱传递到 PCB 上的加速度水平。但是，振动试验数据表明事实正好相反。松动的 PCB 边缘导向件在振动和冲击环境中实际上会增大传递到 PCB 上的加速度，并有轻微的阻尼。

熔模铸造技术常用于电子机箱，并且试图在机箱侧壁中铸造导槽以作为 PCB 的边缘导向件。这些导槽差不多全部是自由的，因为只需为这些导槽支付最初的加工费用。因此会降低机加费用，但是这些不应采用内铸式导槽，因为它们会使 PCB 中的加速度水平和应力急剧增加。这会使系统的疲劳寿命降低。

对有松动的 PCB 边缘导向件机箱组件进行的振动试验数据表明，PCB 的谐振频率总是与机箱谐振频率耦合在一起，即使在提高了机箱的谐振频率以试图分离这两个频率时也是如此。当 PCB 有松动时的边缘导向件，振动的周期取决于它的振幅。除了 PCB 的弹簧刚度之外，松动的 PCB 边缘导向件的间隙和加速度水平都能确定 PCB 的谐振频率。对于

一组给定的条件,较高的输入加速度水平将导致较高的 PCB 谐振频率。较小的间隙也会导致较高的 PCB 谐振频率。

通过将 PCB 看作是在两个弹簧之间振动的质量,可以估算松动的 PCB 侧边导向件的影响,此时,对于如图 8-11 所示的某种初始条件来说,质量和弹簧之间的间距为 a 。

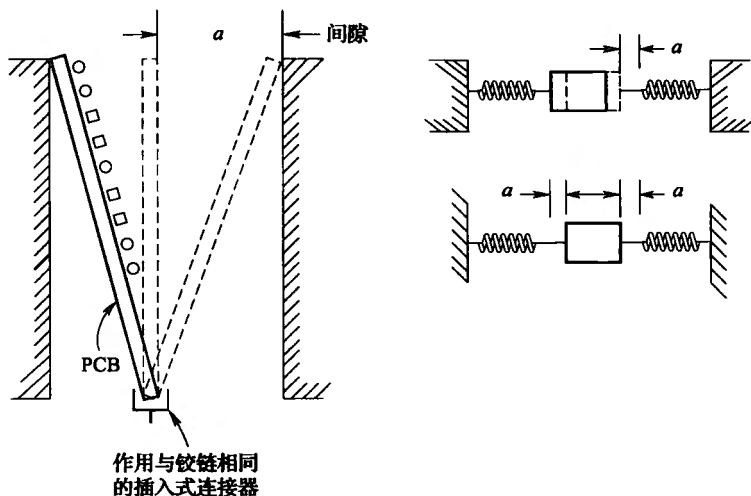


图 8-11 因间隙而松动的边缘导向件使 PCB 前后晃动导致 PCB 谐振频率下降

按下列三个步骤计算 PCB 的振动周期,可确定有松动的边缘导向件的 PCB 的谐振频率。

步骤 1: 首先计算侧边间隙为 0 的 PCB 的谐振周期。该周期是有简单支撑 (或铰接) 边的 PCB 的谐振频率的简单倒数。

步骤 2: 其次根据 PCB 在松动的侧边间隙上摆动的速度,计算谐振周期。该速度与输入加速度和传输率成正比。

步骤 3: 将步骤 1 和步骤 2 求得的周期简单相加,求倒数,即可求得有间隙的 PCB 的真实的谐振频率。

由边缘间距 a 可确定 PCB 的速度。考虑谐波运动且开始时有位移:

$$Y = a \sin \Omega t \quad (8-22)$$

位移的一阶导数为速度:

$$V = \frac{dY}{dt} = \Omega a \cos \Omega t \quad (8-23)$$

最大速度发生在 $\cos \Omega t = 1.0$ 时:

$$V = \Omega a$$

令 $\Omega = 2\pi f$, 有:

$$V = 2\pi f a \quad (8-24)$$

由于振动引起的单振幅位移见式 (2-30)。将该值代入式 (8-24) 求得速度:

$$V = \frac{19.6\pi G_{in} Q}{f_n} \quad (8-25)$$

PCB 的总周期可以根据运动经过一个完整的循环求得。当 PCB 与弹簧有接触时, 对于导槽来说它是刚性的, 而且没有更大的侧边空隙。考虑步骤 1, 该周期正好是 PCB 谐振频率的倒数:

$$P_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \quad (\text{PCB 的周期}) \quad (8-26)$$

考虑步骤 2, PCB 的周期取决于间距 a 和 PCB 通过此间隙的速度, 因为在一个满循环内总间隙为 $4a$, 而且速度 $\times$ 时间 = 距离, 所以 PCB 通过间隙的周期变为:

$$P_2 = \frac{4a}{V} \quad (8-27)$$

将式 (8-25) 代入式 (8-27), 有:

$$P_2 = \frac{4af_n}{19.6\pi G_{in} Q} \quad (8-28)$$

PCB 的总周期为上述两个周期之和:

$$P = P_1 + P_2 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} + \frac{4af_n}{19.6\pi G_{in} Q} \quad (8-29)$$

PCB 的谐振频率是周期 P 的倒数为:

$$f_n = \frac{1}{P} \quad (8-30)$$

如果周期性扰动力的频率低于 PCB 谐振频率 (没有边缘间隙时), 总有可能建立一种条件, 使 PCB 的谐振频率 (有边缘间隙时) 变得同扰动力频率相等, 并产生严重的耦合效应。换句话说, 当机箱中采用松动的 PCB 边缘导向件, 并且机箱的谐振频率低于 PCB 的谐振频率 (没有边缘间隙时) 时, 总有可能建立一种条件, 使 PCB 的谐振频率 (有边缘间隙时) 变得同机箱的谐振频率相等, 并且在 PCB 中产生严重的耦合效应。这样会使 PCB 中的应力水平提高, 而使其疲劳寿命降低。

例题: 有松动的边缘导向件的 PCB 的谐振频率

当 PCB 的所有四边均为简单支撑时, 一个插入式 PCB 有 187Hz 的谐振频率。在机箱内使用的 PCB 在机箱侧壁中有一个间隙导槽而不是边缘导向件。在 PCB 和机箱侧壁导槽之间的单振幅, 最小间距为 0.008in, 最大间距为 0.012in。确定正弦振动输入水平为 6.0G 峰值时的预期的 PCB 的谐振频率范围。

解: ①PCB 与机箱侧壁导槽间的间隙为 0.008in。

试验数据表明, 松动的侧边导向件会导致较高的传输率 Q , 因为在机箱和 PCB 之间有较为严重的动态耦合。因此在这种求解方法中使用的传输率必须稍高于正常值。所需要的信息如下:

$f_n = 187\text{Hz}$ (PCB 谐振频率, 无边缘间隙);

$P_1 = 1/187 = 0.005347\text{s}$ (PCB 周期, 无边缘间隙);

$a = 0.008\text{in}$ (最小边缘间隙);

$G_{in} = 6.0G$ (峰值输入加速度水平);

$Q = 1.2 \sqrt{187} = 16.4$ (预期的 PCB 的传输率)。

代入式 (8-29), 以求算有边缘间隙的 PCB 的谐振频率:

$$P = 0.005347 + \frac{(4) \times (0.008) \times (187)}{(19.6) \pi (6) \times (16.4)} = 0.00633s$$

$$f_n = 1/0.00633 = 158\text{Hz} \quad (\text{PCB 的谐振频率}) \quad (8-31)$$

②PCB 与机箱侧壁导槽间的间隙为 0.012in:

$$P = 0.005347 + \frac{(4) \times (0.012) \times (187)}{(19.6) \pi (6) \times (16.4)} = 0.00683s$$

$$f_n = 1/0.00683 = 146\text{Hz} \quad (\text{PCB 的谐振频率}) \quad (8-32)$$

8.8 过谐振点的正弦扫频

好几个美国军用规范 (MIL-E-5400、MIL-T-5422 和 MIL-STD-810) 都建议, 用过谐振点的正弦扫频作为对许多不同类型的电子系统进行鉴定试验的一部分。这种正弦扫频对于评价一个电子部件, 如 PCB, 以确定它们的谐振频率和传输率, 也是很方便的。这种试验通常从 10Hz 左右的低频开始, 一直扫描到 2000Hz, 然后再次回到 10Hz。通常采用对数扫描, 所以从 10Hz 扫描到 20Hz 的时间与从 1000Hz 扫描到 2000Hz 的时间是相等的。扫描速率通常用倍频程每分钟 (oct/min) 规定, 一个倍频程就是频率的 2 倍。因此该速率与时间有关, 如取每分钟扫描频带为 10~20Hz、20~40Hz、40~80Hz 等。

在过电子结构组件谐振点的扫描期间累积的损伤, 大多数会发生在峰值谐振点附近。电子工程师们广泛用于表征电路谐振峰值的半功率点 (half-power point) 是一个方便的基准。这些半功率点是功率能够为阻尼所吸收的那些点, 这种阻尼正比于给定频率上的振幅的平方。对于传输率 Q 大于 10 的阻尼轻微的系统来说, 谐振区内的曲线是大体对称的。半功率点常常定义为图 8-12 所示的系统的带宽。

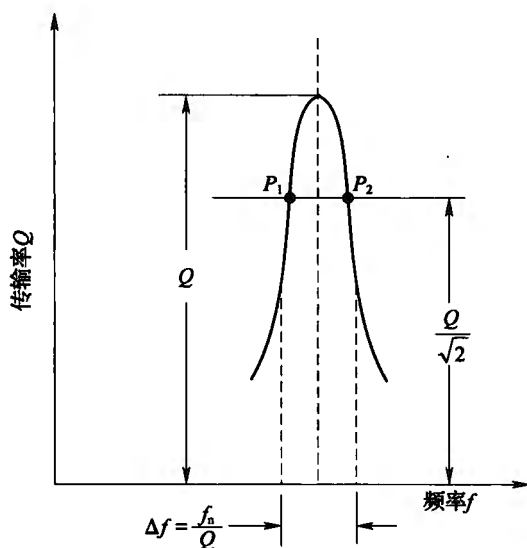


图 8-12 传输率曲线的半功率点

扫描通过半功率点的时间可由下式确定:

$$t = \frac{\ln \frac{1 + (1/2Q)}{1 - (1/2Q)}}{R \ln 2} \quad (8-33)$$

式中: t = 时间, min;

R = 扫描速率, oct/min;

Q = 谐振点传输率 (无量纲)。

例题: 正弦扫描期间累积的疲劳循环数

一个鉴定试验大纲要求过 PCB 的 320Hz 谐振频率点进行几次正弦振动扫描, 且其传输率为 20。以前在类似的 PCB 上利用相同的输入加速度水平, 且在谐振驻留条件下进行了试验, 该试验验证的器件的疲劳寿命约为 10min。试确定:

①在利用 0.5oct/min 的扫描速率进行的一次扫过谐振点期间累积了多少个疲劳循环?

②产生故障前扫过谐振点的单向扫描需要多少次?

解: ①根据式 (8-33) 可以确定扫描过 PCB 谐振点的时间, 式中:

t = 时间 (min);

$R = 0.5 \text{ oct (octaves, 倍频程) / min (扫描速率);}$

$Q = 20$ (PCB 的传输率)。

$$t = \frac{\ln \frac{1 + (1/40)}{1 - (1/40)}}{0.5 \ln 2} = 0.144 \text{ min} = 8.66 \text{ s} \quad (8-34)$$

在一次扫过 320Hz 谐振频率期间累积的疲劳循环数将是:

$$n = (320 \text{ 循环数/s}) \times (8.66 \text{ s}) = 2771 \text{ (循环/每次扫描)} \quad (8-35)$$

②可以确定故障前扫过谐振点的单向扫描次数如下:

$$NS = \frac{10 \text{ min}}{0.144 \text{ min/每次扫描}} = 69.4 \text{ (故障前扫描次数)} \quad (8-36)$$

第9章 电子设备随机振动设计

9.1 引言

民用、工业用和军用电子设备制造厂正在规定在验收试验、筛选试验和鉴定试验中使用随机振动，因为人们已经认识到，随机振动能更为贴切地代表电子设备必须工作的真实环境。这种振动包括飞机、导弹、汽车、卡车、火车和坦克，以及化工处理设施、轧钢机、铸造设备、石油钻探机和数控铣床中的振动。而且已经证明，随机振动对于通过筛选去除有缺陷的器件和有缺陷的组件，以改善电子设备的制造完整性是一种很有用的工具，因为筛选能使整个系统的可靠性获得极大的改善。

电子装配设计师和工程师还必须了解随机振动和疲劳的基本特性，以便设计、研制和生产能够在所希望的环境中工作、费用有效且重量较轻的结构，且具有高度的可靠性。他们还必须检查动态载荷通过结构的途径，以便确保不存在能够引起严重故障的薄弱环节。他们必须经常警惕能够放大动态载荷和应力的主结构发生谐振。如果两个主结构发生相互接近的谐振，这种谐振就可能产生严重的动态耦合效应，并能迅速形成疲劳故障。

9.2 随机振动中的基本故障模式

为获得可靠的电子系统，必须考虑和控制的基本故障模式有四种。这些故障是由下列条件造成的：

- ①高加速度水平；
- ②高应力；
- ③大的位移幅度；
- ④电气信号超差（out of tolerance）。

首先考虑高加速度水平。有许多电子元件如继电器和晶体振荡器，当它们的内部谐振频率受到激发时，它们的电气功能将会失常。在振动期间这些器件不会出现严重故障，但它们却不能正常地工作。例如，如果继电器颤振（chatter），电气信号就可能受到破坏，且可能产生电气故障。当晶体振荡器受激发而谐振时，电气信号就可能失真到足以产生电气故障。因此，重要的是要使用能够在预期的环境中正常工作的电子元件。同样重要的是，要将这些敏感的电子元件安装在不响应恶劣的谐振条件的区域。例如，将器件装在插入式 PCB 的边缘而不是其中心。

其次考虑高应力。如果在主结构件中出现高应力，则可能产生严重故障。它通常可通过增强结构的刚度以提高谐振频率来避免。这样做会减少动态位移和应力，因而会改善疲劳寿命。

再考虑大的位移幅度。当 PCB 过于靠近时，或者当对于安装位置公差没有给予足够的注意时，大的位移幅度常常会使相邻的 PCB 之间发生碰撞。相邻 PCB 上器件之间的碰撞能造成器件线路和焊点的断裂和破坏。必须使 PCB 的谐振频率高到足以限制动态位移的程度，并且必须控制位置公差以正确安装 PCB。

最后考虑电气信号超差。它可能是由于电缆和线束中的相对运动、高温、某些电容器内的相对运动、晶体振荡器和滑动电位器内的谐振、变压器铁芯内的相对运动、电子管灯丝的过量运动引起的。

9.3 随机振动的特性

随机振动最明显的特性是其非周期性。过去对随机运动的了解足以预计各种加速度和位移幅值产生的概率，但不足以预计某一特定瞬间的精确的幅值。

随机振动的典型时间曲线如图 9-1 所示。对图 9-1 的分析表明，随机运动可以分解为一系列叠加的正弦曲线，而且每一条正弦曲线均以其自身的频率和幅值循环，如图 9-2 所示。

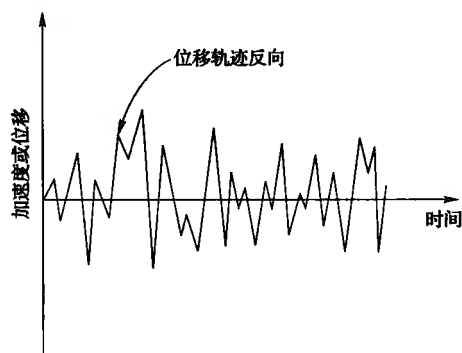


图 9-1 加速度或位移与时间的典型曲线

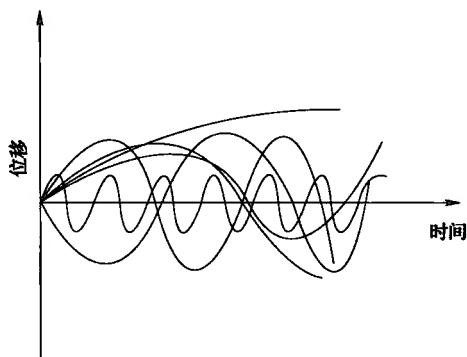


图 9-2 随机运动由许多不同的正弦曲线叠加而成

9.4 正弦振动和随机振动之间的差异

随机振动的独特之处是，在给定带宽内的所有频率自始至终在任一瞬时都会出现在随机振动之中。这就意味着，当一个电子系统经受频带为 $20 \sim 2000\text{Hz}$ 的随机振动环境时，电子系统在相同带宽内的所有结构谐振频率都将同时受到激发。换句话说，机箱的基本谐振频率将同许多较高的谐波一起受到激发。对于系统中的所有电路板，这种情况也同样是真实的。

而同一个电子系统经受 $20 \sim 2000\text{Hz}$ 的正弦扫频振动输入时，机箱和各种电路板在给定频带内的每个结构谐振将分别受到激发。因为电子系统在随机振动中的响应不同于在正弦振动中的响应，这就意味着随机振动引起的疲劳故障与正弦振动引起的疲劳故障可能不同。这可以通过考虑图 9-3 所示的有两个不同谐振频率的两个悬臂梁进行验证。质量 1 有较低的谐振频率，质量 2 有较高的谐振频率。

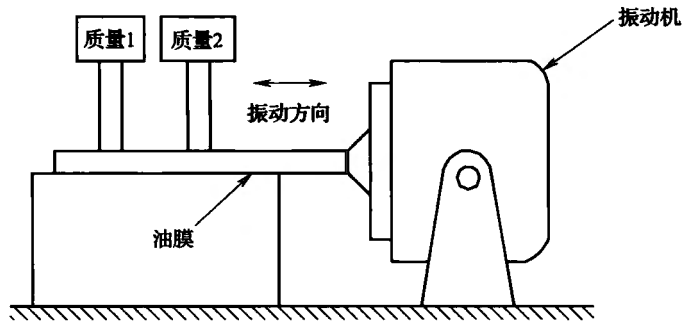


图 9-3 装油膜滑台上的有两个不同谐振频率的两个弹簧-质量系统

在正弦扫频期间，有较低谐振频率的质量 1 将首先形成它的谐振峰值，而有较高谐振频率的质量 2 将随后形成它的谐振峰值，如图 9-4 所示。当质量 1 的谐振频率受到激发时，质量 2 是平静的，因此质量 1 将不会撞击质量 2，该系统不会受到损伤。而当质量 2 的谐振频率受到激发时，质量 1 受到隔离并将是平静的，因此质量 1 也不会撞击质量 2，系统也不会受到损伤。

在随机振动环境，给定带宽内的所有受激发的频率都将同时出现。与质量 1 和质量 2 的谐振频率相对应的受迫频率会同时出现，故质量 1 和质量 2 将同时在它们各自的谐振频率上受到激发。两个质量将同时产生相当大的位移幅值，因此它们将彼此相撞并产生碰撞故障。这就说明随机振动环境能够产生正弦振动环境不能复现的故障。

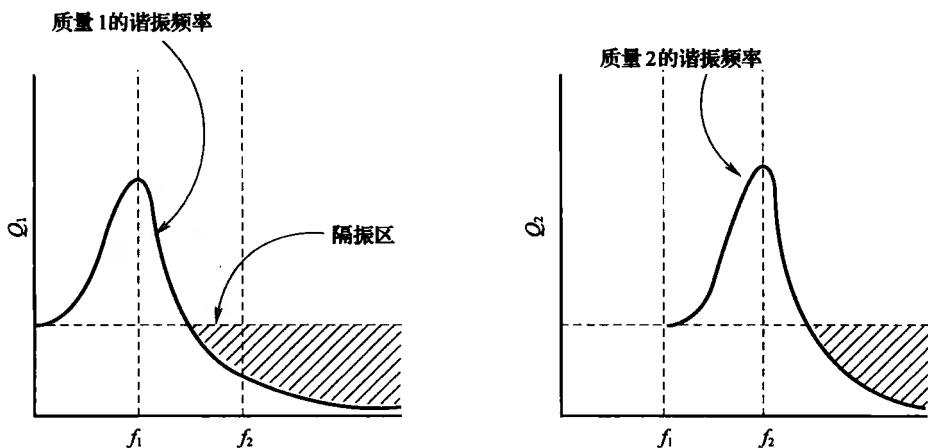


图 9-4 有不同谐振频率的两个质量

9.5 随机振动输入曲线

有许多不同形式的曲线能够用于表示随机振动输入要求。最常用的也是最简单的是白噪声曲线，如图 9-5 所示。

随机振动输入和响应曲线一般用功率谱密度 (power spectral density, PSD) 画在双对数纸上, 垂直轴的表示加速度单位平方每赫 [兹] (G^2/Hz), 水平轴是频率 (Hz)。功率谱密度 P 常常称为均方根加速度密度, 且定义为:

$$P = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{G^2}{\Delta f} \quad (9-1)$$

上式中, G 是用重力单位表示的加速度的均方根 (RMS), 而 Δf 是用赫 [兹] (Hz) 表示的频率范围的带宽。

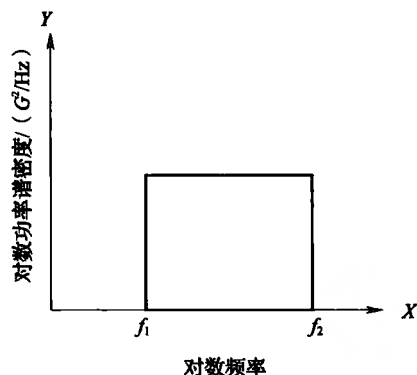


图 9-5 有恒定输入功率谱密度 (PSD) 的典型白噪声曲线

均方根加速度水平与随机振动曲线下的面积有关。通过积分输入随机振动曲线可以求得输入均方根加速度水平, 而通过积分输出 (或响应) 的随机振动可以获得输出 (或响应) 均方根加速度水平。面积的方根则确定了均方根加速度水平:

$$\sqrt{\text{面积 } A} = \sqrt{\frac{G^2}{\text{Hz}} \times \text{Hz}} = G_{\text{RMS}} \quad (9-2)$$

例题: 确定输入均方根加速度水平

根据图 9-6 所示的白噪声 (平顶) 随机振动输入规范, 确定输入均方根加速度水平。

解:

$$G_{\text{RMS}} = \sqrt{P \times \Delta f} = \sqrt{0.20 \times (2000 - 10)} \\ G_{\text{RMS}} = 19.95 \quad (\text{均方根输入加速度水平}) \quad (9-3)$$

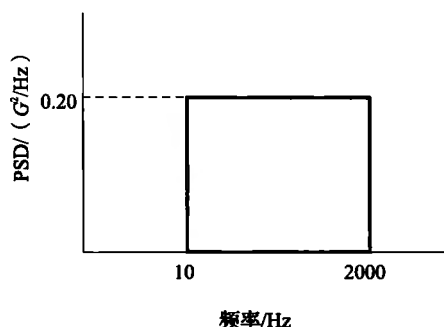


图 9-6 带 $0.20 G^2/\text{Hz}$ 恒定输入 PSD 的白噪声输入曲线

9.6 随机振动单位

电子工业界中通常使用功率谱密度 P （或均方根加速度密度）作为随机振动环境的单位，它用重力单位进行测量，因此没有量纲。即用重力加速度去除加速度：

$$G = \frac{a}{g} = \frac{\text{加速度}}{\text{重力加速度}} (\text{无量纲})$$

10G 的加速度水平意味着加速度具有 10 倍于重力加速度的量值。

估算随机振动的最常见的方法是用功率谱密度为单位表示。但是，随机振动也可以用速度谱密度和位移谱密度为单位来表示，见表 9-1。

表 9-1 用谱密度为单位来表示的随机振动

参数	量纲	单位
功率谱密度	$\frac{(\text{加速度})^2}{\text{频率}}$	$\frac{(\text{in/s}^2)^2}{\text{Hz}}$
速度谱密度	$\frac{(\text{速度})^2}{\text{频率}}$	$\frac{(\text{in/s})^2}{\text{Hz}}$
位移谱密度	$\frac{(\text{位移})^2}{\text{频率}}$	$\frac{\text{in}^2}{\text{Hz}}$

随机振动输入曲线通常利用斜的直线画在双对数纸上。直线斜向右上方被认为是正（+）的斜率，而直线斜向右下方被认为是负（-）的斜率，如图 9-7 所示。

随机振动用的加速度、速度和位移一般均用均方根（RMS）值表示。这些量值不应与平方根（RSS）值相混淆。通过选取集合 2、6、10、14 并确定它们的 RMS 值与 RSS 值，可以说明此数组的 RMS 值与 RSS 值之间的差别：



图 9-7 正和负的曲线斜率

$$\begin{aligned} \text{RMS} &= \sqrt{\frac{2^2 + 6^2 + 10^2 + 14^2}{4}} = 9.165 \\ \text{RSS} &= \sqrt{2^2 + 6^2 + 10^2 + 14^2} = 18.330 \end{aligned}$$

9.7 随机振动输入曲线的形状

根据所需模拟的环境或条件曲线的类型，输入随机振动曲线可以有各种各样的形状。两种最通用的曲线形式见图 9-8。

曲线下的面积的方根仍然代表输入 RMS 加速度。因为这些曲线是画在双对数纸上的，必须使用几个特殊的方程去确定曲线倾斜段下面的面积。只是必须利用垂直的直线将曲线倾斜面分隔成几个面积块。不必使用水平线。下面用下标 1 表示所分析的左边的面积块，用下标 2 表示右边的面积块。

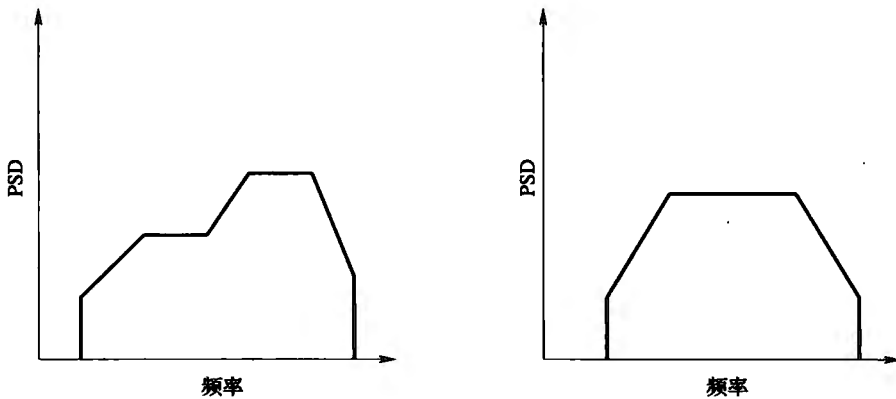


图 9-8 两种典型的随机振动输入 PSD 曲线

利用下列方程, 可以确定正斜率或负斜率线段下的面积。当斜率 S 不是 -3 时:

$$A = \frac{3P_2}{3+S} \left[f_2 - \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{S/3} f_1 \right] \quad (9-4)$$

或

$$A = \frac{3P_1}{3+S} \left[\left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{S/3} f_2 - f_1 \right] \quad (9-4a)$$

当 PSD 曲线的倾斜段斜率为 -3 时, 则可利用下式求取曲线下的面积:

$$A = -f_2 P_2 \ln \frac{f_1}{f_2} \quad (9-5)$$

或

$$A = f_1 P_1 \ln \frac{f_2}{f_1} \quad (9-5a)$$

斜率为 0 的平顶线段下的面积可根据下式确定:

$$A = P(f_2 - f_1) \quad (9-6)$$

例题: 求取倾斜 PSD 曲线的输入 RMS 加速度

确定绘制在双对数纸上的图 9-9 所示的随机振动曲线的输入 RMS 加速度。

解: 用垂线将面积分为三部分。先分别确定每一部分的面积, 而后将它们加在一起以求得曲线下的总面积。

① 面积 1 (A_1)

利用式 (9-4), 式中:

$$f_1 = 5\text{Hz}$$

$$f_2 = 75\text{Hz}$$

$$P_2 = 0.20\text{G}^2/\text{Hz}$$

我们有

$$S = 3\text{dB/oct (斜率)}$$

代入式 (9-4) 式, 有:

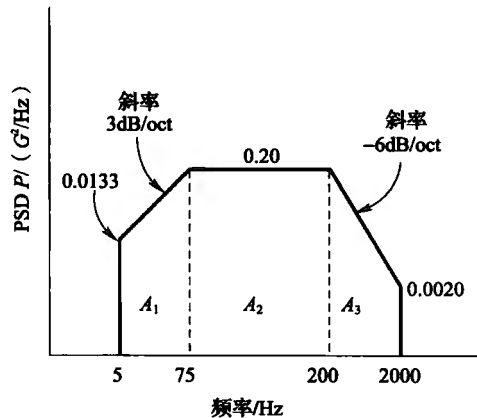


图 9-9 用垂直线将输入 PSD 曲线分为三个面积区

$$A_1 = \frac{3 \times (0.20)}{3 + 3} \times \left[75 - \left(\frac{5}{75} \right)^{3/3} \times (5) \right] = 7.47G^2 \quad (9-7)$$

②面积2 (A_2)

利用式 (9-6):

$$A_2 = (0.20) \times (200 - 75) = 25.0G^2 \quad (9-8)$$

③面积3 (A_3)

利用式 (9-4) 式, 式中:

$$P_2 = 0.002G^2/\text{Hz}$$

$$f_1 = 200\text{Hz}$$

$$f_2 = 2000\text{Hz}$$

我们有

$$S = -6\text{dB/oct (斜率)}$$

$$A_3 = \frac{3 \times (0.002)}{3 - 6} \times \left[2000 - \left(\frac{200}{2000} \right)^{-6/3} \times (200) \right] = 36.0G^2 \quad (9-9)$$

求曲线下的总面积并导出 RMS 加速度:

$$A_1 = A_1 + A_2 + A_3 = 7.47 + 25.0 + 36.0 = 68.47G^2$$

$$G_{\text{RMS}} = \sqrt{68.47} = 8.27G \quad (\text{RMS 输入加速度}) \quad (9-10)$$

以上例题中 PSD 曲线下的面积还可以利用积分方法确定。只是必须先将以 dB/oct 表示的斜率改为纯斜率数值。

9.8 分贝数与斜率之间的关系

当将术语分贝 (dB) 用于随机振动中时, 可用于度量 PSD 的比值 P_2/P_1 如下:

$$\text{dB(分贝)} = 10\lg \frac{P_2}{P_1} \quad (9-11)$$

当画在双对数纸上的 PSD 为一直线时, 其斜率可以很方便地表示为 dB/oct。例如, 当点2的 PSD 为点1的 PSD 的两倍时, 用分贝表示该比值如下:

$$10\lg(2) = 10 \times (0.301) = 3.01\text{dB} \quad (9-12)$$

换句话说, 同一件事就是: 增加 3dB 大体意味着 PSD 加倍, 而降低 3dB 大体意味着 PSD 减半。

图 9-10 示出了利用在双对数曲线上的直线, 以 dB/oct 表示的几种经常使用的正斜率和负斜率。注意, 3dB 的斜率 (它与 3dB/oct 是相同的) 是用 45° 角的直线表示的, 它代表斜率值为 1 的纯数。而 6dB/oct 的斜率代表斜率值为 2 的纯数, 它可用 63.4° 的角来表示。常常可以很方便地在双对数纸上的画成直线的另一个关系式如下:

$$3\text{dB/octave} = 10\text{dB/decade} \quad (9-13)$$

注: octave 为二倍倍频程, 也简称为倍频程, 常缩写为 oct; 而 decade 为 10 倍倍频程。

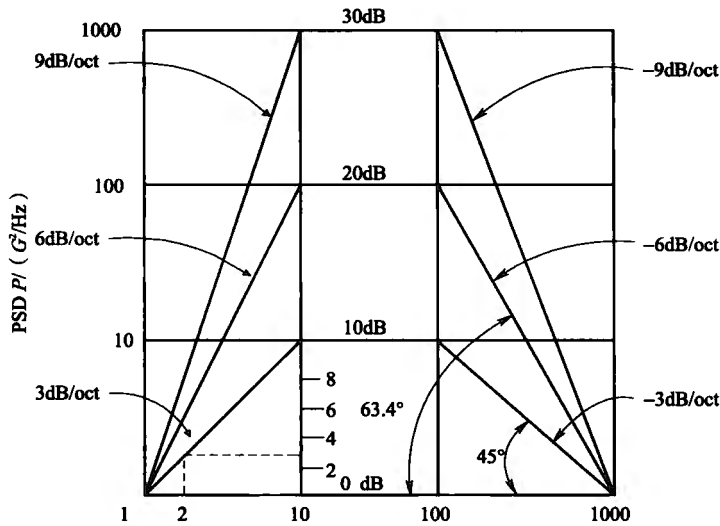


图 9-10 以分贝数表示的 PSD 图上的各种斜线

9.9 求取 PSD 曲线下面积的积分方法

PSD 曲线的面积还可以根据基本面积关系利用对数方程确定。根据解析几何考虑下列点斜率方程：

$$Y = SX + b \tag{9-14}$$

式中： $Y = \lg P$ （式中 $P = \text{PSD}$ ， G^2/Hz ）；

$S = \text{斜率（纯数）}$ ；

$X = \lg f$ （频率）；

$b = \lg b$ （在 Y 轴（或 PSD）上的截距）。

于是

$$\lg P = S \lg f + \lg b \tag{9-15}$$

以指数形式重写上式，有：

$$P = bf^S \tag{9-16}$$

曲线下的面积可以根据如下的标准积分方程确定：

$$A = \int_1^2 Y dX = \int_1^2 P df = \int_1^2 bf^S df \tag{9-17}$$

利用图 9-9 中面积 1，首先必须确定频率 $f = 1\text{Hz}$ 时 P 轴上的截距 b 。它可根据点 1 或点 2 求得，因为它们是在同一线段上的，具有相同的斜率：

$$P_1 = 0.0133 G^2/\text{Hz}$$

$$f_1 = 5\text{Hz}$$

或

$$P_2 = 0.20 G^2/\text{Hz}$$

$$f_2 = 75\text{Hz}$$

斜率 $S = 1.0$ （等效于 3dB/oct ）。代入式（9-16）求取截距 b ：

$$b = \frac{0.0133}{5^{1.0}} \text{ 或 } \frac{0.20}{0.75^{1.0}} = 0.00266 G^2/\text{Hz} \quad (9-18)$$

代入式 (9-17), 并积分图 9-9 所示的 5Hz 和 75Hz 两极限频率间的面积 1:

$$A_1 = \int_{f=5}^{f=75} 0.00266 f^1 df = 0.00266 \left[\frac{f^{(1+1)}}{1+1} \right]_5^{75}$$

$$A_1 = \frac{0.00266}{2} \times [(75)^2 - (5)^2] = 7.46 G^2 \quad (9-19)$$

将该结果与式 (9-7) 相比较表明, 两种不同的分析方法符合性很好。求取面积 2 的积分法同式 (9-8) 完全相同。

求取面积 3 的积分法与求取面积 1 的积分法相同, 只是必须利用式 (9-16) 求取一个新的截距 b 。可以利用图 9-9 中的 200Hz 点或 2000Hz 点, 因为它们二者处于同一线段上:

$$P_1 = 0.2 G^2/\text{Hz}$$

$$f_1 = 200\text{Hz}$$

或

$$P_2 = 0.002 G^2/\text{Hz}$$

$$f_2 = 2000\text{Hz}$$

斜率 $S = -2$ (等效于 -6dB/oct), 代入式 (9-16) 求取截距 b :

$$b = \frac{0.20}{(200)^{-2}} \text{ 或 } \frac{0.002}{(2000)^{-2}} = 8000 G^2/\text{Hz} \quad (9-20)$$

代入式 (9-17), 并积分图 9-9 所示的 200Hz 和 2000Hz 两极限频率间的面积 3:

$$A_3 = \int_{200}^{2000} 8000 f^{-2} df = 8000 \times \left[\frac{f^{-2+1}}{-2+1} \right]_{200}^{2000}$$

$$A_3 = \frac{8000}{-1} \times [(2000)^{-1} - (200)^{-1}] = 36.0 G^2/\text{Hz} \quad (9-21)$$

将该结果与式 (9-9) 相比较表明, 两个面积和两种不同的分析方法符合性很好。

9.10 求取 PSD 曲线上的各点

随机振动输入 PSD 曲线常常规定频率转折点和以 dB 为单位的斜率, 而且只规定一个 G^2/Hz 点 (如图 9-11 所示)。当必须求取这些转折点上的 PSD 时, 利用下式是很方便的:

$$P_1 = P_2 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{\text{dB}/3} \quad (9-22)$$

例题: 求取 PSD 值

确定图 9-11 所示的转折点 1 和点 2 上的 PSD 值。

解: 在转折点 1:

$$f_1 = 5\text{Hz}$$

$$f_2 = 75\text{Hz}$$

$$P_2 = 0.20 G^2/\text{Hz}$$

$$S = 3\text{dB/oct}$$

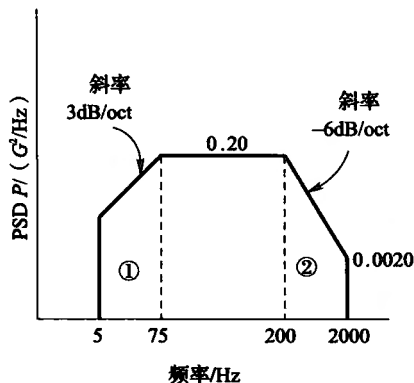


图 9-11 各转折点在 PSD 曲线上的位置

代入式（9-22），有：

$$P_1 = 0.20 \times \left(\frac{5}{75}\right)^{3/3} = 0.0133 G^2/\text{Hz} \quad (9-23)$$

利用式（9-22）求取转折点2上的PSD值：

$$P_2 = \frac{0.20}{(200/200)^{-6/3}} = 0.002 G^2/\text{Hz} \quad (9-24)$$

9.11 利用基本对数求取PSD曲线上的各点

还可利用取自解析几何的两点斜率方程，求解图9-11中折点1和点2上的PSD数值：

$$y_2 - y_1 = S(x_2 - x_1) \quad (9-25)$$

因为PSD的关系画在双对数纸上，所以式（9-25）式有如下意义：

$$\lg Y_2 - \lg Y_1 = S(\lg X_2 - \lg X_1) \quad (9-26)$$

在点1，将由式（9-11）求得的各已知值代入式（9-26），并注意3dB/oct的斜率与在点1的1.0的纯数斜率是相同的：

$$\lg 0.2 - \lg Y_1 = (1.0) \times (\lg 75 - \lg 5)$$

$$\lg Y_1 = -1.875$$

$$Y_1 = 0.0133 G^2/\text{Hz} \quad (9-27)$$

在点2，将由式（9-11）求得的各已知值代入式（9-26），并注意-6dB/oct的斜率与-2的纯数斜率是相同的：

$$\lg Y_2 - \lg 0.2 = (-2) \times (\lg 2000 - \lg 200)$$

$$\lg Y_2 = -2.7$$

$$Y_2 = 0.002 G^2/\text{Hz} \quad (9-28)$$

将式（9-23）与式（9-27），式（9-24）与式（9-28）相比较，说明它们的符合性很好。

9.12 概率分布函数

为了预计电子设备在随机振动环境中可能的加速度水平，必须知道概率分布函数。最常见也是最适于进行快速分析的一种分析是高斯（或正态）分布，其定义如下：

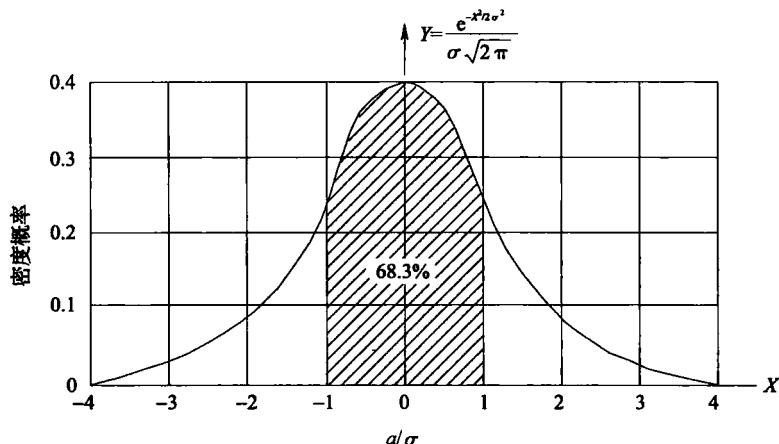
$$Y = \frac{e^{-x^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \quad (9-29)$$

上式右边表示概率密度函数，或瞬时加速度（X）与均方根加速度（σ）之比的概率（每单位X值）。

9.13 高斯（正态）分布曲线

图9-12所示的高斯分布曲线表示任何时间瞬时加速度值的概率。横坐标为瞬时加速

度与均方根 (RMS) 加速度之比, 纵坐标为概率密度, 有时也称为事件概率。曲线下的总面积为整数 1。在任意两点之间的曲线下的面积则正好表示处于这两点之间的加速度的概率。例如, 图 9-12 中曲线下阴影部分的面积表示, 大约有 68.3% 的时间, 瞬时加速度处于 $+1\sigma$ 和 -1σ 之间。图 9-12 还可以用另一种方法表示, 如图 9-13 所示, 该曲线表示将超过给定加速度水平的概率。



注: X 范围内曲线下的面积就是 X 范围的概率 ($X = a/\sigma$)。

图 9-12 高斯分布曲线

图 9-12 和图 9-13 表示了高斯分布与预期随机振动的加速度的量值之间的关系。瞬时加速度值处于 $+1\sigma$ 和 -1σ 之间的时间约为 68.3%, 处于 $+2\sigma$ 和 -2σ 之间的时间约为 95.4%, 处于 -3σ 和 -3σ 之间的时间约为 99.73%。

表示高斯分布的另一种方法见图 9-13, 其意义如下: 瞬时加速度超过 1σ 值 (RMS 值) 的时间约为 31.7%; 超过 2σ (2 倍 RMS 值) 的时间约为 4.6%; 超过 3σ 值 (3 倍 RMS 值) 的时间约为 0.27%。

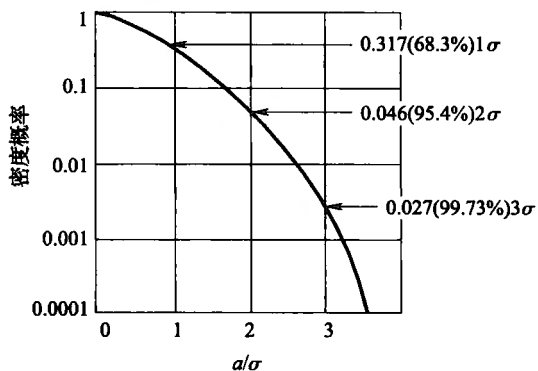


图 9-13 表示高斯分布的另一种方法

重要的是要记住, 在随机振动环境中带宽内的所有频率都是以瞬态和同步的形式出现的。而且, 1σ (或 RMS)、 2σ 和 3σ 的加速度水平全都是在同一时间按上述比例出现的。还要记住, PSD 与频率曲线下的面积的方根表示以重力为单位的 RMS 加速度 (G)。输入 PSD 曲线下面积的方根表示输入 RMS 加速度水平, 响应 (或输出) PSD 曲线下面积的方根表示响应加速度水平。

随机振动所考虑的最大加速度水平是 3σ 的水平, 因为瞬时加速度处于 $+3\sigma$ 和 -3σ 水平之间的时间是 99.73%, 它已非常接近于 100% 的时间。 4σ 和 5σ 的更高一些的加速度水平实际上是能够发生的, 但通常它们都被忽略掉了, 因为实际上所有的随机振动设备都在其电子控制系统内设有 3σ 的斩波器 (clipper)。这些斩波器使大于 3 倍 RMS 输入水平的输入加

速度水平受到限制。随机振动加速度或位移与时间的真实曲线如图 9-14 所示。



图 9-14 典型随机振动加速度轨迹的时间历程

与之相同的做法一般用于响应 (输出) 或加速度水平。从分析目的出发所考虑的最大加速度水平为 3σ 。这就意味着在估算一个 $10G$ 均方根随机振动环境 (即使它是一个输入或响应加速度环境也不要紧) 时, 可以预期有些时候会出现 $2 \times 10 = 20G$ 的 2σ 的加速度, 也可以预期有些时候会出现 $3 \times 10 = 30G$ 的 3σ 的加速度。大部分损伤将由 3σ 水平产生, 因为在这种环境中, 3σ 水平是预期的最高水平。对于线性系统来说, 位移、力和应力会以与上述加速度完全相同的比例出现, 换句话说, 在随机振动环境中预期的最大位移、力和应力将是其均方根位移、力和应力的 3 倍。

在实验室中进行的随机振动鉴定试验, 通常将利用比真实环境中实测的数值高得多的加速度水平进行。实验室可以在一个 2h 的试验周期上采用 $8.0G$ 均方根的试验水平, 以试图累积与在 $1.5G$ 均方根环境中历时 15 年的时间周期相同的损伤量。随机振动鉴定试验常常被看作是一种加速寿命试验。

9.14 利用三段技术确定随机振动故障的关系

随机振动是一种错综复杂的现象, 它常常产生快速而未曾预见的疲劳故障。许多大公司都有一些大型的计算机数据库, 这些数据库中包括从针对各种特定类型的结构的试验大纲中取得的大量的应力和疲劳数据。计算机用于将故障数据进行分类, 以估算其他类似结构在类似环境中的近似的疲劳寿命。许多小型公司没有时间和经费在高速数字计算机上利用完善的大纲去进行大型试验项目。在不使用大型计算机的情况下, 用于估算随机振动疲劳的简化方法因此应作为一个有用的工具。三段技术就提供了这样一种工具。这种技术取决于经过整理的、重新编排的大量的试验数据。整理和重新编排的目的是要看看是否可开发一种简化的方法, 用于分析随机振动疲劳故障, 同时具有合理的精度。

三段技术的基础是高斯分布。假定 1σ 水平的瞬时加速度作用在 $+1\sigma$ 和 -1σ 之间的时间是 68.3%, 2σ 水平的瞬时加速度作用在 $+2\sigma$ 和 -2σ 之间的时间是 $(95.4 - 68.3)\%$ 即 27.1%, 3σ 水平的瞬时加速度作用在 $+3\sigma$ 和 -3σ 之间的时间是 $(99.73 - 95.4)\%$ 即 4.33%。这些数值可表示为如下三个分段:

$$\left. \begin{array}{l} 1\sigma \text{ 数值的发生时间是 } 68.3\% \\ 2\sigma \text{ 数值的发生时间是 } 27.1\% \\ 3\sigma \text{ 数值的发生时间是 } 4.33\% \end{array} \right\} \quad (9-30)$$

9.15 瑞利分布函数

瑞利分布函数表示随机振动环境中峰值加速度分布的概率，该曲线见图 9-15。曲线下的总面积等于整数 1。曲线下任意两点间的面积则代表峰值振幅处于这两点之间的概率。可以给出瑞利分布的另一种方法见图 9-16，该曲线表示超出某一峰值加速度水平的概率。

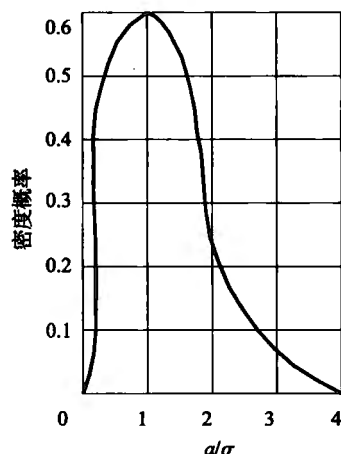


图 9-15 瑞利概率分布曲线

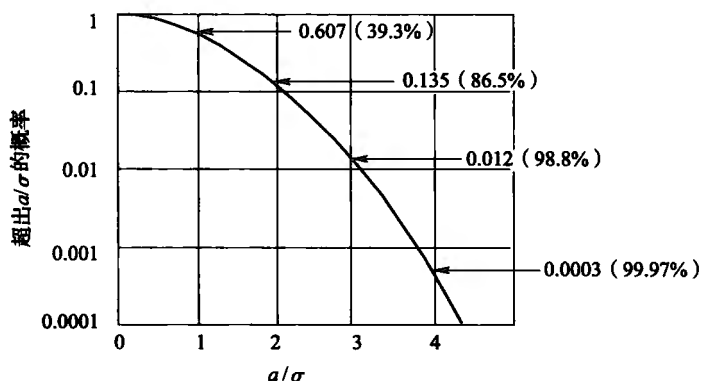


图 9-16 表示瑞利分布的另一种方法

瑞利分布说明了如下关系：

峰值加速度超过 1σ 水平的时间是 60.7%；

峰值加速度超过 2σ 水平的时间是 13.5%；

峰值加速度超过 3σ 水平的时间是 1.2%；

峰值加速度超过 4σ 水平的时间是 0.03%。

大量的随机振动试验和分布已经表明，当将高斯分布和瑞利分布应用于与疲劳故障相关的试验和分布时，前者比后者具有高得多的精度。故本书中仅使用高斯分布进行随机振动的疲劳故障分析。

9.16 单自由度系统对随机振动的响应

当单自由度系统受随机振动激励时，由振动在谐振频率上引起的系统响应将随变化的位移幅度而变化，如图 9-17 所示。

当单自由度系统的基座受到连续的随机振动的激励，且该随机振动谱在其谐振区内接近一平直谱时，可以通过考虑式 (9-2) 规定的功率谱密度—频率曲线下的面积来求取系统质量的均方根加速度响应。面积 A 可以通过利用输出 PSD (P_{out})，积分 f_1 和 f_2 之间的频带求取如下：

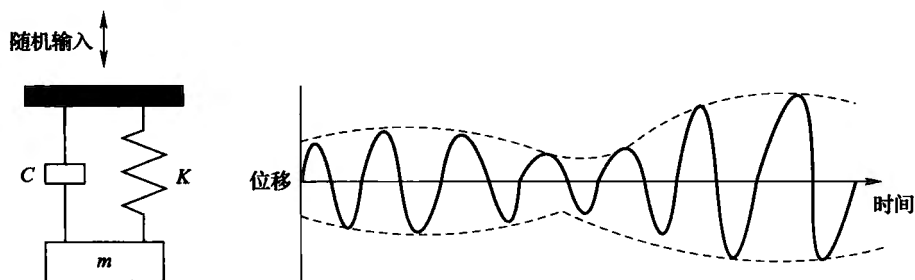


图 9-17 单自由度系统对随机振动输入响应的位移曲线

$$A = G_{\text{out}}^2 = \int_{f_1}^{f_2} P_{\text{out}} df \quad (9-31)$$

响应 (或输出) P_{out} 对于获取质量对随机振动输入的响应是必需的。因为通常只有输入功率谱密度的 P 是已知的, 因此希望利用上式中的 P 。它可通过利用下式实现:

$$P_{\text{out}} = Q^2 P \quad (9-32)$$

单自由度系统的传输率 Q 可以由式 (2-48) 获得。对 Q 值大于 10 的轻微阻尼的系统, 传输率如式 (2-46) 所示。将式 (2-46) 和式 (9-32) 代入式 (9-31), 有:

$$G_{\text{out}}^2 = \int_0^{\infty} \frac{P df}{[1 - (f/f_n)^2]^2 + [2(c/c_c)(f/f_n)]^2} \quad (9-33)$$

可以积分上式以求取质量对于随机振动输入的均方加速度响应:

$$G_{\text{out}}^2 = \frac{2\pi f_n P}{8(c/c_c)} \quad (9-34)$$

在轻阻尼系统中阻尼比与传输率可以建立下列关系:

$$\frac{c}{c_c} = \frac{1}{2Q} \quad (9-35)$$

代入式 (9-34) 求取质量对于宽带随机振动输入的均方根响应:

$$G_{\text{out}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} P f_n Q (\text{RMS})} \quad (9-36)$$

式中: P = 在谐振频率上的输入 PSD, G^2/Hz ;

f_n = 谐振频率, Hz;

Q = 在谐振频率上传输率。

当随机振动 PSD 输入在谐振区为图 9-18 所示的平直谱时, 上式是有效的。即使当随机振动输入曲线在谐振频率区内的斜率为 6dB/oct 时误差量也很小。因此, 在大多数条件下, 式 (9-36) 均可用于求得一个良好的响应值。

例题: 随机振动疲劳寿命估计

一个端部装有一个变压器的 6.0in (长) × 0.50in (宽) × 0.30in (高) 的 6061-T6 的悬臂铝梁, 如图 9-19 所示。组件的总重力是 0.50lbf, 它受到限制只能在垂直方向上运动。组件必须能够在 20 ~ 2000Hz 的频率范围内, 按 0.30 G^2/Hz 的输入 PSD 水平的白噪声随机振动环境正常工作 4.0h。确定组件的近似的动态应力和预期的疲劳寿命。

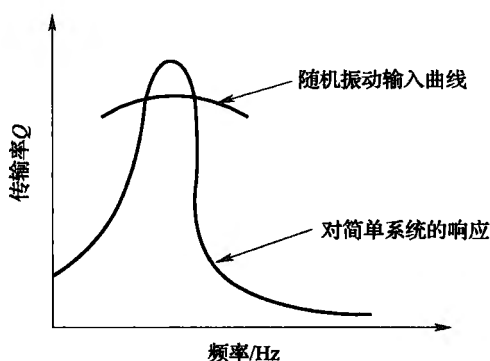


图9-18 随机振动输入 PSD 曲线在谐振区内应是平直的

解1: 利用三频段技术和米勒累积损伤比。固有频率是系统的核心。可以通过分析求取带有端部质量、并且将其作为一个单自由度系统来考虑的梁的静态位移来简化。这样做能节省时间，且导出误差也很小。

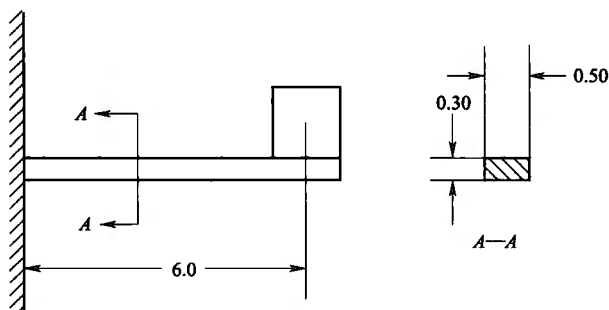


图9-19 带有端部质量的悬臂梁

①带有端部质量的悬臂梁的静态位移

$$Y_{st} = \frac{WL^3}{3EI} \quad (\text{见式}(2-11))$$

式中: $W=0.50\text{lbf}$ (总重力);

$L=6.0\text{in}$ (梁的长度);

$E=10.5 \times 10^6\text{lbf/in}^2$ (铝材的弹性模量);

$I=(0.50) \times (0.30)^3/12=0.0012\text{in}^4$ (惯性矩)。

$$Y_{st} = \frac{(0.50) \times (6.0)^3}{3 \times (10.5 \times 10^6) \times (0.0012)} = 0.00306\text{in} \quad (\text{静态位移})$$

②基于静态位移和重力加速度的固有频率

当重力加速度 $G=386\text{in/s}^2$ 时, 固有频率可以利用式(2-10)求取:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g}{Y_{st}} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{386}{3.06 \times 10^{-3}} \right)^{1/2} = 56.5\text{Hz} \quad (9-37)$$

③梁对随机振动的响应

梁对随机振动的响应可以利用如下信息, 并根据式(9-36)求取:

$P = 0.30 G^2/\text{Hz}$ (PSD 输入);

$f_n = 56.5 \text{ Hz}$ (梁的固有频率);

$Q = 2 \times \sqrt{f_n} = 2 \times \sqrt{56.5} = 15$ (梁的近似的传输率)。

因此

$$G_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \times (0.30) \times (56.5) \times (15)} = 20.0 G (\text{RMS 加速度响应}) \quad (9-38)$$

④在 68.3% 的作用时间内, 梁内的动态 1σ 的均方根 (RMS) 弯曲应力

当在结构中的预期有数千个应力循环时, 交变应力始终必须包括应力集中。应力集中因子 K 能够用于应力方程, 或用于定义交变应力的 $S-N$ 疲劳曲线的斜率 b 。在任何位置应力集中只应使用一次。就本例题而言, 应力集中因子 $K=2$ 将用于图 9-22 所示的 $S-N$ 疲劳曲线, 式中斜率 $b=6.4$ 。

$$S_b = \frac{Mc}{I} (\text{见式}(2-39))$$

式中: $M = WG_{\text{RMS}}L = (0.50) \times (20.0) \times (6.0) = 60.0 \text{ lbf} \cdot \text{in}$ (均方根弯曲力矩);

$c = 0.30/2 = 0.15 \text{ in}$ (到中性轴的距离);

$I = 0.00112 \text{ in}^4$ (惯性矩)。

画出传输率与频率的关系曲线, 如图 9-20 所示。利用式 (9-32) 能够画出 PSD 的响应曲线。画出的曲线见图 9-21。

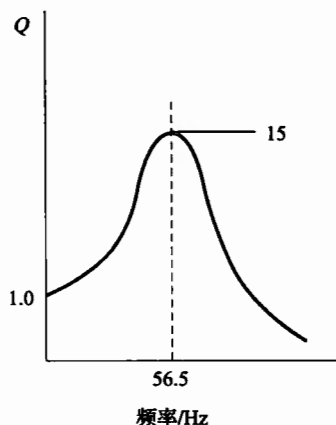


图 9-20 带有端部质量的悬臂梁的传输率 Q 响应曲线

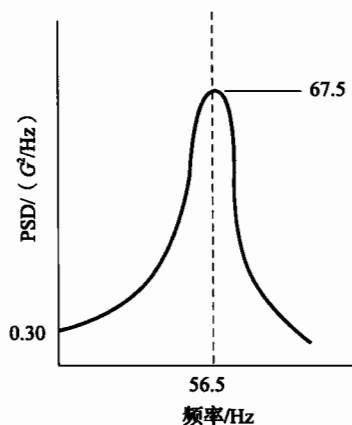


图 9-21 带有端部质量的悬臂梁的 PSD 响应曲线

$$1\sigma S_b = \frac{(60.0) \times (0.15)}{0.00112} = 8036 \text{ lbf/in}^2 \quad (1\sigma \text{ 均方根弯曲应力}) \quad (9-39)$$

⑤使用三段法确定产生疲劳故障所需要的应力循环数

1σ 、 2σ 和 3σ 的应力下, 悬臂梁中产生疲劳故障所需要的近似的应力循环数 N_1 可以由图 9-22 和下列方程求得:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b (\text{见式}(3-7))$$

式中: N_2 = 在 $45000\text{lb}/\text{in}^2$ (参考点) 下故障前经受 1000 个循环;

$S_2 = 4500\text{lb}/\text{in}^2$ (故障前应力参考点);

$S_1 = 8036\text{lb}/\text{in}^2$ (1σ 均方根应力);

$b = 6.4$ (应力集中因子 $K = 2$ 的疲劳曲线的斜率; 注意应力集中因子 K 只能使用一次)。

$$\left. \begin{aligned} \text{RMS } 1\sigma N_1 &= (1000) \times \left(\frac{45000}{8036} \right)^{6.4} = 6.14 \times 10^7 \text{ (故障前循环数)} \\ 2\sigma N_2 &= (1000) \times \left[\frac{45000}{(2) \times (8036)} \right]^{6.4} = 7.27 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)} \\ 3\sigma N_3 &= (1000) \times \left[\frac{45000}{(3) \times (8036)} \right]^{6.4} = 5.43 \times 10^4 \text{ (故障前循环数)} \end{aligned} \right\} \quad (9-40)$$

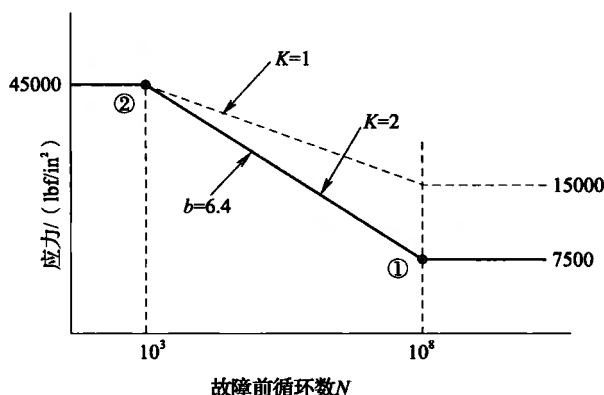


图 9-22 应力集中因子为 2 的 6061-T6 铝梁的 $S-N$ 疲劳曲线

⑥在 4h 振动试验期间累积的实际应力循环数

在 4h 振动试验期间累积的实际应力循环数可以根据采用式 (9-30) 的三段分析方法暴露于 1σ 、 2σ 和 3σ 应力值下的时间百分比求得:

$$\left. \begin{aligned} 1\sigma n_1 &= (56.5 \text{ 循环/s}) \times (3600\text{s/h}) \times (4\text{h}) \times (0.683) = 5.56 \times 10^5 \text{ 个循环} \\ 2\sigma n_2 &= (56.5 \text{ 循环/s}) \times (3600\text{s/h}) \times (4\text{h}) \times (0.271) = 2.20 \times 10^5 \text{ 个循环} \\ \sigma n_3 &= (56.5 \text{ 循环/s}) \times (3600\text{s/h}) \times (4\text{h}) \times (0.0433) = 3.52 \times 10^4 \text{ 个循环} \end{aligned} \right\} \quad (9-41)$$

⑦利用米勒累积疲劳损伤比估算疲劳寿命

米勒累积疲劳损伤比是基于这样一种想法: 即每个循环均用掉结构疲劳寿命的一部分。如果应力循环是由于正弦振动、随机振动、热循环、冲击或噪声引起的, 这种想法就没有问题。 n/N 的疲劳循环比用于说明用掉的寿命的百分比。在特定环境中产生的实际应力循环数用 n 表示。在特定环境中产生一个疲劳故障前所需要的循环数用 N 表示。当比率全部加在一起时, 其和等于或大于 1.0 就意味着所有的寿命已经全部用掉, 其结构应该出现故障。示出累积的疲劳损伤比方程如下:

$$R_n = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \frac{n_4}{N_4} + \cdots = 1.0 \quad (9-42)$$

将式 (9-40) 和式 (9-41) 代入式 (9-42), 以求取米勒疲劳损伤比:

$$R_n = \frac{5.56 \times 10^5}{6.14 \times 10^7} + \frac{2.20 \times 10^5}{7.27 \times 10^5} + \frac{3.52 \times 10^4}{5.43 \times 10^4} = 0.009 + 0.303 + 0.648 = 0.960 \quad (9-43)$$

上述疲劳循环比的近似值表明: $1\sigma_{RMS}$ 量值上只有很小的疲劳损伤, 即使它经历了多达 68.3% 的时间; 而大部分故障产生于 3σ 的量值上, 即使它经历的时间只有 4.33%。 3σ 的量值产生的损伤比经历的时间达到 27.1% 的 2σ 量值产生的损伤的两倍还要多。

上述疲劳循环比表明: 在 4h 的振动试验中大约用掉了 96% 的寿命。这就意味着剩余寿命只有 4%。预期的结构寿命可以求取如下:

$$\text{预期寿命} = 4.0 + (4.0) \times (1 - 0.96) = 4.0 + 0.16 = 4.16\text{h} \quad (9-44)$$

因为疲劳具有很大的散布, 所以推荐梁没有足够的安全因子以保证它在该环境中的疲劳寿命。所以应该更改设计以提供大约 8h 的疲劳寿命。它与数值为 2 的疲劳寿命安全因子是等效的。梁的 $S-N$ 疲劳曲线已经包括一个基于结构应力水平的 2 的安全因子。它导致 6.4 的疲劳指数斜率 b 。因此, 预期实际疲劳寿命要大于 4.16h。因为疲劳是难以精确预计的, 为了谨慎行事, 一个更好的办法是对寿命另外再增加一个 2 的安全因子。它仅仅等效于 1.11 的结构安全因子, 如下所示:

$$\text{结构安全因子} = (2)^{1/6.4} = 1.11$$

只要产品通过鉴定试验并在低的维修成本下表现出高的现场可靠性, 上层管理人员就可能会有点抱怨产品的尺寸、重量和成本稍有增加。但如果产品不能通过其所要求的鉴定试验, 或者其现场可靠性记录数据很差时, 与这个不良产品相关的人员, 就可能要找个新工作了。

解 2: 快速求取近似的随机疲劳寿命的方法。三段技术用于估算随机振动疲劳寿命是基于若干年内累积的试验故障数据, 以便在可利用计算机之前允许采用手工计算。上述例题要求进行大量工作以获得最终结论。已经开发了一种简化求解随机振动疲劳寿命的方法, 这种方法是基于三段分析方法中累积的总损伤为基础的。这种新的快速方法的基础是如下所示的暴露在 1σ 、 2σ 和 3σ 量值下的时间的百分比。

$$\text{损伤 } D = \sum NS^b = N_1 S_1^b + N_2 S_2^b + N_3 S_3^b$$

将三段分析方法考虑每个量值上用掉的时间百分比, 代入式 (9-30) 中示出的高斯概率分布函数, 采用 6.4 的疲劳指数 b :

$$D = (0.683) \times (1.0)^{6.4} + (0.271) \times (2.0)^{6.4} + (0.0433) \times (3.0)^{6.4} = 72.55 \quad (9-45)$$

求取产生与上面所示的全高斯分布的与三段技术同样总损伤的 1 个随机 σ 加速度量值, 假定其作用时间为 100%。

$$G^{6.4} = 72.55 \quad \text{因此} \quad G = 1.95 \quad (9-46)$$

这就意味着, 为快速估算动态应力量值, 以及在结构中产生一个疲劳故障所需要的疲劳循环数, 可以假定的 100% 时间作用的 1.95σ 的加速度响应量值。近似的疲劳寿命能够根据结构的固有频率求取。

现在可以利用这种快速计算悬臂梁结构近似疲劳寿命的方法重新检查上述例题。上述 8036 lbf/in² 的 1σ 均方根应力量值见式 (9-39)。利用式 (9-40) 中的 1.95σ 的量值, 可以求取产生一个故障所需要的疲劳循环数, 如下所示:

$$1.95\sigma N = (1000) \times \left[\frac{45000}{(1.95) \times (8036)} \right]^{6.4} = 8.55 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)} \quad (9-47)$$

梁的近似疲劳寿命可以根据示于式(9-37)中的56.5Hz的固有频率求取:

$$\text{寿命} = \frac{8.55 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(56.5 \text{ 循环数/s}) \times (3600 \text{ s/h})} = 4.2 \text{ h (故障前小时数)} \quad (9-48)$$

将利用式(9-44)中的三段技术导出的4.16h的疲劳寿命与利用快速分析方法导出的4.20h的疲劳寿命相比较显示,它们相当吻合。

要注意的一点是,上述快速分析方法仅仅适用于确定近似的疲劳寿命。这种快速分析方法不得用于求解预期的最大位移或最大加速度值。预期的最大真实位移仍然是均方根位移值的三倍,且预期的最大加速度值也仍然是均方根加速度值的三倍。

有些人喜欢将1.95的因子四舍五入成整数2.0,因为它更容易记住。这种想法没有什么不好,因为它提供了稍大一点的安全因子。这可以利用式(9-40)进行验证,它表明 2σ 的疲劳寿命大约是 7.27×10^5 个循环。可以获得的近似的疲劳寿命如下:

$$\text{寿命} = \frac{7.27 \times 10^5 \text{ (故障前循环数)}}{(56.5 \text{ 循环数/s}) \times (3600 \text{ s/h})} = 3.57 \text{ h (故障前小时数)} \quad (9-49)$$

9.17 PCB对随机振动的响应

对PCB进行广泛的测试和分析表明,如果它们四周受到支撑或约束,则可将它们作为单自由度系统来评估。因此,在随机振动环境中,可以利用式(9-36)预估典型PCB(圆形、矩形等)的响应特性。这种方法适用于插入式PCB和四周螺接的PCB。只要可以确定PCB的基本谐振频率,也就可以确定对随机振动环境的近似响应。

当加速度计装在受到随机振动激励的PCB的中心时,且加速度计响应信号已被检出或在示波器上显示出来时,将会看到基本谐振频率会出现图9-23所示的大振幅。因为输入和响应两者都是随机的,可以看到振幅和频率将会随着一些小的变化而持续不断地变化。较高次谐波的谐振频率的不断变化的振幅将会变得很低。

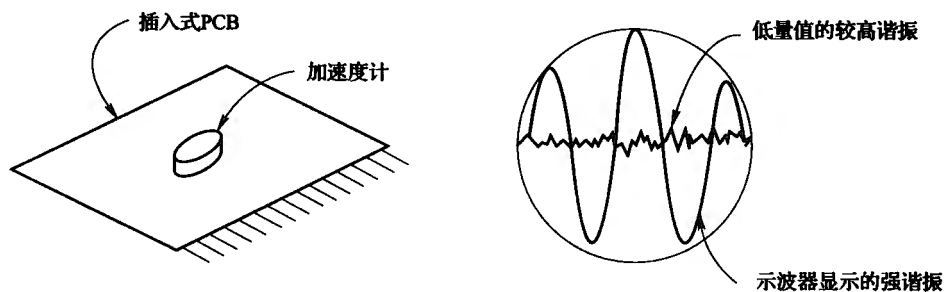


图9-23 示波器图形表明暴露于随机振动中的PCB的响应类似于一个单自由度系统

9.18 PCB的随机振动环境设计

设计电子设备时必须了解其工作环境、电子元件的能力和支撑结构的特性,以使暴露

于随机振动中的系统具有高度的可靠性。

在大多数电子组件中，PCB 是连接到机箱上，而机箱是装在受随机振动激励的结构上的。因为机箱首先接收振动能量，机箱就成为第一个自由度。因为 PCB 必须接收来自机箱的动态能量，PCB 就成为图 9-24 所示的第二个自由度。

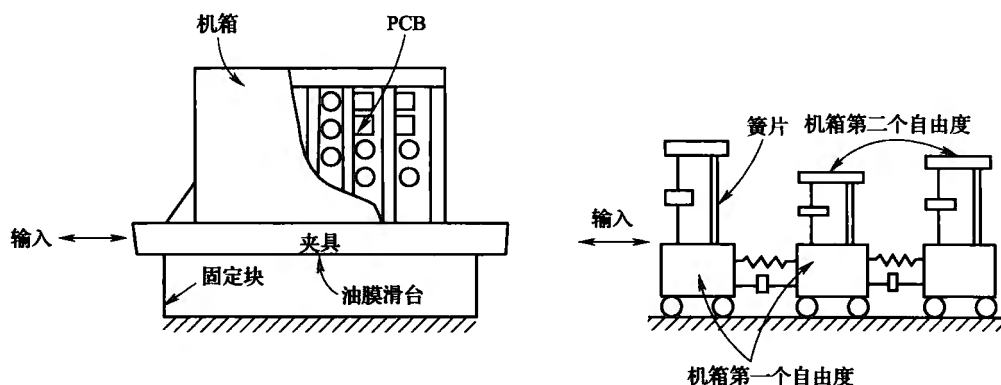


图 9-24 带 PCB 的典型电子机箱可看成是一个弹簧质量系统

在设计机箱和 PCB 时必须努力避免机箱谐振和 PCB 谐振的严重耦合。这通常可利用如下倍频程规律来实现：机箱的谐振频率和 PCB 的谐振频率隔开一个倍频程（2 倍）。当机箱的谐振频率至少为 PCB 谐振频率的两倍时，PCB 将不会严重放大机箱的谐振。而当 PCB 的谐振频率至少为机箱谐振频率的两倍时，结果也是相同的。

通常认为 PCB 是电子系统的核心，因为差不多所有的电子元件都是装在 PCB 上的。这就使得通过拆除和更换有缺陷的 PCB 来维修电子设备变得甚为方便和容易。典型 PCB 由数块平面及薄的塑料片，再加上印制线路，层压在一起组成。这种形式的结构使 PCB 在任何振动或冲击环境中形成油封层（oil-canning）。因为电子元件是装在这些可挠曲组件上的，且因为有些电子元件又大又重，因此在 PCB 和电子元件之间可能发生相当大的相对运动，如图 9-25 所示。

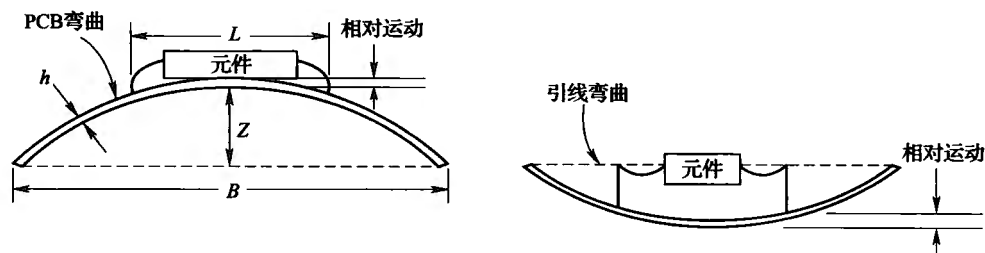


图 9-25 PCB 的谐振能在电气引线中产生由器件

范围广泛的有限元分析和振动测试表明：许多不同类型的电子元件的疲劳寿命，可能与支撑这些器件的 PCB 所经受的动态位移有关。当 PCB 谐振频率受到激发时，板面结构受迫作前后弯曲。当位移幅值较大时，则器件与 PCB 之间的相对运动也较大，这种运动常常造成焊点破坏和电气引线断开。这些器件的疲劳寿命常常可以通过降低 PCB

的动态位移来提高。因为可以通过谐振频率控制位移，它使得人们也可以通过控制 PCB 的谐振频率来控制许多不同类型器件的疲劳寿命。

当在周边支撑的 PCB 的中心的动态单幅值位移受到下面所示数值的限制时，在 PCB 的 3σ 位移的基础上，可以预期器件能在随机振动环境中达到大约 2×10^7 次应力交变的疲劳寿命：

$$Z = \frac{0.00022B}{Chr\sqrt{L}} (\text{希望的 PCB 位移}) \quad (9-50)$$

式中： B = 平行于器件的 PCB 边缘长度，in；

L = 电子元件长度，in；

h = PCB 的高度或厚度，in；

C = 不同类型电子元件的常数

$$= \begin{cases} 1.0 & \text{适用于标准双列直插式封装 (DIP)} \\ 1.26 & \text{适用于有旁焊引线的双列直插式封装} \\ 1.26 & \text{适用于其底面引出有两平行线排的针栅阵列 (PGA)} \\ 1.0 & \text{适用于其底面引出有周边导线的 PGA} \\ 2.25 & \text{适用于无引线陶瓷芯片载体 (LCCC)} \\ 1.0 & \text{适用于引线长度与标准 DIP 大致相同的有引线芯片载体} \\ 1.75 & \text{适用于球栅阵列} \\ 0.75 & \text{适用于轴向引线的电阻器、电容器和小针距半导体器件} \end{cases}$$

r = 器件在 PCB 上的相对位置因子（见式 (6-1) 和式 (8-15) 以及图 6-5）

$$= \begin{cases} 1.0 & \text{当器件处在 PCB 中心}\left(\frac{1}{2}X \text{ 和 } \frac{1}{2}Y \text{ 点}\right) \text{ 时} \\ 0.707 & \text{当器件处在四边支撑的 PCB 上的 } \frac{1}{2}X \text{ 和 } \frac{1}{4}Y \text{ 点时} \\ 0.50 & \text{当器件处在四边支撑的 PCB 上的 } \frac{1}{4}X \text{ 和 } \frac{1}{4}Y \text{ 点时} \end{cases}$$

式 (2-30) 给出了预期的 PCB 的实际动态单幅值位移。当评估采用 RMS 位移时，式 (2-30) 也可用于随机振动。因为这种分析的根据是单自由度，真实的谐振频率可以用于代替与随机振动相关的正零交越数。对单自由度系统来说，正零交越数与谐振频率是相同的。因此：

$$Z_{\text{RMS}} = \frac{9.8G_{\text{RMS}}}{f_n^2} \quad (9-51)$$

PCB 近似的传输率 Q 可能与谐振频率有如下关系（见式 (14-21)）：

$$Q = \sqrt{f_n} \quad (9-52)$$

现在可以通过综合利用式 (9-50)、式 (9-51)、式 (9-52) 和式 (9-36)，来确定希望的 PCB 谐振频率，以提供近似 2×10^7 次应力交变的疲劳寿命。将式 (9-36) 通过乘以 3 稍作改进，因为我们正在使用的是 3σ 的加速度水平。则希望的 PCB 谐振频率变为：

$$f_d = \left[\frac{29.4Chr \sqrt{(\pi/2)PL}}{0.00022B} \right]^{0.8} \quad (\text{希望值}) \quad (9-53)$$

例题：求取 PCB 谐振频率的希望值

有旁焊引线的 40 针 DIP 器件用射流焊接在典型尺寸为 7.0in × 9.0in × 0.090in 的插入式 PCB 上。该 DIP 的安装平行于 7.0in 边。预期在 PCB 谐振频率区内的输入 PSD 为 0.080G²/Hz 的平直谱。试就如下安装位置确定所希望的 PCB 的谐振频率以及安装在简单支撑 PCB 上的 DIP 引线的大致的疲劳寿命。

- ① 器件装在 PCB 的中心 ($\frac{1}{2}X$ 和 $\frac{1}{2}Y$ 点)；
- ② 器件装在 PCB 的 $\frac{1}{4}$ 点 ($\frac{1}{4}X$ 点和 $\frac{1}{4}Y$ 点)。

解：①当遵循倍频程规律时，PCB 谐振频率将与机箱谐振频率很好地隔开，因此机箱和 PCB 之间的耦合将会减小。在这些条件下为方便起见，可假定 PSD 对 PCB 的输入与对机箱的输入相同。实际上这不符合真实情况，但在大多数情况下误差不大，而这种方法可快速地提供近似的答案。考虑到前面的倍频程规律，当 PCB 的谐振频率为机箱谐振频率的两倍以上时，这种方法是保守的（这时 PCB 的谐振频率有点偏高）。而对于反倍频程规律来说，当机箱的谐振频率为 PCB 的谐振频率的两倍以上时，这种方法就不太保守（这时 PCB 的谐振频率有点偏低）。当这些条件得以满足时，电子元件引线和焊点的疲劳寿命将接近 2×10^7 次应力循环。

- $B = 0.7\text{in}$ (PCB 平行于 DIP 的长度)；
 - $h = 0.090\text{in}$ (PCB 厚度)；
 - $L = 2.0\text{in}$ (40 针 DIP 的长度)；
 - $C = 1.26$ (旁焊 DIP 引线常数)；
 - $P = 0.080\text{G}^2/\text{Hz}$ (PCB 的输入功率谱密度)；
 - $r = 1.0$ (对处于 PCB 中心的器件而言)；
- 代入式 (9-53) 求取希望的 PCB 频率：

$$f_d = \left[\frac{(29.4) \times (1.26) \times (0.090) \times (1.0) \times \sqrt{(\pi/2) \times (0.08) \times (2.0)}}{(0.00022) \times (7.0)} \right]^{0.8}$$

$$f_d = 268\text{Hz} \quad (\text{希望值}) \quad (9-54)$$

器件的疲劳寿命 (life) 可以确定如下：

$$\text{寿命} = \frac{20 \times 10^6 \text{ (故障前循环数)}}{(268 \text{ 循环数/s}) \times (3600\text{s/h})} = 20.73\text{h} \quad (\text{故障前小时数}) \quad (9-55)$$

上述 PCB 是难以达到 268Hz 的谐振频率的，就需要某种形式的加固把谐振频率提高到该水平。这样做可能需从 PCB 拆去一些电子元件，以便为加强肋腾出空间，但这会使许多电气工程师和大纲管理者很不乐意。减少在每块 PCB 上能够安装的电子元件数意味着，系统中将需要更多的 PCB，而这就可能使系统的尺寸、重量和成本增加。因此必须就鉴定试验故障或现场故障的概率仔细地考虑这些因素。

- ②当器件装在 $\frac{1}{4}$ 点 ($\frac{1}{4}X$ 和 $\frac{1}{4}Y$ 点) 时，因为器件与 PCB 之间相对运动较小，相对位置

因子 r 也减小到 0.5。将数值 $r=0.5$ 代入式 (9-53)，并求解：

$$f_d = 154\text{Hz} \quad (\text{希望值}) \quad (9-56)$$

代入式 (9-55)，以求取 PCB 的谐振频率为 154Hz 时器件的疲劳寿命：

$$\text{疲劳寿命} = 36.1\text{h} \quad (\text{故障前小时数}) \quad (9-57)$$

9.19 相对运动对器件疲劳寿命的影响

器件的疲劳寿命取决于在器件本体与 PCB 之间发生的相对运动，因为这种相对运动会在引线和焊点中产生应力。当应力水平高时，疲劳寿命就低，反之亦然。因此，必须降低引线中的应力水平。可以通过几种不同的方法做到这一点：

①增加阻尼，这会减小位移。对于有低谐振频率（低于 50Hz）的 PCB，这项工作很好进行，因为此时大的动态位移会使动能很快地转换为热量。但是，当 PCB 谐振频率较高（高于 200Hz）时，位移较小，阻尼不很有效。

②提高 PCB 谐振频率。对于改善疲劳寿命来说，这是一种很有效的方法，因为 PCB 位移减小很快。但是增加刚度并不总是很容易的。可能不得不增加加强肋，但这会减少电子元件可利用的表面面积。如果通过增加厚度来增加刚度，像 DIP 一类的器件的电气引线就有可能穿不透 PCB，此时射流焊的可靠性会降低。

③降低电气引线的弹簧刚度。这可以通过增加引线长度，如将它们绕成环状来完成。也可以通过将引线压扁来降低弹簧刚度。在这一方法中，引线横截面被压制得又薄又平，以降低该截面的惯性矩。当然，这些工作会增加制造成本。

④在有问题的电子元件下增加定位垫片。将刚性的金属片用环氧树脂胶结在 PCB 与 DIP 一类器件之间，以减小 PCB 与 DIP 本体之间的相对运动。当然，这样做会增加组装费用。

⑤减小系统的加速度输入水平。有时通过向买方提出降低加速度输入水平的合理请示，也可能使环境要求得以改变。这比更改设计总容易一些。许多公司提高加速度要求是为了提供附加的安全系数。有时通过向它们说明它们的高安全系数将增加产品的重量和成本，而得以说明严酷程度较低的要求是合理的。

⑥将大器件从 PCB 中心处移开。因为最大的曲率变化通常发生在 PCB 的中心部位，因此希望将大器件装在靠近边缘部位。出于机械理由，将电子元件装在最佳配合位置并不总是可能的。尽管电子系统后期的全部目的就是完成电气任务。但如果忽略了机械要求，也可能出现许多疲劳故障。故障太多不仅可能使修理费增多，而且可能会毁坏一个公司的声誉和业务。

例题：器件疲劳寿命

当上一个例题中的 PSD 输入水平从 $0.080G^2/\text{Hz}$ 增大到 $0.120G^2/\text{Hz}$ ，并且如本书 9.18 节例题解①部分所示，保持 PCB 谐振频率为 268Hz 不变时，试确定 PCB 器件引线的疲劳寿命。

解：利用式 (8-1) 所示的疲劳损伤法 (NS^b)，利用故障前时间 (T) 和加速度 (G) 值，重写疲劳表达式如下：

$$T_1 G_1^b = T_2 G_2^b \text{ (见式(8-4a))}$$

式中: $b=6.4$ (疲劳指数);

$$P_1 = 0.120 G^2/\text{Hz} \text{ (268Hz 上的 PSD 水平);}$$

$$P_2 = 0.080 G^2/\text{Hz} \text{ (268Hz 上的 PSD 水平);}$$

$$T_2 = 20.73 \text{ h (故障前时间, 见式(9-55));}$$

$$Q_1 = Q_2 = \sqrt{268} = 16.37。$$

代入式(9-36), 求取均方根量值:

$$G_1 = \sqrt{(1.57) \times (0.12) \times (268) \times (16.37)} = 28.75 G_{\text{RMS}}$$

$$G_2 = \sqrt{(1.57) \times (0.08) \times (268) \times (16.37)} = 23.47 G_{\text{RMS}}$$

由此我们可求出预期寿命:

$$T_1 = 20.73 \times \left(\frac{23.47}{28.75} \right)^{6.4} = 5.66 \text{ h (故障前小时数)} \quad (9-58)$$

近似的疲劳寿命还可以通过考虑位移比或应力比来确定。因为这是一个线性系统, 所有这些参数都正比于相对应的其他参数。

9.20 考虑输入 PSD 而不考虑输入 RMS 加速度的原因

输入均方根加速度水平的量值常被用来作为建立某个随机振动试验或环境的参考。尽管加速度水平的量值可能具有一定的重要性, 但输入功率谱密度 (PSD) 的量值在结构谐振频率范围内却更为重要。

式(9-2)所示的输入 (以及输出或响应) 加速度水平正比于 PSD 曲线下面积的方根。但是相同的面积也就是相同的输入 RMS 加速度水平, 可以对应无限多的输入 PSD 曲线数。如图 9-26 所示的几条典型曲线都有相同的面积, 但它们形状和 PSD 水平都各不相同。

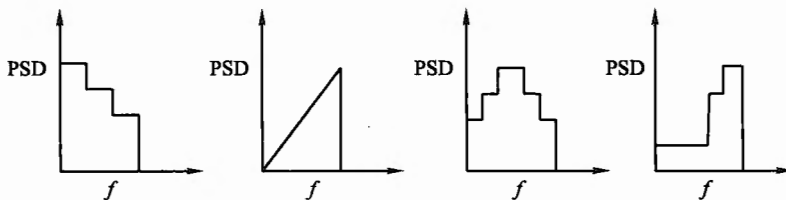


图 9-26 在相同频率上面积相同 PSD 却各不相同的几种随机振动输入曲线

当输入 PSD 和谐振频率已知时, 由式(9-36)可知, 响应加速度与谐振频率上的输入 PSD 值相关。低输入 PSD 水平将产生一个低的 RMS 加速度响应值。高输入 PSD 水平将产生一个高的响应值。因此, 即使当 RMS 加速度输入水平完全相同时, 对于不同形状的 PSD 曲线来说, RMS 响应水平也可能是不同的。在高频段输入曲线下的一个大面积可能并不产生一个高的加速度响应水平, 除非结构在曲线的这一区域内存在谐振频率并具有高 Q 值 (在这一区域内 PSD 也较高)。同样, 低的输入加速度水平并不意味着系统加速度响应水平必然也较低。

9.21 连接器磨损和表面摩擦腐蚀

电子设备在随机振动环境中经受的大量试验已经证明, 当在电气接触件中长期存在高的接触面压力和大的相对速度时, 可能出现摩擦腐蚀。这种情况多半说明, 在接触区域外镀金层(其厚度通常为 $20 \sim 50 \mu\text{in}$) 发生穿透磨损。在连续的随机振动情况下, 磨损也可能穿透镍内镀层(其厚度为 $100 \sim 200 \mu\text{in}$), 因此电气接触面就会变成在黄铜插针和黄铜插孔之间的直接接触。在黄铜和黄铜接触面之间存在的高的相对速度会产生很高的局部温度, 而这会产生黄铜氧化层, 而氧化层是电绝缘层。尽管在电接触面的插针和插孔之间有电气连接, 也会有大约 $1 \mu\text{s}$ 的时间出现断电。在模拟电气系统中, 这不是问题。但在应用多路传输的高速数字系统中, 在此时间周期内的信息损失将会造成电气故障。这些故障很难发现, 因为问题看起来很像导线断开或焊点破损。而且, 当振动停止时, 这类问题总会消失。这样, 大量的时间总是耗费在寻找破损的电缆、导线、焊点和器件上。

用显微镜检查电接触件的摩擦腐蚀也可能是很困难的。在接触件上磨光的黄铜看起来非常像黄金, 磨损不易观察到, 而且差不多总是被漏看。但是, 当用 5% 的硫化钠水溶液刷在连接器接触区的表面上时, 在次品接触对中有一小点会发黑, 此时金层和镍层均已磨穿, 并现出了某种铜基合金。这是一种非破坏性的试验, 溶液可以用水洗掉, 而且不会对接触件产生损伤。

出现摩擦腐蚀和磨损的问题看起来只发生在严酷的随机振动中, 而且最严重的是发生在只有两点接触的电连接器上。有平片式插针或音叉式插孔的接触件(以及有两点电接触的接触件)在长时间的严酷的随机振动试验中有很高的故障率。从来没有在任何正弦振动环境中或者在有多于三点电气接触的连接器的随机振动试验中, 看到过这一问题。但这并不意味着不会发生磨损。它仅意味着在相同时间内在这些条件下所有的电气触点没有断开(电气连续性丧失)而已。

使电接触件出现摩擦腐蚀试验数据表明, 这种条件可能在经历大的高加速度随机振动后首次出现, 而且即使在追加许多小时的振动试验之后也不会重现。其故障似乎遵循前面定义的指数疲劳法则(式(8-1)), 但疲劳指数 b 值约为 4.0。当将各 PCB 分别固定在一刚性振动夹具上经受一高水平的随机振动试验, 且采用平片和音叉式电接触件时, 已经观察到首次摩擦腐蚀故障会在经受 15min 的 $40G$ 均方根白噪声输入水平, 且功率谱密度为 $0.80G^2/\text{Hz}$ 的随机振动之后发生。

例题: 确定连接器的近似疲劳寿命

计划对插入式 PCB 执行一个随机振动鉴定试验大纲, 大纲规定 PCB 必须能够通过一个沿每个轴进行 1h, 三个轴总共进行 3h 的输入加速度水平为 $10G_{\text{RMS}}$ 的试验, 这种 PCB 的平片和音叉式电连接器接触对有两个接触点。试确定各接触件能否在大纲规定的环境中可靠地工作。

仅仅是为了完成一次鉴定试验, 在任何形式的鉴定试验中, 由于测试仪表、校准和数据收集不当, 以及由于记录装置故障、偶然故障和人员操作错误而发生的功能失常都以相

当高的概率存在，以至这些试验常常不得不重复若干次。因此，必须使新设计的电子系统具有一定的安全裕度。一个好的近似规则是使所设计的系统能够经受 5 次鉴定试验。这一安全因子所增加的重量很有限，但它所提供的额外的安全裕度对完成一个困难的鉴定却常常是必要的。

因此，令：

- $b = 4.0$ （电气接触故障的疲劳指数）；
- $T_2 = 15\text{min}$ （故障前时间基线，取自试验数据）；
- $G_2 = 40G$ （均方根加速度，故障前基线）。

代入式（8-4a），求解故障前的大致时间：

$$T_1 = (15\text{min}) \times \left(\frac{40G_{\text{RMS}}}{10G_{\text{RMS}}} \right)^{4.0} = 64.0\text{h} \quad (9-59)$$

因为预期的最长试验的鉴定时间是 $3 \times 5 = 15\text{h}$ ，而系统能够经受大约 64h 的随机振动试验，因此推荐的设计将是令人满意的。

这些电气接触件的疲劳寿命还会受到制造公差、音叉式插座的弹簧刚度、表面粗糙度、金层厚度、镍层厚度以及所使用任何润滑剂的影响。

9.22 多自由度系统

当一个多自由度系统遇到随机振动输入时，系统中每一个质量的运动都会对系统中每一个其他的质量的运动产生影响。

系统的响应可以通过采用一种积分方法来确定。系统中任何一个或所有的质量对均方根加速度响应，均可通过对任一质量在相同时间内积分输入 PSD 曲线下和频率响应曲线下的面积来求得，如图 9-27 和式（9-60）所示。

$$G_{\text{out}} = \sqrt{\sum P_i \Delta f_i Q_i^2} \quad (9-60)$$

这是式（9-36）的另一种形式，因为能够通过将谐振频率的带宽 Δf 的表达式代入上式得到验证：

$$\Delta f = \frac{f_n}{Q}$$

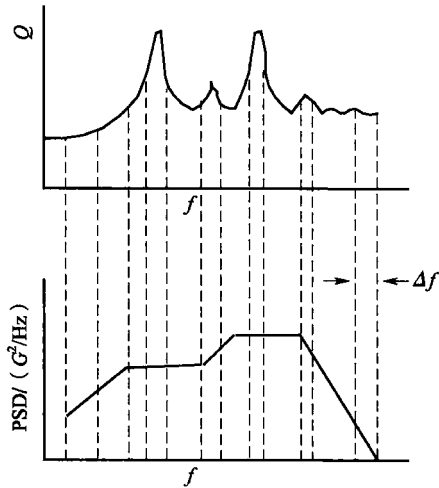


图 9-27 积分传输率 Q 响应和输入 PSD 水平下的面积来求算 RMS 加速度响应

9.23 随机振动的倍频程规则

在本书第 7 章中已经说明，在正弦振动环境中机箱和 PCB 之间，当其不遵循倍频程规则时，可能发生严重的耦合。当不遵循倍频程规则时，在随机振动环境也会发生类似的问题。当机箱与 PCB 的谐振频率隔离不超过一个倍频程时，机箱谐振可能放大 PCB 的谐振。

它会增大 PCB 的加速度和位移水平, 并因此降低 PCB 的疲劳寿命。当机箱和 PCB 谐振频率隔离达到或超过一个倍频程时, 其加速度和位移水平将会降低, 因此 PCB 的疲劳寿命也会增加。无论是遵循正向倍频程规则还是反向倍频程规则, 只要机箱和 PCB 的谐振频率很好地分隔开来, 且相对 PCB 的质量较小, 作用都是一样的。

在随机振动环境中, 通过将机箱或 PCB 看成是集成的弹簧质量系统, 就可以确定这些构件的近似的谐振频率。当它们的谐振频率分开时, 机箱质量和每块 PCB 的质量均可作为一个单自由度系统来处理。

例题: 机箱和 PCB 对随机振动的响应

一个电子机箱总重力为 30lbf, 谐振频率为 400Hz, 装有若干个 PCB, 每个 PCB 的重力为 1lbf, 且它们的谐振频率均接近于 200Hz。如图 9-28 所示, 机箱为质量 1, PCB 之一为质量 2。系统必须能在 PSD 输入为 $0.100G^2/Hz$ 的白噪声随机振动环境中工作, 试确定机箱和 PCB (质量 1 和质量 2) 的 RMS 加速度响应水平和 RMS 位移水平。

解: ①机箱的均方根响应

机箱的均方根响应可以利用式 (9-36) 确定。因为机箱和 PCB 谐振频率已很好地分开, 且因为 PCB 质量比机箱质量小, 所以 PCB 谐振对机箱谐振的影响很小。因为机箱具有图 9-29 所示的典型单自由度响应, 因此在机箱响应曲线上, 在 400Hz 处机箱的谐振很强, 而在 200Hz 处 PCB 谐振频率只表现一个很小的向上的尖峰。

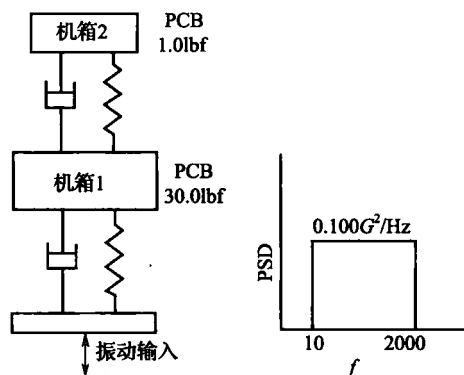


图 9-28 机箱和 PCB 作为弹簧质量系统建立的模型

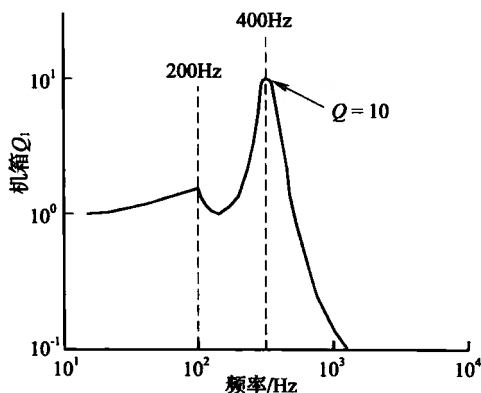


图 9-29 机箱 (质量 1) 对于系统振动的响应

于是: $P = 0.10G^2/Hz$ (机箱的 PSD 随机振动输入);

$Q = 0.5 \sqrt{400} = 10$ (估算的机箱的传输率);

$f_n = 400Hz$ (机箱谐振频率)。

代入式 (9-36), 求取均方根加速度水平:

$$G_{RMS} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \times (0.10) \times (400) \times (10)} = 25.06 \quad (9-61)$$

机箱预期的动态单振幅位移可由式 (2-30) 求得, 它表示机箱 (质量 1) 相对于支撑的相对运动:

$G_{\text{RMS}} = 25.06$ (RMS 加速度响应);

$f_n = 400\text{Hz}$ (机箱谐振频率);

$$Z_{\text{RMS}} = \frac{(9.8) \times (25.06)}{(400)^2} = 0.00153\text{in} \quad (9-62)$$

②PCB 的均方根响应

PCB 的谐振频率为 200Hz, 机箱的谐振频率为 400Hz。当 PCB 在其谐振频率上受到激励时, 通常可预期 PCB 的非耦合的传输率将约为 $\sqrt{200} = 14.14$ 。PCB 还可以从机箱处接收到由于机箱在 200Hz 上耦合的附加能量。预期机箱在 200Hz 频率上的非耦合的传输率可以用式 (2-49) 以及如下信息求得:

$f_f = 200\text{Hz}$ (强迫频率);

$f_n = 400\text{Hz}$ (机箱的谐振频率);

$$R = \frac{f_f}{f_n} = \frac{200}{400} = 0.5 \text{ (频率比)}。$$

于是

$$Q = \frac{1}{1 - R^2} = \frac{1}{1 - (0.5)^2} = 1.33 \text{ (机箱在 200Hz 的频率上)}$$

它表示 PCB 的谐振将与机箱的谐振相耦合, 即 PCB 的传输率将比前面所计算的在 200Hz 频率处的传输率提高到 1.33 倍。因此 PCB 在 200Hz 处耦合的传输率将变为:

$$Q_p = (1.33) \times (14.14) = 18.8 \text{ (PCB 在 200Hz 上)} \quad (9-63)$$

还可以预计 PCB 在 400Hz 频率上的次谐振峰值, 因为机箱的谐振频率是 400Hz。在①中已经给出机箱在 400Hz 上的非耦合的传输率约为 10。PCB 在 400Hz 上的非耦合的传输率可以利用如下信息以及式 (2-49) 求得:

$f_f = 400\text{Hz}$ (强迫频率);

$f_n = 200\text{Hz}$ (PCB 的谐振频率);

$$R = 400/200 = 2.0 \text{ (频率比)}。$$

于是

$$Q = \frac{1}{1 - R^2} = \frac{1}{1 - (2)^2} = -0.333 \text{ (PCB 在 400Hz 的频率上)}$$

负号 (-) 表示 PCB 在 200Hz 的响应与其在 400Hz 的响应反向。这一点并不重要, 因此可以忽略符号的意义。PCB 在 400Hz 的耦合的传输率则变为:

$$Q_p = (10) \times (0.333) = 3.33 \text{ (PCB 在 400Hz 上)} \quad (9-64)$$

现在将出现 PCB 的有两个谐振峰值的频率响应曲线, 如图 9-30 所示。

PCB 相对于机箱的相对均方根加速度响应可以利用式 (9-36) 或式 (9-60) 确定。当采用式 (9-36) 时, PCB 在 200Hz 和 400Hz 处的两个谐振峰值可以作为两个单自由度峰值处理, 然后利用式 (9-63) 和式 (9-64) 求取 PCB 中心部位的均方根响应:

$$\begin{aligned} G_{\text{RMS}} &= \sqrt{\frac{\pi}{2} \times (0.10) \times (200) \times (18.8) + \frac{\pi}{2} \times (0.10) \times (400) \times (3.33)} \\ &= 28.3 \text{ (PCB 中心的响应)} \end{aligned} \quad (9-65)$$

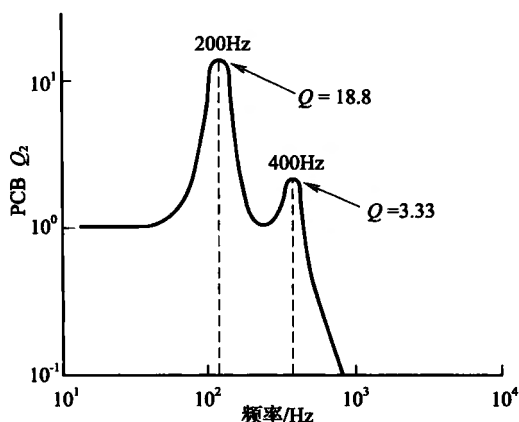


图9-30 PCB（质量2）对正弦振动的响应

当每一个谐振峰值的传输率均大于10时，式（9-36）是很精确的。当传输率比10小得多时，精度有些损失。当出现这种条件时，利用式（9-60）可获得更好的精度。

PCB（质量2）相对于机箱（质量1）的相对单振幅动态位移，可以利用式（2-30）和如下信息求得：

$$G_{\text{RMS}} = 28.3;$$

$$f_n = 200\text{Hz} \text{ (PCB 的谐振频率);}$$

于是

$$Z_{\text{RMS}} = \frac{(9.8) \times (28.3)}{(200)^2} = 0.00693\text{in (PCB)} \quad (9-66)$$

例题：电子机箱的动态分析

如图9-31所示，一个机箱有四个安装凸耳，内装若干个装有继电器的1.0lbf重的插入式PCB。继电器在200Hz的频率上的最大额定加速度峰值为40G。利用集中的弹簧质量系统以建立图9-28所示的两个自由度的组件的模型。PCB和机箱预期的传输率曲线分别见图9-30和图9-29。工作环境是PSD输入水平为 $0.10\text{G}^2/\text{Hz}$ 的随机振动。试确定：

①继电器能否在该环境中工作而没有颤动；

②机箱安装凸耳能否在该环境工作而不出现故障。

解：①PCB对随机振动的均方根响应已由式（9-65）给出，是28.3G。因为继电器额定峰值为40G，猛然看来，继电器对随机振动环境来说是可以接受的。但必须考虑 3σ 峰值的随机振动，即使它们只发生在4.33%的时间内。因此预期继电器将要经受的最高水平是 3×28.3 即84.9G。这就比继电器的40G额定值高出许多。这样当将继电器装在PCB的中心时，它们是无法满足应用要求的。

如果将继电器装在PCB的边缘，可以看到由于机箱在400Hz上谐振产生的RMS加速度水平是25.06G，如式（9-61）所示。 3σ 加速度水平将是75G，因此仍然超出了40G峰值的继电器额定水平。所以，这些继电器是无法应用于上述环境中的。

②通过利用式（2-7）以及如下信息求得机箱的弹簧刚度，可以确定安装支座中的动态应力：

$f_n = 400\text{Hz}$ (机箱谐振频率);

$W = 30\text{lbf}$ (机箱总重力);

$G = 386\text{in/s}^2$ (重力加速度);

于是

$$K = \frac{4\pi^2 \times (400)^2 \times (30)}{386} = 490940\text{lbf/in} \quad (\text{机箱弹簧刚度})$$

作用在机箱上的动态载荷可以根据式 (9-62) 中的机箱动态位移确定:

$$P_d = KZ = (490940) \times (0.00153) = 751.1\text{lbf RMS} \quad (\text{在四个凸耳上})$$

作用在凸耳上的动态弯矩可以根据示于图 9-31 中的安装凸耳几何条件确定:

$$M = \frac{(751.1) \times (1.4)}{4 \text{ (个凸耳)}} = 263\text{lbf} \cdot \text{in} \quad \text{RMS}$$

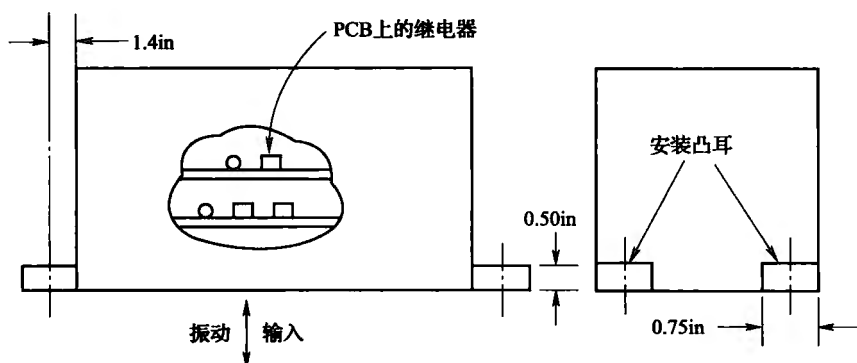


图 9-31 电子机箱内装有带继电器的 PCB

代入式 (2-39) 求取动态弯曲应力各参数:

$$I = bh^3/12 = (0.75) \times (0.50)^3/12 = 0.00781\text{in}^4;$$

$$C = 0.50/2 = 0.25\text{in};$$

$$K = 1.5 \text{ (应力集中)};$$

我们得到疲劳弯曲耐久极限:

$$S_b = [(1.5) \times (263) \times (0.25)] / 0.00781 = 12.628\text{lbf/in}^2 \quad \text{RMS (弯曲)} \quad (9-67)$$

在安装凸耳上 3σ 的弯曲应力是:

$$S_b(3\sigma) = (3) \times (12628) = 37884\text{lbf/in}^2 \text{ (弯曲)} \quad (9-68)$$

因为它超过了铝合金安装凸耳的 12000lbf/in^2 的疲劳弯曲耐久极限, 新设计显然是无法接受的。

为改善设计的结构完整性, 可以为安装凸耳增加两块角板, 如图 9-32 所示。角板将增加安装凸耳的刚度和强度, 并且会提高机箱的谐振频率。上述分析必须加以修正以将机箱的新刚度考虑在内。在一个新的电子机箱的初步设计阶段, 这一过程要反复进行, 直到对环境获得令人满意的设计为止。

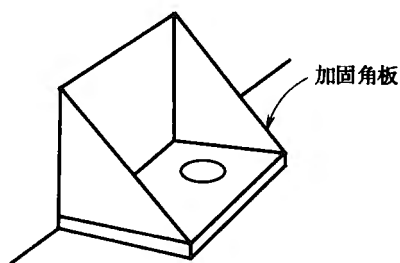


图 9-32 为安装凸耳增加加强角板

9.24 确定正零交越数

在正弦振动试验中于谐振驻留条件下累积的疲劳循环数是很容易确定的。它可简化为谐振频率 (cycle/s) 和时间 (s) 的乘积。

在随机振动试验中累积的疲劳循环数也与试验持续时间有关。但是, 求算实际应力交变数是较为困难的。因为在带宽范围内的所有受激励的频率在全部时间都存在, 而疲劳循环数必然与会引起最大损伤的那些频率有关。这些频率是有最高传输率而阻尼较小的频率。在平均意义上, 这些频率将影响位移跨过有正斜率零轴的次数。它称之为正零交越数, 并记作符号 N_0^+ 。有正和负两个斜率的交越数已由雷斯 (Rice) 确定为 (见图 9-1):

$$N_0 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 P(\Omega) d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} P(\Omega) d\Omega} \right]^{1/2} \quad (\text{Hz}) \quad (9-69)$$

为了求得表示零交越数的位置, 必须除以 Ω^4 , 并化简为:

$$N_0^+ = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sum \frac{P_i \Delta f_i Q_i^2}{\Omega_i^2}}{\sum \frac{P_i \Delta f_i Q_i^2}{\Omega_i^4}} \right)^{1/2} \quad (\text{Hz}) \quad (9-70)$$

对于轻微阻尼的系统来说有若干个谐振峰值, 上式可通过将每一个峰值作为一个单自由度考虑来化简。利用式 (9-36) 并化简:

$$N_0^+ = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\frac{(\pi/2) P_1 f_1 Q_1}{\Omega_1^2} + \frac{(\pi/2) P_2 f_2 Q_2}{\Omega_2^2} + \dots}{\frac{(\pi/2) P_1 f_1 Q_1}{\Omega_1^4} + \frac{(\pi/2) P_2 f_2 Q_2}{\Omega_2^4} + \dots} \right]^{1/2} \quad (9-71)$$

有许多其他的随机振动关系式, 可以方便地用于确定单自由度系统在随机振动环境中的位移、速度和加速度。例如, 当已知输入 PSD, 且希望求得 RMS 响应位移时, 利用下式是方便的:

$$Z_{\text{RMS}} = 12.2 \sqrt{\frac{QP}{f_n^3}} \quad (9-72)$$

式中: Q = 在谐振频率上的传输率, 无量纲;

P = 在谐振频率 f_n 上的功率谱密度, G^2/Hz ;

f_n = 系统的谐振频率, Hz。

单自由度系统的位移、速度或加速度响应可以根据式 (9-36) 确定, 或者将同一个方程以稍微不同的形式写出如下:

$$\text{output(输出)} = \left[0.785 \left(\frac{1 + 4R_c^2}{R_c} \right) (f_n) (\text{input(输入)}) \right]^{1/2} \quad (9-73)$$

式中: $R_c = \frac{C}{C_c} = \frac{1}{2Q}$ = 阻尼比 (无量纲);

f_n = 谐振频率 (Hz);

它们的单位如下:

参数	输入	输出 (RMS)
位移	in^2/Hz	in
速度	$(\text{in/s})^2/\text{Hz}$	in/s
加速度	G^2/Hz	G

例题: 确定正零交越数

对一个在插入式 PCB 中心装有加速度计的电子系统进行正弦振动试验。得到基本自然频率和两个高一点的谐振频率, 以及传输率 Q 的值:

频率 f/Hz	传输率 Q
345	18.7
604	8.4
1010	4.8

在考虑有 $0.10G^2/\text{Hz}$ 功率谱密度输入的白噪声随机振动激励的情况下, 确定正零交越数。

解: 利用式 (9-71), 用三个谐振频率和 Q 值, 以求得正零交越数:

$$N_0^+ = \frac{1}{2\pi} \times \left[\frac{\frac{(\pi/2) \times (0.1) \times (345) \times (18.7)}{[2\pi \times (345)]^2} + \frac{(\pi/2) \times (0.1) \times (604) \times (8.4)}{[2\pi \times (604)]^2}}{(\pi/2) \times (0.1) \times (1010) \times (4.8)} + \frac{(\pi/2) \times (0.1) \times (345) \times (18.7)}{[2\pi \times (345)]^4} + \frac{(\pi/2) \times (0.1) \times (604) \times (8.4)}{[2\pi \times (604)]^4} + \frac{(\pi/2) \times (0.1) \times (1010) \times (4.8)}{[2\pi \times (1010)]^4} \right]^{0.5}$$

$$N_0^+ = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2.155 \times 10^{-4} + 5.531 \times 10^{-5} + 1.889 \times 10^{-5}}{4.587 \times 10^{-11} + 3.840 \times 10^{-12} + 4.692 \times 10^{-13}} \right)^{0.5} = 383\text{Hz}$$

(9-74)

第 10 章 电子设备的声噪声效应

10.1 引言

声噪声 (acoustic noise) (压力波) 差不多可以由包括大功率收音机、火箭发动机, 或汽笛、船舶推进器在内的任何声源产生。这种噪声可以透过空气, 或者传入液体和固体。高量级的声能量能够在大而薄的平板中迅速造成疲劳故障, 同时还能影响某些敏感类型的电子元件的工作。声噪声的测量单位是分贝 (dB), 其定义是均方声压值与基准均方压力之比。所选定的基准是听觉的阈值。因此

$$\text{分贝数 (dB)} = 20 \lg \frac{P}{P_{\text{ref}}} \quad (10-1)$$

式中: P = 声压级 (lbf/in²);

P_{ref} = 参考声压 = 2.90×10^{-9} lbf/in² = 0.0002 dyn/cm^2 ①;

上式不应与式 (9-11) 相混淆, 在式 (9-11) 中系数是 10 而不是 20, 因为式 (9-11) 中所采用的是功率比而不是幅值比。声压 P 是值得注意的, 因为它代表的是能够引起声损伤的压力波。

例题: 确定声压级

规定声噪声试验的声压级测量值是 150dB, 确定以 lbf/in² 均方根值为压力单位的等效声压级。

解: 代入式 (10-1), 有:

$$\begin{aligned} 150 &= 20 \lg \frac{P}{2.9 \times 10^{-9}} \\ \frac{150}{20} &= \lg P - \lg(2.9 \times 10^{-9}) \\ \lg P &= 7.5 + (-8.537) = -1.037 \\ P &= 0.092 \text{ lbf/in}^2 \quad \text{RMS} \end{aligned} \quad (10-2)$$

通常认为声损伤阈值是 150dB 左右。在电子设备中, 低于此水平的声压值, 通常不会引起严重的结构损伤。但在较低的量值上能产生麦克风颤噪效应 (microphonic effect)。

10.2 电子设备中的麦克风效应

当电子元件对声噪声敏感时, 它就被称为麦克风效应。声压波能够从物理上稍微改变

① $1 \text{ dyn (达因) /cm}^2 = 0.1 \text{ Pa}$ 。——译者注

器件的形状，因此其电气特性会有波动。某些类型的陶瓷电容器和纸质电容器，以及常用于振荡器和压电加速度计中的某些类型的晶体均会受到声噪声的影响。但是，大多数所谓的麦克风效应并不是真的由麦克风器件引起的。即这些效应常常不是由于信号失真、调制和噪声引起的，而是由于导线松动、固定螺钉松动、走线不当、屏蔽使用不当、焊点破损，以及许多其他机电缺陷引起的。

对某些类型的电子元件进行的声学试验已经证明，这些试验能在电子设备中引起功能失常。对功能失常最敏感的设备项目是在功能上需要包括可挠曲元器件（如继电器和压力开关）的运动的那些器件，以及包括结构件相对柔软而其他部分却很硬的那些器件（如真空管和压电器件）。电容器、电阻器和电感器在严酷的声学环境中也有功能失常的记录。某些制造商提供的膜片电容器在 132dB 的低声压级上也曾出现过问题。而由其他制造商提供的类似器件在 166dB 的声压级也没有出现问题。陶瓷电容器在 159dB 的声压级出现过问题。电解电容器在 125dB 的声压级也出现了问题。

通常截面又大、又平、又薄、又轻的结构件对高声压级环境最为敏感，因此有这些特性的构件应该加固或增大阻尼，以降低加速度响应水平。

当又大、又薄的平板经受声噪声时，波动的声压会迫使平板振动。这些平板将出现与其几何条件、支撑方法和结构有关的动态响应。这种响应将影响或决定其疲劳寿命的应力特征和应力水平。

10.3 声噪声试验的发生方法

声噪声试验的声噪声通常由若干喷气发动机、汽笛和扩音器产生。喷气发动机和扩音器产生较宽的频带（band of frequencies），汽笛产生若干个窄带。汽笛能够产生接近于平板基本谐振频率的离散的频率，它们会提高平板的响应。喷气发动机和扩音器则产生较宽的频谱（frequency spectrum），这时平板具有较低的响应。因此，对于相同的声压级来说，平板中由一个汽笛激发的应力水平将高于由一个喷气发动机或一个扩音器产生的应力水平。图 10-1 示出了使一厚度为 0.032in 的 2024-T3 铝平板分别经受由汽笛和由喷气发动机产生的声噪声直到出现故障的时间。这些试验证明在相同的声压级上汽笛能更快地引起疲劳故障。这可能是由于汽笛在平板基本谐振频率上产生更多的能量引起的。面板的疲劳寿命的提高可以通过除了用铆钉将面板固定到支撑上之外再增加胶结来实现。疲劳寿命的进一步提高可以通过使面板形成球面状以提高面板的刚度。这样会提高谐振频率，同时减少偏移和应力。这些结构改型见图 10-2。

在平板上的应变计表明，对一个给定的均方根应力水平来说，喷气发动机比汽笛能更快地引起疲劳故障。这可能是由于喷气发动机的峰值应力响应要比恒定水平汽笛试验的给定均方根值的响应大好几倍。试验结果见图 10-3。应注意到两种类型载荷所遇到的故障特性没有明显的差别。

为了进行比较，在 0.064in 厚的相似铝面板上进行了类似的声噪声试验。试验发现，两倍的面板厚度使面板疲劳寿命提高了大约 20 倍。这些结果用喷气发动机和汽笛两种试验都已得到证实。

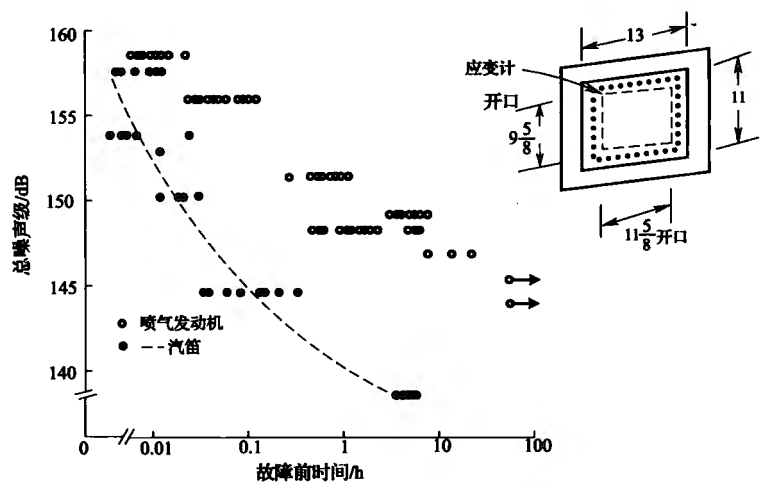


图 10-1 说明 0.032in 厚的 2024-T3 铝平板经受喷气发动机和汽笛声噪声出现故障的试验数据

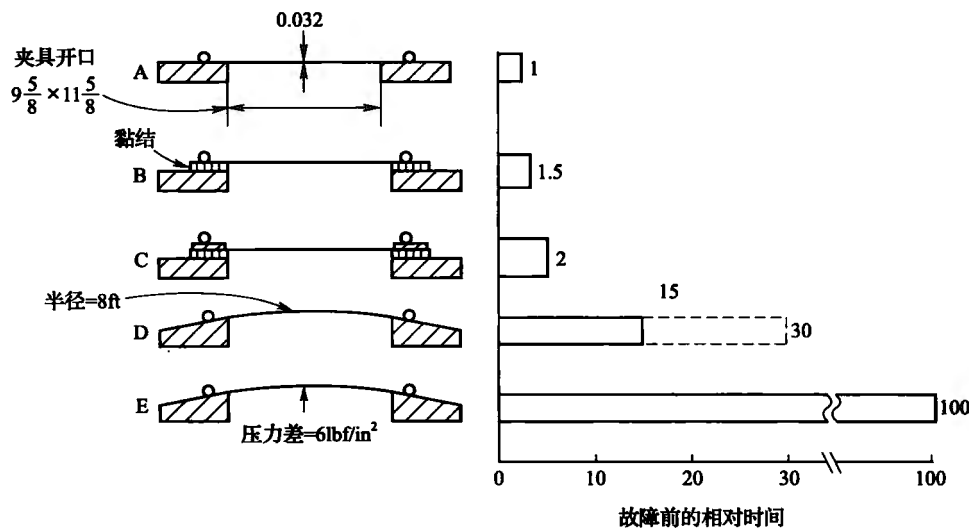


图 10-2 不同安装方式和曲率对面板疲劳寿命的影响 (面板规格和尺寸大小不变)

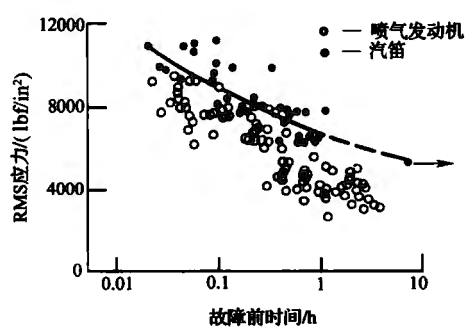


图 10-3 均方根应力水平与在经受喷气发动机和汽笛声噪声的 0.032in 厚的 2024-T3 铝板中诱发的故障间的关系

喷气发动机和扩音器声噪声试验与随机振动试验类似,因为它们都覆盖了一个宽频谱。因此也可以利用随机振动的分析方法,确定暴露于这些声噪声环境的薄平板的疲劳寿命。分析方法是:用于确定压力谱密度的单位是压力平方每赫[兹] $(\text{lbf/in}^2)^2/\text{Hz}$,而不是用于随机振动的以加速度平方每赫[兹] (G^2/Hz) 为单位的功率谱密度,如图9-36所示。

10.4 1/3 倍频程带宽

声压级通常利用设有 1/3 倍频程带的滤波器测量。这样每一个倍频程就分为三个频带。1/3 带频增量的较高带频与较低带频的比值可以给出如下:

$$\frac{1}{3} \ln \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{3} \ln 2 = \frac{1}{3} \times (0.693) = 0.231$$

两边取对数:

$$f_2/f_1 = 1.2598 \quad \text{或} \quad f_2 = 1.2598f_1 \quad (10-3)$$

该频带的中心频率由下式求得:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_2} \quad (10-4)$$

1/3 倍频带中心频率处的带宽变为:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 0.231f_c \quad (10-5)$$

式中: f_2 = 较高的带频, Hz;

f_1 = 较低的带频, Hz;

f_c = 中心带频, Hz。

10.5 确定声压谱密度

声压谱密度 P_s 定义为声压 (P) 平方除以 1/3 倍频带宽:

$$P_s = \frac{P^2}{\Delta f} (\text{lbf/in}^2)^2/\text{Hz} \quad (10-6)$$

可以利用式 (10-1) 以稍微不同的形式确定声压力 P :

$$\frac{\text{dB}}{20} = \lg P - \lg P_{\text{ref}}$$

或

$$\lg P = \frac{\text{dB}}{20} \lg 10 + \lg(2.9 \times 10^{-9})$$

两边取对数,以稍微不同的形式示出导出声压力:

$$P = (2.9 \times 10^{-9}) \times 10^{\text{dB}/20} \quad (10-7)$$

将式 (10-7) 和式 (10-5) 代入式 (10-6):

$$P_s = \frac{(2.9 \times 10^{-9}) \times 10^{\text{dB}/20}}{0.231f_c} (\text{lbf/in}^2)^2/\text{Hz} \quad (10-8)$$

10.6 对声噪声激励的声压响应

在受声噪声激励的轻微阻尼系统中，均方根 RMS 声压响应或输出 (P_{RMS}) 可以利用与随机振动相同的方法求得，因为两种激励方法是相似的。由式 (9-36) 得：

$$P_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} P_s f_n Q} \quad (\text{lbf/in}^2) \quad (10-9)$$

式中： P_s ——在谐振频率上的声压谱密度 (SPSD)， $(\text{lbf/in}^2)^2/\text{Hz}$ ；

f_n ——谐振频率，Hz；

Q ——在谐振频率上的传输率，无量纲。

可以利用均方根 RMS 声压响应求取结构中的应力，而通过利用如式 (9-42) 所示的米勒疲劳损伤指数，按遵循高斯概率分布的单自由度系统求取其疲劳寿命。

例题：暴露于声噪声中的薄金属面板的疲劳寿命

电子机箱必须能够经受图 10-4 所示的 30min 时间的声噪声鉴定试验谱。重量是一个问题，建议的 2024-T3 铝侧板厚度为 0.040in，如图 10-5 所示。问薄侧板能否承受该声噪声环境。

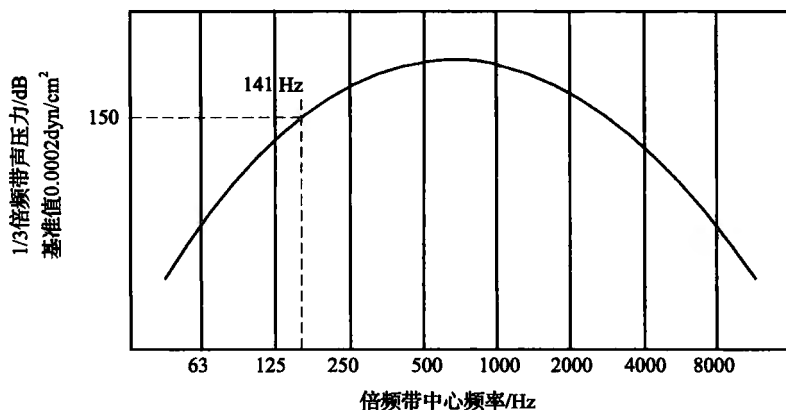


图 10-4 声噪声鉴定试验谱

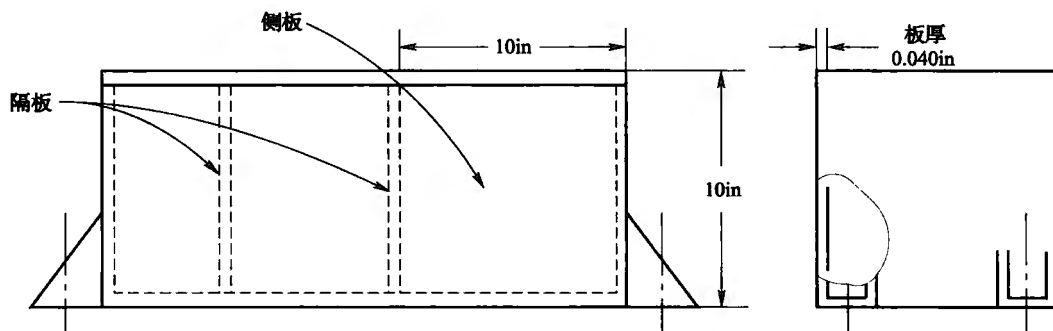


图 10-5 有薄平铝侧板的电子箱

解：首先必须确定平板的谐振频率，以建立动态特性，并求取作用在侧板上的声噪声水平。将平板看作是一个四边固紧的平的匀质方板。利用本书第6章给出的平板关系式：

$$f_n = \frac{\pi}{1.5a^2} \sqrt{\frac{8D}{\rho}} \quad (10-10)$$

式中： $E = 10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝的弹性模量)；

$h = 0.040 \text{ in}$ (平板厚度)；

$\mu = 0.30$ (泊松比，无量纲)；

$g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度)；

$\gamma = 0.10 \text{ lb/in}^3$ (铝单位体积的重量)；

$a = 10.0 \text{ in}$ (方形侧板的边长)；

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{(10 \times 10^6) \times (0.040)^3}{(12) \times [1 - (0.3)^2]} = 58.6 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$\rho = \frac{\gamma h}{g} = \frac{(0.10) \times (0.040)}{386} = 0.0001036 \text{ lbf/in}^2$$

代入式 (10-10)：

$$f_n = \frac{\pi}{(1.5) \times (10)^2} \sqrt{\frac{(8) \times (58.6)}{0.0001036}} = 141 \text{ Hz} \quad (10-11)$$

图 10-4 表明了 141 Hz 的频率上的 150 dB 的声噪声水平。将就这一噪声水平，利用前平板的基本谐振频率作为 1/3 倍频带的中心频率求取侧板上的偏移和应力。

代入式 (10-8)，求取声压谱密度水平 SPSD：

$$P_s = \frac{(2.9 \times 10^{-9})^2 \times (10)^{15.0}}{(0.231) \times (141)} = 0.000258 \frac{(\text{lbf/in}^2)^2}{\text{Hz}}$$

代入式 (10-9)，求取声压响应，式中：

$f_n = 141 \text{ Hz}$ (平板的谐振频率)；

$Q = \sqrt{f_n} = \sqrt{141} = 11.9$ (近似传输率)。

我们有

$$P_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \times (0.000258) \times (141) \times (11.9)} = 0.824 \text{ lbf/in}^2 \quad (10-12)$$

必须确定铝板的动态位移以确定结构系统是线性的还是非线性的。当平板中发生大的位移时，平板将承受直接弯曲形式的某种载荷和像膜片一样的某种载荷。当平板像膜片一样承受载荷时，有可能在只有相对较小的位移的情况下承受较大的载荷。当平板中的动态位移小于 1/3 板厚时，可以利用线性平板弯曲理论计算板的弯曲应力。当平板偏移大于 1/3 板厚时，必须利用大偏移理论去求得真实应力条件的精确估值。这种理论可用于求取膜片应力并给出由直接弯曲承载的载荷部分以及像由纯张力承载载荷的膜片承载的载荷部分。

作用在平板上的总均方根声压响应由式 (10-12) 确定。这部分压力是作为膜片声压承载的。当平板偏移超过 1/3 板厚时，部分声压将作为弯曲声压承载：

$$q_m = \text{膜片声压} (\text{lbf/in}^2 \text{ RMS})$$

$$q_b = \text{弯曲声压}(\text{lbf/in}^2 \text{ RMS})$$

对方形平板来说, 由膜片载荷引起的偏移可以利用铁摩辛柯 (Timoshenko) 公式确定:

$$Y = 0.802C \left(\frac{q_m C}{Eh} \right)^{1/3} \quad \text{或} \quad q_m = \frac{Y^3 Eh}{0.516C^4} (\text{lbf/in}^2) \quad (10-13)$$

由平板弯曲引起的偏移可以确定如下, 平板弯曲是由于作用在边缘固定的方板上的匀质载荷引起的:

$$Y = 0.224 \frac{q_b C^4}{Eh^3} \quad \text{或} \quad q_b = \frac{Y Eh^3}{0.224C^4} (\text{lbf/in}^2) \quad (10-14)$$

作用在平板上的总声压是膜片压力和弯曲压力之和, 它是由式 (10-12) 给出的声响应压力 (注: $C = 10/2 = 5.0\text{in}$):

$$P_{\text{RMS}} = q_m + q_b = \frac{Y^3 Eh}{0.516C^4} + \frac{Y Eh^3}{0.224C^4}$$

$$P_{\text{RMS}} = \frac{Y Eh^3}{C^4} \left(1.94 \frac{Y^2}{h^2} + 4.46 \right) \quad (10-15)$$

在上式, 除偏移 Y 之外, 其余各项均为已知, 于是可以确定 Y 值。将式 (10-12) 代入式 (10-15):

$$0.824 = 4.567Y + 1241.6Y^3$$

$$Y = 0.0735\text{in} (\text{均方根位移}) \quad (10-16)$$

由于该位移比平板厚度 0.40in 大出许多, 声学应力将是非线性的。因此必须计算平板中的膜片应力和直接弯曲应力。

作为膜片承载的载荷部分由式 (10-13) 确定, 式中:

$Y = 0.0735\text{in}$ (均方根位移);

$E = 10 \times 10^6 \text{lbf/in}^2$ (铝的弹性模量);

$h = 0.040\text{in}$ (厚度);

$C = 10/2 = 5.0\text{in}$ (板尺寸的 $1/2$);

于是

$$q_m = \frac{(0.0735)^3 \times (10 \times 10^6) \times (0.040)}{(0.516) \times (5.0)^4} = 0.492 \text{lbf/in}^2 \text{ RMS} \quad (10-17)$$

由声噪声在平板中产生的膜片应力根据下式确定:

$$S_m = 0.396 \left(\frac{q_m^2 EC^2}{h^2} \right)^{1/3} \quad (10-18)$$

$$S_m = 0.396 \left[\frac{(0.492)^2 \times (10 \times 10^6) \times (5.0)^2}{(0.040)^2} \right]^{1/3} = 1318 \text{lbf/in}^2 \text{ RMS} \quad (10-19)$$

以直接弯曲形式承载的载荷部分可根据式 (10-14) 确定:

$$q_b = \frac{(0.0735) \times (10 \times 10^6) \times (0.040)^3}{(0.224) \times (5.0)^4} = 0.336 \text{lbf/in}^2 \text{ RMS} \quad (10-20)$$

在有固定边的方板中产生的最大弯矩可由下列关系确定:

$$M = 0.0513 q_b a^2$$

$$M = (0.0513) \times (0.336) \times (10.0)^2 = 1.724 \text{ in} \cdot \text{lb/in RMS} \quad (10-21)$$

弯曲应力根据下式确定:

$$S_b = \frac{6M}{h^2} = \frac{(6) \times (1.724)}{(0.040)^2} = 6465 \text{ lb/in}^2 \text{ RMS} \quad (10-22)$$

在平板边缘的最大总应力将是膜片应力与弯曲应力之和。因为包含了交变应力, 所以考虑疲劳, 因此在估算疲劳寿命时必须包括应力集中 (K)。人们发现在电子结构的孔和拐角处的典型的应力升高约为 $K=2.0$ 。因此:

$$S_t = K(S_m + S_b) \quad (\text{总应力}) \quad (10-23)$$

$$S_t = 2 \times (1318 + 6465) = 15566 \text{ lb/in}^2 \text{ RMS} \quad (10-24)$$

可以计算米勒累积损伤, 以求得平板预期疲劳寿命的精确估值。一个更快捷地求得疲劳寿命, 但有些精度损失的方法是只考虑可产生大部分损伤而发生时间只有 4.33% 的 3σ 应力。 3σ 应力如下:

$$S_3 = (3) \times (15566) = 46698 \text{ lb/in}^2 \quad (10-25)$$

根据图 10-6 所示的 $S-N$ 疲劳曲线, 可以确定 2024-T3 铝板的近似疲劳寿命。对该曲线的观察表明, 可以预期有 1.8×10^4 次疲劳循环的近似疲劳寿命。平板出现故障的时间可根据对随机振动建立的如下关系式求取:

$$T = \frac{N}{0.0433 f_n} \quad (10-26)$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{1.8 \times 10^4 (\text{故障前循环数})}{(0.0433) \times (141 \text{ 循环数/s}) \times (60 \text{ s/min})} \\ &= 49.1 \text{ min} (\text{故障前时间}) \end{aligned} \quad (10-27)$$

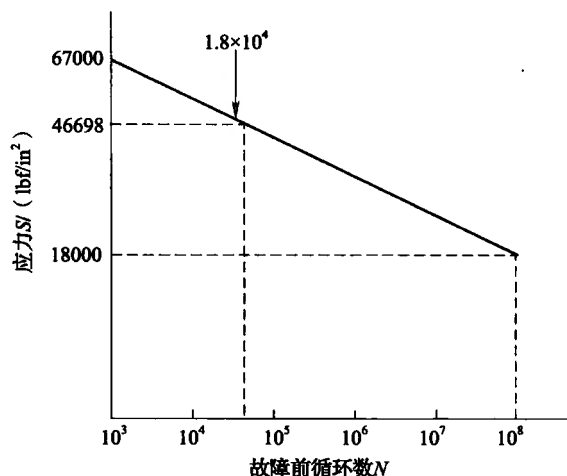


图 10-6 2024-T3 铝板的 $S-N$ 疲劳曲线

声噪声鉴定试验只持续 30min, 乍看起来平板应能满足要求。但是当我们考虑到制造公差时, 当这些试验常常有可能由于校准和电气问题而不得不重复若干次时, 该平板设计不足就成必然的结论。因此平板设计必须更改。

通过使平板稍微加厚或提高平板中的阻尼以减少传输率、降低应力, 就可以改善平板

的性能。当然这些更改将使重量稍有增加。

10.7 确定声加速度谱密度

可以采用一种替代的解法来求解与作用在平板上的声压力有关的声噪声问题。这就是声加速度法,在这种方法中声压力被转换为作用在平板上的声加速度。然后确定平板的加速度响应,并导出动态载荷。然后再将动态载荷反过来转换为作用在平板上的动态压力响应,该动压响应与平板上的声压响应(P_{RMS})相同。最后确定平板中的应力如前。

声加速度谱密度定义为以重力单位表示的加速度水平的平方除以 1/3 倍频点之间的频率带宽。现在除了利用声加速度项来代替声压力项以外,其他与前面所用的想法是相同的:

$$A_s = \frac{G_s^2}{\Delta f} = \frac{G_s^2}{0.231f_c} (G^2/\text{Hz}) \quad (10-28)$$

由声压 P 引起的加速度水平 G_s 可以根据薄平板的单位面积的重量 (specific weight) w 确定如下:

$$G_s = \frac{P}{w} = \frac{P}{\gamma h} \quad (10-29)$$

式中: P ——由 dB 声压级 (RMS) 求得声压力, lbf/in²;

w ——平板单位面积的重量, lbf/in²;

γ ——平板单位体积的重量, lbf/in³;

h ——匀质板厚度, in;

利用前面式 (9-36) 就随机振动给出的相同的方法, 可以确定对宽带声噪声的均方根加速度响应, 因为它们的激励方法是相同的:

$$G_{\text{out}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} A_s f_n Q} \text{ (RMS)} \quad (10-30)$$

例题: 声噪声分析的替代方法

利用声加速度谱密度法求解上述例题。

解: 利用式 (10-29), 确定由于 150dB 声压力产生的加速度水平。

式中: $P = 0.092 \text{ lbf/in}^2$ (由 150dB 求算的声压, 见式 (10-2));

$\gamma = 0.10 \text{ lbf/in}^3$ (铝板单位体积的重量);

$h = 0.040 \text{ in}$ (板厚);

$$G_s = \frac{0.092}{(0.10) \times (0.040)} = 23.0 \text{ (由声音引起的加速度) (RMS)};$$

利用式 (10-28) 确定声加速度谱密度。

式中: $G_s = 23.0 \text{ (RMS)};$

$f_c = 141 \text{ Hz};$

我们求得:

$$A_s = \frac{(23.0)^2}{(0.231) \times (141)} = 16.24 G^2/\text{Hz} \quad (10-31)$$

代入式 (10-30), 确定声压激励的加速度响应。

式中: $A_s = 16.24 G^2 / \text{Hz}$ (声加速度谱密度);

$f_n = 141 \text{ Hz}$;

$Q = \sqrt{f_n} = \sqrt{141} = 11.87$ (近似传输率)。

我们获得:

$$G_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \times (16.24) \times (141) \times (11.87)} = 206.6 \quad (10-32)$$

该加速度响应现在必须反过来转换为声压响应 (P_{RMS})。它可以用加速度力除以板面积, 利用每平方英寸的板面积求得:

$$P_{\text{RMS}} = \frac{W_p G_{\text{RMS}}}{A_p} (\text{lbf/in}^2 \text{ RMS}) \quad (10-33)$$

式中: $W_p = (1 \text{ in}) \times (1 \text{ in}) \times (0.04 \text{ in}) \times (0.10 \text{ lb/in}^3) = 0.004 \text{ lbf}$ (板重);

$A_p = 1.0 \text{ in}^2$ (板表面面积);

$G_{\text{RMS}} = 206.6$ (板的加速度响应)。

我们有:

$$P_{\text{RMS}} = \frac{(0.004) \times (206.6)}{1.0} = 0.826 \text{ lbf/in}^2 \quad (10-34)$$

将该加速度响应结果与式 (10-12) 中的声压响应相比较表明, 它们是相同的。

现在可以从由式 (10-13) ~ 式 (10-27) 规定的膜片加载条件开始, 确定非线性系统由于声噪声引起的平板应力。

第 11 章 电子设备冲击环境设计

11.1 引言

冲击，通常定义为机械系统对能量的快速传递，结果引起系统的应力、速度、加速度或位移明显增大。能量传递所用的时间，一般与系统的谐振频率或其固有频率有关。冲击往往能激励复杂结构中的许多固有频率，从而能在电子系统中产生四种基本类型的故障。这四类故障是：

①高应力，能产生结构破裂或永久变形；

②高加速度值，能引起继电器颤动、电位器滑动以及螺钉松动；

③大位移，能引起相邻电路板碰撞——使元器件和焊接点断开、电缆和线束折断，以及铸件破裂；

④冲击期间引起电气性能下降，当冲击能量耗尽后又恢复了，这种情况可在晶体振荡器、电容器和混合电路中发生。

大而薄的混合电路外壳会产生移动，引起与内部模片键合线的暂时短路，而冲击之后，一般情况下混合电路又呈现正常状况，这就使得很难发现和纠正此类故障。

在冲击中，疲劳一般不是要着重考虑的问题，除非涉及到百万次以上的应力循环。当预计应力循环少于几千次时，疲劳应力集中的问题可以忽略不计，因为它们对结构如何和何时发生失效，不会有大的影响。凡预计疲劳效应会发生叠加的地方，在任何冲击评价中必须包括疲劳集中因子。

结构的碰撞敏感性、切口敏感性以及脆性很重要，特别是在使用高强度钢和铸件承受大冲击负荷时。当任何承受载荷的结构材料的延展性低于 3% 时，可能会产生问题，除非针对预期的环境对动态应力进行了仔细的评估。不过，大多数结构件的延展性一般均大于 5%，所以设计中的限制因素一般取决于材料的屈服强度。

在严酷的冲击环境中，通常采用隔离措施来保护灵敏的电子设备。必须注意在设备的周围留有足够的摆动空间，以防止对周围其他结构的碰撞。

冲击分析技术可能是十分复杂的，除非做一些简化近似。为此，一般采用简单的质量、弹簧和阻尼器来模拟精密复杂的电子系统，以预估系统的动态特性。图 11-1 所示为近似模拟电子系统所用的典型的单自由度系统和二自由度系统。单自由度可用来表示机箱或 PCB，二自由度可用来表示安装在机箱内的 PCB，机箱是第一自由度，而 PCB 是第二自由度。

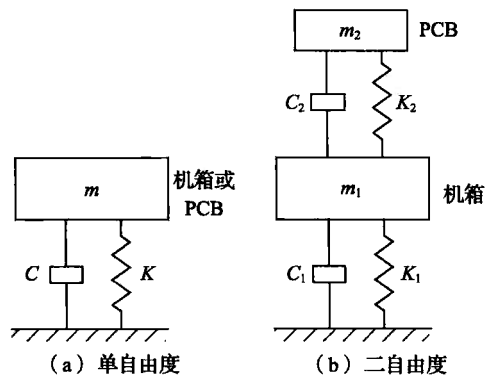


图 11-1 单自由度和二自由度的质量弹簧集合系统

11.2 冲击环境的规定

已经使用了许多不同的方法规定冲击运动或其影响。最常用的三种方法是：①脉冲冲击；②速度冲击；③冲击响应谱。

脉冲冲击涉及到已知形状的脉冲形式的加速度或位移，如方波、半正弦波和各种三角波（垂直上升、垂直下降以及对称形的）。脉冲冲击容易实现，因为其数学式简单且便于处理。但是，脉冲冲击并不代表实际情况，真正的冲击环境极少是一个简单的脉冲。尽管如此，简单脉冲在揭示许多不同类型结构的薄弱部位方面往往还是有效的。图 11-2 所示为几种典型的脉冲冲击。

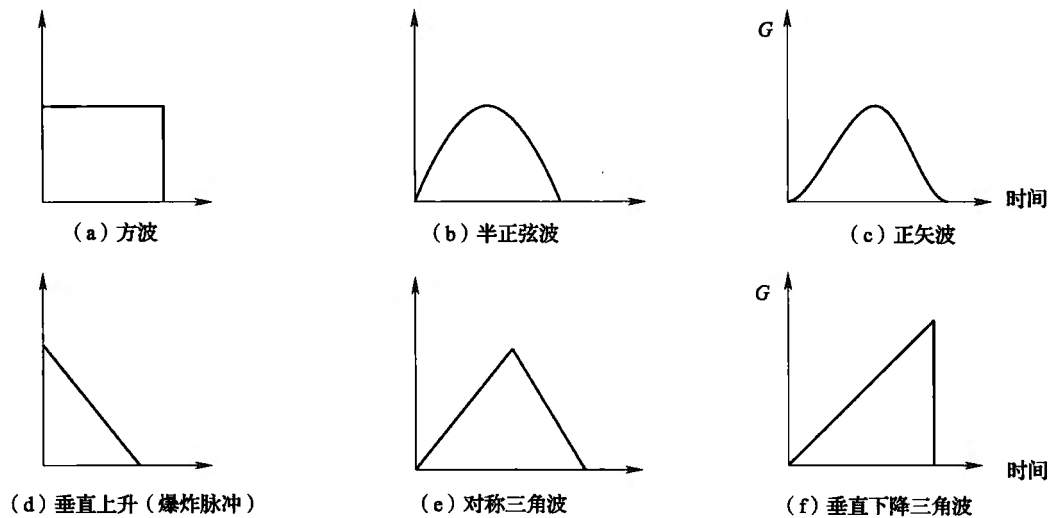


图 11-2 各类脉冲冲击

速度冲击涉及经受速度突然变化的系统，如下落的包装件，当其触到地面时，速度突然降为 0。这是一种常做的试验，称为跌落冲击。有时也采用斜面，包装件沿着斜面滑下时，速度增加，最后撞击在坚硬的壁上。另一类速度冲击使用一个重锤，猛烈撞击装有试

样的夹具。重锤把一个急速的速度传递给夹具和试样。(美国)海军普遍使用这种类型的速度冲击试验,来模拟爆炸对舰船和潜艇设备的影响。图 11-3 所示为美国海军使用的一种典型的小型冲击试验机,用于对重量小于 250lb 的设备进行试验。

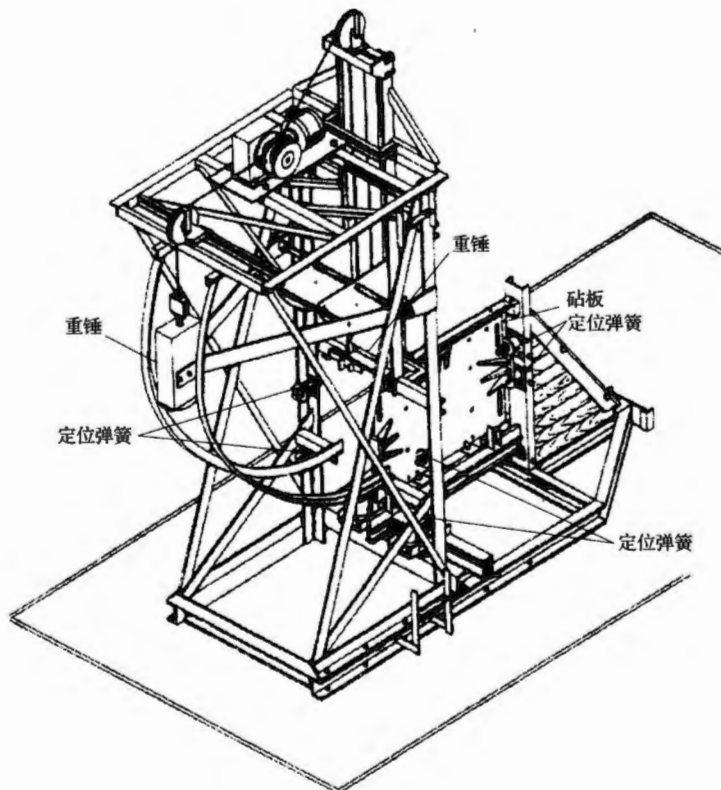


图 11-3 用于对重量小于 250lbf 的电子组件作冲击试验的、
重锤为 400lbf 的美国海军用的小型冲击试验机

冲击响应谱涉及的是结构响应冲击运动的方法,而不是描述冲击运动自身。这种响应谱是无数个单自由度系统对复杂的瞬变波形的峰值加速度响应的曲线。各个单自由度的质量,在其谐振频率用正弦振动输入激励时,一般规定传输率 Q 为 10。这种分析方法能较好地代表真实情况,但其数学关系比简单的冲击脉冲复杂得多。图 11-4 所示为如何使用峰值冲击响应加速度量值来确定冲击响应谱。

11.3 脉冲冲击

一般规定用脉冲冲击来试验电子设备,许多美国军用规范,如 MIL-E-5400、MIL-STD-810 和 MIL-T-5422 等规定了各种类型的冲击脉冲以及用这些脉冲进行试验的详细方法。

半正弦冲击脉冲几乎是各类商用、工业用或军用产品进行试验最常用的冲击脉冲,这是因为半正弦脉冲最容易产生、分析和评价,但这并不意味着半正弦冲击脉冲就准确地代表了真实环境中所经受的实际冲击。

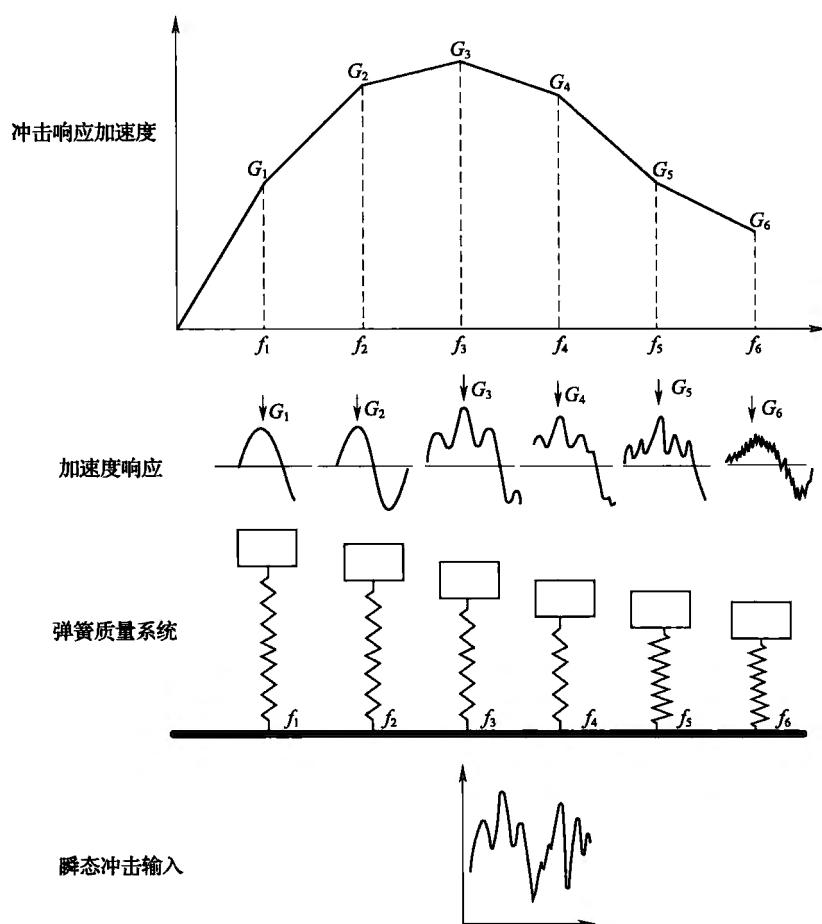


图 11-4 冲击响应谱曲线的制定 (图示为如何利用具有不同谐振频率的大量单自由度系统来描述瞬变波形的动态特性)

一般用碰撞机产生图 11-2 所示的冲击脉冲。这类机器中, 有一些具有坚固的试验台, 跌落在具有一定形状的铅块上; 有些具有压缩空气气缸, 用以在小高度跌落时急剧地增加速度; 还有一些使用柔性带或柔性板, 以产生强烈的回弹, 从而通过改变运动的方向几乎可以使速度增大为原来的 2 倍或减小为原来的 1/2。

用加速度计可以很方便地测量冲击脉冲, 所以可以很容易用加速度和时间来确定脉冲冲击。用这种方法, 冲击脉冲下的面积就代表了速度的变化, 而速度曲线下的面积则代表了位移。当用跌落试验产生冲击脉冲时, 必须评价回弹情况。回弹系数是可变的, 零回弹时其值为 1.0, 而全回弹时为 2.0。那么, 跌落试验的速度变化与回弹系数的关系为:

$$V = C \sqrt{2gH} \quad (11-1)$$

式中: V = 速度变化, ft/s;

C = 回弹系数 (1.0 ~ 2.0);

g = 重力加速度 (一般为 32.2 ft/s²);

H = 跌落高度, ft。

11.4 零回弹和全回弹半正弦冲击脉冲

能够利用零回弹和全回弹之间的任何状况产生用于跌落冲击的半正弦冲击脉冲。对于零回弹和全回弹，若加速度和时间相同，则冲击脉冲也将相同。再者，由于加速度曲线下的面积表示速度变化，所以速度变化也将相同。但是，由于全回弹存在速度方向的变化，所以速度曲线有差别。对于相同的跌落高度，零回弹和全回弹产生的位移也有差别。另外，对于零回弹和全回弹这两种情况，产生相同加速度量值所需的跌落高度有所不同。这些结论可用下述例题来说明。

例题：半正弦冲击脉冲跌落试验

一个电子箱的合格鉴定试验必须进行 $100G$ 、时间为 $0.020s$ 的半正弦波脉冲的冲击试验。求进行零回弹试验和全回弹试验所需的速度变化、动态位移和跌落高度。图 11-5 所示分别为零回弹、50% 回弹和全回弹时的加速度、速度和位移的变化。

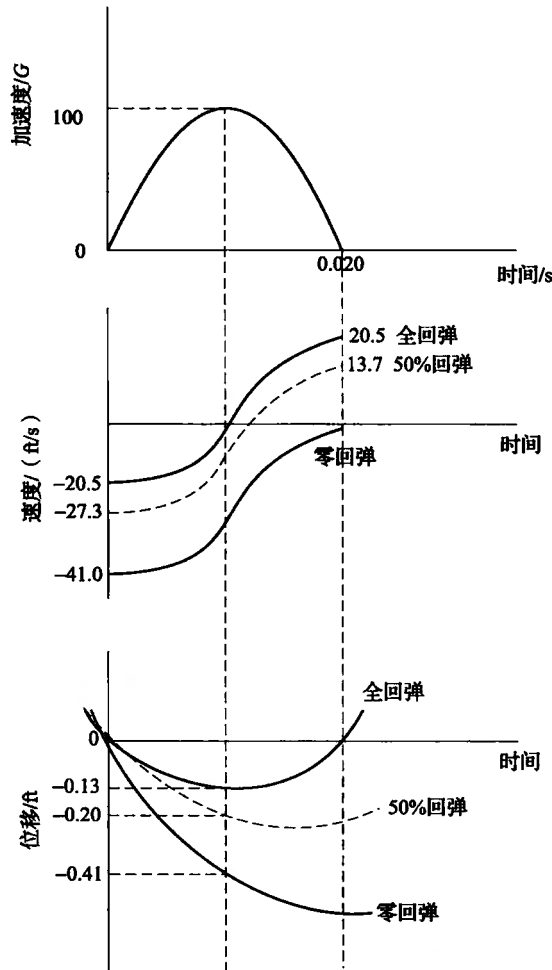


图 11-5 在 $100G$ 、 $0.020s$ 半正弦冲击脉冲下零回弹、50% 回弹和全回弹的加速度、速度与位移间的关系

解: ①零回弹

如图 11-6 所示, 用跌落试验机猛烈撞击一个铅块, 可产生零回弹情况。若电子

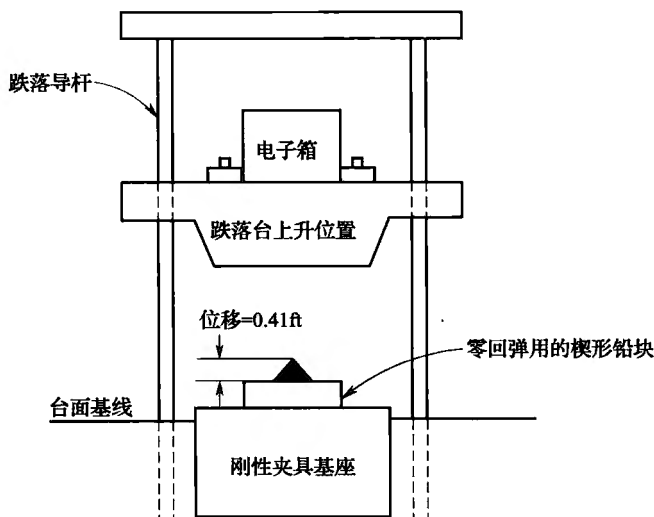


图 11-6 用于产生零回弹冲击的带有铅块的跌落冲击试验机

箱刚性地固紧在跌落试验台上, 则冲击脉冲将从刚性试验台传递到电子箱。那么, 加速度曲线下的面积即为速度变化。积分可求得面积为:

$$Y = a_0 \sin \frac{\pi x}{t} \text{ (冲击脉冲)} \quad (11-2)$$

$$\text{面积} = \int_{x=0}^{x=t} Y dx \quad (11-3)$$

其结果就是下述的速度变化:

$$\text{面积} = \Delta V = \frac{2a_0 t}{\pi} \quad (11-4)$$

式中: $a_0 = 100g = 100 \times (32.2 \text{ ft/s}^2) = 3220 \text{ ft/s}^2$ (最大加速度峰值);

$t = 0.020 \text{ s}$ = 脉冲持续时间。

于是

$$\Delta V = \frac{2 \times (3220 \text{ ft/s}^2) \times (0.020 \text{ s})}{\pi} = 41.0 \text{ ft/s} \quad (11-5)$$

速度曲线下的面积表示当铅块受到猛烈撞击时的位移。积分速度曲线下的面积, 即得到位移如下:

$$\text{面积} = Z = \frac{a_0 t^2}{\pi} = \frac{\Delta V t}{2} = \text{位移} \quad (11-6)$$

$$Z = \frac{(3220 \text{ ft/s}^2) \times (0.020 \text{ s})^2}{\pi} = 0.41 \text{ ft} \quad (11-7)$$

根据速度变化也可得到位移:

$$Z = \frac{(41 \text{ ft/s}) \times (0.020 \text{ s})}{2} = 0.41 \text{ ft} \quad (11-8)$$

自由跌落高度——零回弹。令式 (11-1) 等于式 (11-4)，可求出产生 100G 半正弦冲击脉冲所需的自由跌落高度。可得出下述三个表达式：

$$\begin{cases} \sqrt{2gH} = \frac{2a_0 t}{\pi} \\ H = \frac{2a_0^2 t^2}{g\pi^2} \\ H = \frac{\Delta V^2}{2g} \\ H = \frac{2t^2 G^2 g}{\pi^2} \end{cases} \quad (11-9)$$

用第一个关系式求跌落高度：

$$H = \frac{2 \times (3220 \text{ft/s}^2)^2 \times (0.020 \text{s})^2}{(32.2 \text{ft/s}^2) \pi^2} = 26.1 \text{ft} \quad (11-10)$$

用第二个关系式求跌落高度：

$$H = \frac{(41 \text{ft/s})^2}{2 \times (32.2 \text{ft/s}^2)} = 26.1 \text{ft} \quad (11-11)$$

用第三个关系式求跌落高度：

$$H = \frac{2 \times (0.020 \text{s})^2 \times (100G)^2 \times (32.2 \text{ft/s}^2)}{\pi^2} = 26.1 \text{ft} \quad (11-12)$$

②全回弹

如图 11-7 所示，用跌落试验台撞击弹簧而使其弹回到原起始点，可产生全回弹情况。

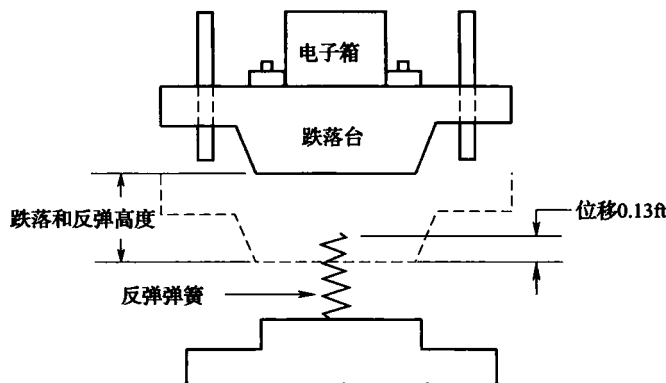


图 11-7 用弹簧产生全回弹冲击的跌落冲击试验机

全回弹的回弹系数为 2.0，但速度变化仍等于半正弦冲击脉冲下的面积，如式 (11-3) 和式 (11-4) 所示。其值如式 (11-5) 所示，等于 41.0ft/s。

速度曲线下的面积仍然表示了使跌落台弹回到其原来的起始位置弹簧的压缩量。积分速度曲线下的面积，得：

$$\text{面积} = Z = \frac{A_0 t^2}{\pi^2} = \frac{\Delta V t}{2\pi} = \text{位移} \quad (11-13)$$

现从式 (11-13) 可求出 100G、0.020s 的半正弦冲击脉冲使弹簧产生的压缩量：

$$Z = \frac{(3220\text{ft/s}^2) \times (0.020\text{s})^2}{\pi^2} = 0.13\text{ft} \quad (11-14)$$

由式 (11-13) 的第二个关系式也可求出弹簧的压缩量:

$$Z = (41.0\text{ft/s}) \times (0.020\text{s}) / 2\pi = 0.13\text{ft} \quad (11-15)$$

自由跌落高度——全回弹。当回弹系数为 2.0, 令式 (11-1) 等于式 (11-4), 可求出产生 100G 半正弦冲击脉冲所需的自由跌落高度。结果得出以下三式:

$$2\sqrt{2gH} = \frac{2A_0t}{\pi}$$

$$\begin{cases} H = \frac{a_0^2 t^2}{2\pi^2 g} \\ H = \frac{\Delta V^2}{8g} \\ H = \frac{t^2 G^2 g}{2\pi^2} \end{cases} \quad (11-16)$$

用第一个关系式:

$$H = \frac{(3220\text{ft/s}^2)^2 \times (0.020\text{s})^2}{2 \times (32.2\text{ft/s}^2) \pi^2} = 6.53\text{ft} \quad (11-17)$$

用第二个关系式:

$$H = \frac{(41.0\text{ft/s})^2}{8 \times (32.2\text{ft/s}^2)} = 6.53\text{ft} \quad (11-18)$$

用第三个关系式:

$$H = \frac{(0.020\text{s})^2 \times (100G)^2 \times (32.2\text{ft/s}^2)}{2\pi^2} = 6.53\text{ft} \quad (11-19)$$

求解全回弹的另一种方法如下。使跌落台返回到起始位置所需的弹簧动态位移, 也可根据半正弦冲击脉冲的加速度值 (单位 G) 和频率求出, 如下所示:

$$Z = \frac{9.8G}{f^2} (\text{见式}(2-30)) \quad (11-20)$$

式中: $G=100$;

$$f = \text{冲击脉冲的固有频率} = \frac{1}{2 \times (0.020\text{s})} = 25\text{Hz}。$$

因此

$$Z = \frac{(9.8) \times (100)}{(25)^2} = 1.568\text{in} = 0.13\text{ft} \quad (11-21)$$

11.5 电子结构对冲击脉冲的响应

常常使用各种类型的冲击脉冲激励电子组件, 以模拟运输环境、工作台操作情况以及导弹和航天飞机多级火箭分离的点火过程等。各种电子部件响应这些冲击的方式, 将决定其是否能够经受住这些环境的考验。

为方便起见,往往把电子箱中的各种结构元件表示成简单的质量和弹簧,这样做就能够快而经济地评价出近似的响应特性。这种类型的分析虽然能很快地得出结果,但却降低了准确性,因为不可能用几个质量和弹簧准确地表示复杂的结构。一般情况下,实际的电子系统可能会有许多个主谐振频率。简化分析的目的是试图模拟前几个主谐振,这几个主谐振一般会产生较大的损坏。当进行适当近似时,可在对准确度影响不大的同时,节省大量的时间和经费。

对插件式印制电路板(PCB),把它们近似地看作是单自由度系统(用单个质量、弹簧和阻尼器),可快速进行评价。许多不同类型 PCB 的试验数据表明,大多数的损坏都是由 PCB 的一次谐振频率产生的,所以这样的近似可得到较好的结果。动态位移、应力和加速度一般在这些情况下最大,因此必须知道单自由度系统是如何响应各类冲击脉冲的,以确定这些系统在冲击脉冲环境中是否会受到破坏。

11.6 简单系统对各种冲击脉冲的响应

简单的单自由度系统受到冲击脉冲激励时,系统能放大或衰减脉冲的幅值。系统响应特定脉冲的方式取决于下述比值:

$$R = \frac{\text{结构的固有频率}}{\text{冲击脉冲的固有频率}} \quad (11-22)$$

简单系统对半正弦冲击脉冲的响应如图 11-8 所示。可以看出,阻尼对冲击的放大因子 A 的影响不大。阻尼为 0 时,最大的冲击放大因子仅为 1.76。另外也可以看出,对于弱阻尼系统,冲击放大因子约为 $2R$,而 R 小于 0.5。冲击隔离区域在放大因子峰值的左边,在这一区域 R 小于 0.5,此处的冲击响应量值小于冲击输入量值。

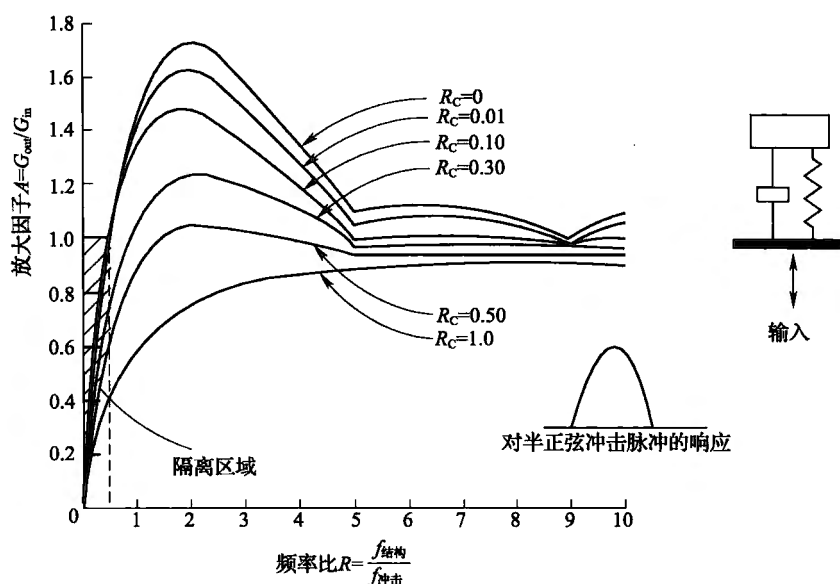


图 11-8 各种阻尼比的单自由度系统对半正弦冲击脉冲的响应

简单的单自由度系统对其他类型冲击脉冲的响应也很重要。图 11-9 所示为简单的零阻尼系统对方波的响应。图 11-10 所示为简单的零阻尼系统对后峰锯齿波冲击脉冲的响应。

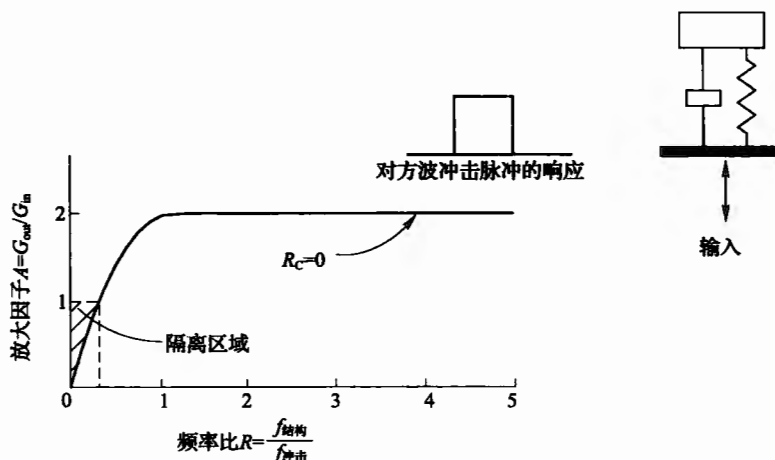


图 11-9 零阻尼单自由度系统对方波脉冲的响应

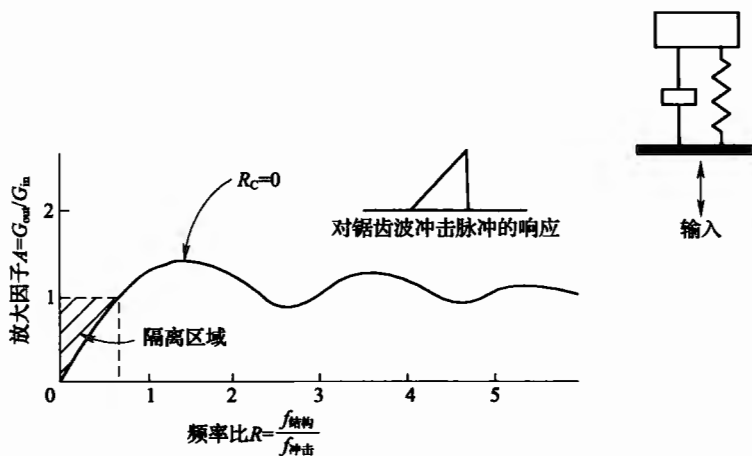


图 11-10 零阻尼单自由度系统对后峰锯齿波冲击脉冲的响应

能够产生其他类型的锯齿波的冲击脉冲，如对称脉冲、前峰锯齿波脉冲（有时也称为爆炸脉冲）等。这些脉冲的放大因子值略大于后峰锯齿波脉冲。

11.7 PCB 如何响应冲击脉冲

PCB 受到冲击脉冲激励时，最初向脉冲的同一方向发生弯曲，然后随着脉冲的减弱，PCB 在其自身谐振频率产生谐振，一般在其基频即最低谐振频率最为显著。对于必须工作在严酷的冲击环境的 PCB，必须格外认真地确定 PCB 之间的间距。必须提供足够的空间，

以考虑到各 PCB 累积的厚度公差 (tolerance)、元器件尺寸、PCB 背面元器件引线的凸起、位置公差, 以及相邻的 PCB 可能同时相对运动时的位移幅度等。重要的是要使动态位移小, 这样动态应力就低, 因而相邻 PCB 间相互碰撞的机会就少。

经验表明, 大的冲击加速度量值能使大而重的电子元器件的焊点脱落、引线断裂。大的元器件, 如变压器、DIP (双列直插式器件)、电容器和电机等, 必须安装牢固, 以免支撑结构和安装构件失效。当大的元器件安装在产生较大位移的 PCB 上时, 元器件和 PCB 之间的相对运动往往能产生较大的作用力和应力。图 11-11 所示为当 PCB 大的挠曲 (deflection) 较大时大的 DIP 的引线 and 焊点是如何受力的。当大的元器件安装在插入式 PCB 的中心位置时, 此处的曲率变化和加速度量值最大, 因而也最危险。

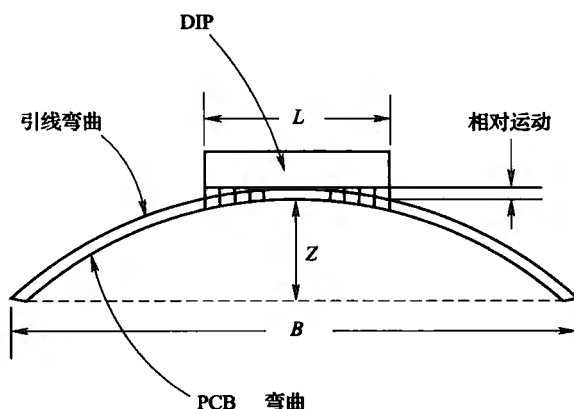


图 11-11 PCB 谐振时因元器件和 PCB 间的相对运动而在导线上产生应力

11.8 期望的 PCB 冲击谐振的确定

在复杂的尖端电子系统中, 大型的电子元器件, 如 DIP、变压器、混合电路、无引线陶瓷芯片载体以及 T 形栅阵列等的使用越来越多。同时, 振动和冲击环境正在变得更加严酷。使用大型元器件的最大问题之一是 PCB 产生的过大的挠曲, 它能引起引线和焊点很快发生故障, 因此必须减小 PCB 的挠曲来防止这些故障的发生。减小 PCB 挠曲的最容易的办法之一是提高 PCB 的谐振频率。然而, 如果 PCB 做得太坚硬, 又会引起较大的尺寸、重量和成本负担。通过确立 PCB 位移与元器件的几何形状以及位移与试验或工作环境的关系, 能够节约时间和经费。这里所用的方法是以前面用于建立正弦和随机振动环境中期望的 PCB 位移时所用的同一试验数据为基础的。

在本书第 8 章和第 9 章中已经指出, 为改善大型电子元器件的疲劳寿命, 可以利用试验经验建立期望的 PCB 位移关系式, 见式 (8-11) 和式 (9-53)。对冲击环境可以使用与此相同的方法。在特定的冲击环境中经受的应力变换少于数千次, 以及结构材料的延展性不低于 5% 时, 则疲劳不再是主要的问题, 应力集中效应急剧下降。有色金属, 如铝合金, 其疲劳因子一般情况下是极限抗拉强度的 1/3, 而孔和槽的应力集中一般约为 2.0。当这两项影响急剧下降时, 那么冲击环境的有效应力量值就能增大 3×2 即 6 倍。利用冲

击环境的这一修正因子,可以得到相邻 PCB 的位移值为:

$$Z = \frac{0.00132B}{Chr\sqrt{L}} (\text{期望的 PCB 位移}) \quad (11-23)$$

冲击环境的动态位移可由式 (2-30) 和图 11-8 所示的冲击放大因子 A 得到:

$$Z = \frac{9.8G_{in}A}{f_n^2} \quad (11-24)$$

冲击放大因子 A 的值一般为 $0.5 \sim 1.5$ 。

合并式 (11-23) 和式 (11-24), 可得到在冲击时为避免由于过大的 PCB 挠曲而导致元器件故障所期望的 PCB 谐振频率值:

$$f_d = \left(\frac{9.8G_{in}AChr\sqrt{L}}{0.00132B} \right)^{0.5} \quad (11-25)$$

式中: A = 冲击放大因子, 一般为 $0.5 \sim 1.5$;

G_{in} = 输入到 PCB 的峰值加速度, G ;

C = 对各类元器件为常数 (见式 (9-50));

B = 与元器件平行的 PCB 边的长度, in;

h = PCB 的厚度, in;

L = 电子元器件的长度, in;

r = 元器件在 PCB 上的相对位置因子 (见式 (9-50))。

例题: PCB 对半正弦冲击脉冲的响应

图 11-12 所示的插件式 PCB 必须能够通过 18 次 $100G$ 、 $0.008s$ 的半正弦冲击脉冲的鉴定试验。PCB 重 0.90lb , 在其中心附近安装了几个 40 针的 DIP, 引线钎焊, 求推荐的设计是否能在冲击环境中令人满意地工作。

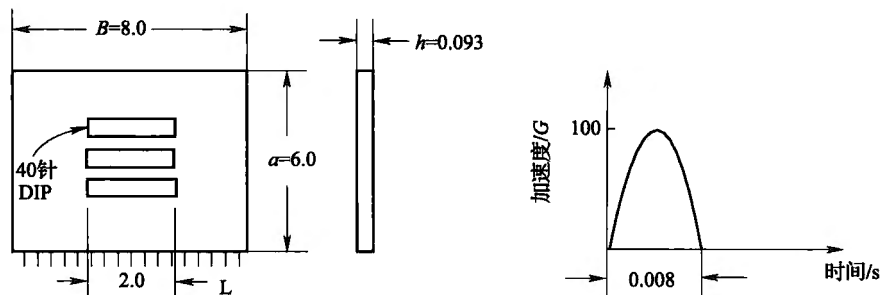


图 11-12 承受 $100G$ 半正弦冲击脉冲的插件式 PCB

解: ①预计的 PCB 谐振频率

首先应计算预计的 PCB 谐振频率。在动态环境下, 谐振频率往往能使我们得出可用于研制或生产可靠性设计的重要信息。当 PCB 四边固紧、载荷均布于表面时, 由式 (6-21) 可求出固有频率即谐振频率:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)$$

式中: $E = \begin{cases} 2 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2 & \text{纯环氧树脂玻璃纤维 PCB;} \\ 3 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2 & \text{具有多层全铜板的 PCB;} \end{cases}$

$h = 0.093 \text{ in}$ (PCB 的厚度);

μ (泊松比) $= \begin{cases} 0.12 & \text{纯环氧树脂玻璃纤维 PCB;} \\ 0.18 & \text{具有多层全铜板的 PCB;} \end{cases}$

$W = 0.9 \text{ lbf}$ (PCB 的重量);

$b = 8.0 \text{ in}$ (PCB 的长度);

$a = 6.0 \text{ in}$ (PCB 的宽度);

$g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度)。

对具有数层全铜板的 PCB, 由于增加了挠曲刚度, 则:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{3 \times 10^6 \times (0.093)^3}{12 \times [1 - (0.18)^2]} = 207.8 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$\rho = \frac{W}{gab} = \frac{0.9}{(386) \times (8.0) \times (6.0)} = 4.86 \times 10^{-5} \text{ lbf} \cdot \text{s}^2/\text{in}^3$$

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{207.8}{4.86 \times 10^{-5}}} \times \left(\frac{1}{8.0^2} + \frac{1}{6.0^2} \right) = 141 \text{ Hz} \quad (11-26)$$

②期望的 PCB 谐振频率

使 PCB 通过其鉴定试验所期望的谐振频率, 如式 (11-25) 所示。但其中还有一个参数未知, 即冲击放大因子 A , 它可由图 11-8 所示的 $R = (\text{结构的固有频率}) / (\text{脉冲的固有频率})$ 求得。取一级近似, 使用上面求得的 141Hz 的计算值, 求冲击放大因子 A 。如果期望的谐振频率与预计的 PCB 谐振频率差别很大, 可能必须再进行一次迭代, 修正冲击放大因子 A 的值, 将:

$G_{in} = 100G$ (输入的峰值加速度);

$f_n = 141 \text{ Hz}$ (结构频率, 初始假设值);

$f_p = \frac{1}{(2) \times (0.008)} = 62.5 \text{ Hz}$ (脉冲频率);

$R = \frac{141}{62.5} = 2.25$ (求 A 用的比值);

$A = 1.6$ (由图 11-8 得到的冲击放大因子);

$C = 1.26$ (对带有侧焊导线的 DIP 为常数);

$B = 8.0 \text{ in}$ (与元器件平行的 PCB 边的长度);

$r = 1.0$ (安装在 PCB 中心的元器件因子);

$h = 0.093 \text{ in}$ (PCB 的厚度);

$L = 2.0 \text{ in}$ (40 针 DIP 的长度)。

代入式 (11-25), 求得期望的 PCB 谐振频率为:

$$f_d = \left[\frac{(9.8) \times (100) \times (1.6) \times (1.26) \times (0.093) \times (\sqrt{2})}{(0.00132) \times (8.0)} \right]^{0.5} = 157 \text{ Hz} \quad (11-27)$$

用 PCB 谐振频率为 157Hz 复查冲击放大因子, 表明 $A = 1.6$ 仍是有效的。

式（11-26）得到的预计的 PCB 谐振频率为 141Hz，而式（11-27）得到的期望的 PCB 谐振频率为 157Hz，二者十分接近，不过这两个式子都是基于单自由度响应的近似。但是，为安全起见，PCB 谐振频率至少应提高到 157Hz。其办法有，稍微增加一点 PCB 的厚度，或者增加较硬的铜面面积以提高板子的刚度因子 D ，或者使用聚酰亚胺玻璃纤维，它的弹性模量比环氧树脂玻璃纤维高，这样的 PCB 刚性更大一些。如果 PCB 上有空间可用，也可以增加一些小的加强肋。另外也可以把大的元器件从 PCB 的中部移到有支撑的边缘部位，这样可减小 r 值，从而降低承受相同的冲击量值时所必需的期望的 PCB 谐振频率。

11.9 PCB 对其他冲击脉冲的响应

再研究一下加在 PCB 上的动态负载为图 11-13 所示的方波和三角波冲击脉冲的情况。除了冲击放大因子 A 之外，其他情况均完全相同。对于方波， A 按图 11-9 所示变化；对于三角波， A 按图 11-10 所示变化。由于 R 值仍为 2.25，所以方波的 A 值变为 2.0，而三角波的 A 值变为 1.0。把这些值代入式（11-25），求得期望的 PCB 谐振频率，对方波为 175Hz，对三角波为 111Hz。其结论就是，用方波进行 100G 的冲击试验，要求 PCB 具有 175Hz 的谐振频率，也就是说这样成功的可能性较大。如果用三角波脉冲进行同样的冲击试验，则 PCB 的谐振频率应为 111Hz，这样更合适一些。

许多结构都对应力很敏感，所以必须特别注意限制冲击环境引起的动态应力。

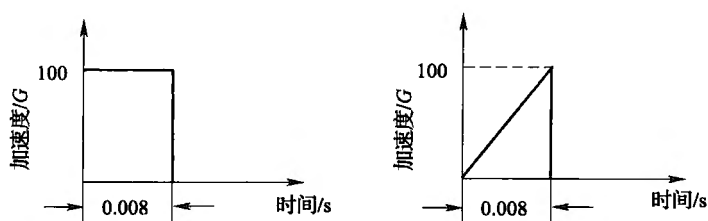


图 11-13 100G、0.008s 的方波和三角波冲击脉冲

例题：安装在悬臂梁上的变压器的冲击响应

一个小型变压器安装在一个铝合金的悬臂梁上，如图 11-14 所示。悬臂架装在一个容器内，该容器由低空飞行的直升机投放，容器降落在各种类型的沙土地上，产生不同的冲击脉冲。

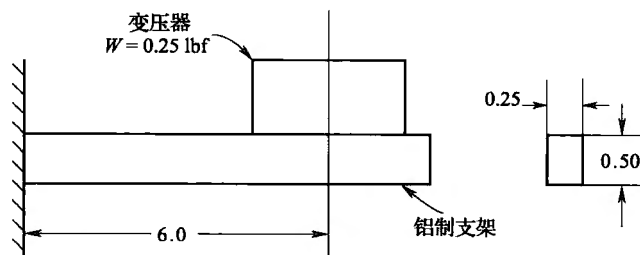


图 11-14 安装在铝合金悬臂梁上的变压器

在各种类型土地上的跌落试验表明,加速度量值预计有 $100G$,持续时间为 $0.011s$ 。各种沙石和土壤地面产生不同类型的冲击脉冲如图 11-15 所示。求悬臂梁设计是否满足要求。

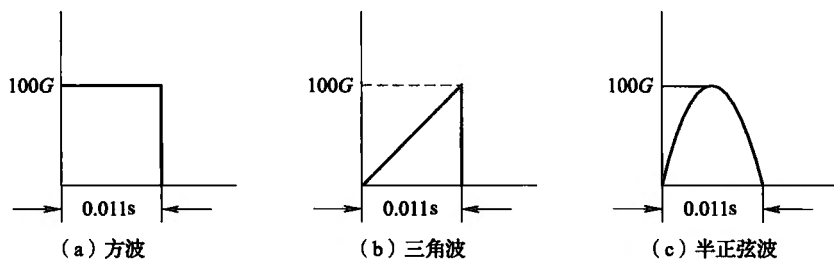


图 11-15 碰撞产生的 $100G$ 方波、三角波和半正弦波冲击脉冲

解: 第一步, 求悬臂梁的谐振(即固有)频率。若静态位移为 Y_{st} , 各种结构类型的谐振频率的简便关系式如式(2-10)所示, 即:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{Y_{st}}}$$

式中: $g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度);

W = 悬臂梁与变压器重量之和 = $(6) \times (0.5) \times (0.25) \times (0.1 \text{ lb/in}^3) + 0.25 = 0.325 \text{ lbf}$;

$E = 10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝合金的弹性模量);

$I = bh^3/12 = (0.25) \times (0.50)^3/12 = 0.00260 \text{ in}^4$ (惯性矩);

$L = 6.0 \text{ in}$ (悬臂梁长度)。

$$Y_{st} = \frac{WL^3}{3EI} = \frac{(0.325) \times (6.0)^3}{3 \times (10 \times 10^6) \times (0.0026)} = 9.0 \times 10^{-4} \text{ in};$$

因而

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{386}{9.0 \times 10^{-4}}} = 104 \text{ Hz} \quad (11-28)$$

脉冲的固有频率可从下式求出:

$$f_p = \frac{1}{2t} = \frac{1}{2 \times (0.011)} = 45.4 \text{ Hz} \quad (11-29)$$

为了求出各种冲击脉冲的冲击放大因子, 必须求出结构的固有频率与脉冲的固有频率之比:

$$R = \frac{f_n}{f_p} = \frac{104}{45.4} = 2.29 \quad (11-30)$$

对于零阻尼系统, 三种不同类型冲击脉冲的冲击放大因子, 可从图 11-8 ~ 图 11-10 求出。这些值稍微有些保守, 因为所有的实际系统都会有一些阻尼。

①方波冲击脉冲

作用在悬臂梁上的动态负载可由下式求出:

$$P_d = WG_{in} A \quad (11-31)$$

式中: $W = 0.325 \text{ lbf}$ (重量);

$G_{in} = 100G$ (输入的加速度);

$A = 2.0$ (见图 11-9, $R = 2.29$)。

于是

$$P_d = (0.325) \times (100) \times (2.0) = 65.01 \text{ lbf} \quad (11-32)$$

悬臂梁上的最大动态应力, 产生在支撑处, 这里的弯曲力矩最大。由于应力变换少于数千次, 所以应力是无应力集中因子的弯曲应力。悬臂支撑处的弯曲应力可由标准的弯曲关系式求出:

$$S_b = \frac{MC}{I} \quad (11-33)$$

式中: $L = 6.0 \text{ in}$ (梁的长度);

$M = P_d L = (65) \times (6) = 390 \text{ lbf} \cdot \text{in}$ (动态弯曲力矩);

$C = h/2 = 0.50/2 = 0.25 \text{ in}$ (质心距离);

$I = 0.0026 \text{ in}^4$ (惯性矩)。

于是

$$S_b = (390) \times (0.25) / 0.0026 = 37500 \text{ lbf/in}^2 \text{ (弯曲应力)} \quad (11-34)$$

安全系数 (SF)。对于用 6061-T6 铝合金制作的悬臂梁, 拉伸屈服强度 S_{ty} 为 33000 lbf/in^2 , 其安全系数为:

$$\text{SF} = \frac{S_{ty}}{S_b} = \frac{33000}{37500} = 0.88 \quad (11-35)$$

由于安全系数小于 1, 结构将产生永久变形, 所以设计不满足要求。要使系统能够通过所要求的加速度试验, 必须改变材料或结构设计。简单的办法是增加悬臂梁的厚度, 这样可提高谐振频率, 减小动态位移, 降低应力量值。

②三角波冲击脉冲

下面研究一下同一个悬臂梁承受图 11-15 所示的锯齿三角波冲击脉冲的情况。由于冲击脉冲的频率一样, 所以悬臂梁的谐振频率不变, 则式 (11-30) 的频率相比 $R = 2.29$ 也不变。但图 11-10 中的冲击放大倍数, 对于三角波脉冲为 1.0。由于动态应力与冲击放大倍数直接相关, 所以可以根据方波冲击脉冲, 用正比关系求悬臂梁的弯曲应力, 为:

$$S_b = (37500) \times \frac{A_{\text{锯齿脉冲}}}{A_{\text{方波脉冲}}} = (37500) \times \frac{1}{2} = 18750 \text{ lbf/in}^2 \quad (11-36)$$

安全系数为:

$$\text{SF} = \frac{S_{ty}}{S_b} = \frac{33000}{18750} = 1.75 \quad (11-37)$$

安全系数大于 1, 设计满足要求, 不会产生永久变形。

③半正弦波冲击脉冲

再看一下同一个悬臂梁承受图 11-15 所示的半正弦波冲击脉冲激励的情况。悬臂梁的谐振频率不变, 冲击脉冲频率不变, 所以式 (11-30) 的频率相比 $R = 2.29$ 也不变。图 11-8 的冲击放大倍数, 对于零阻尼约为 1.7。根据方波冲击脉冲, 用正比关系求悬臂梁

的弯曲应力为:

$$S_b = (37500) \times \frac{A_{\text{锯齿脉冲}}}{A_{\text{方波脉冲}}} = (37500) \times \frac{1.7}{2} = 31875 \text{ lbf/in}^2 \quad (11-38)$$

安全系数为:

$$SF = \frac{S_y}{S_b} = \frac{33000}{31875} = 1.03 \quad (11-39)$$

安全系数大于 1, 设计也是可以接受的。

有阻尼的半正弦波冲击脉冲。当在动态系统中发生阻尼时, 将消耗一些能量, 因而冲击放大因子下降。为进行结构工作, 而使用阻尼比 R_c , 它描述了阻尼与临界阻尼的关系:

$$R_c = \frac{C}{C_c} = \frac{1}{2Q} \quad (11-40)$$

已知传输率 Q 时, 可求得阻尼比。例如, 假设 Q 值为 5.0, 则

$$R_c = \frac{1}{(2) \times (5.0)} = 0.10 (\text{无量纲}) \quad (11-41)$$

它表示阻尼值为 10%。现在可根据图 11-8 求出冲击放大因子 A 。当频率比为 2.29、阻尼比为 0.10 时, 放大因子约为 1.4。现可求出新的动态负载和弯曲应力:

$$P_d = (0.325) \times (100) \times (1.4) = 45.5 \text{ lbf} \quad (11-42)$$

$$S_b = (45.5) \times (6.0) \times (0.25) / 0.0026 = 26256 \text{ lbf/in}^2 \quad (11-43)$$

$$SF = 33000 / 26250 = 1.26 \quad (11-44)$$

有阻尼系统的安全系数略大于无阻尼系统的安全系数。

11.10 等效冲击脉冲

当发运电子设备时, 运货的包装容器通常都装有泡沫材料或减振材料, 以保护电子设备免受振动和冲击。必须认真地选择包装材料, 以保证真正能起到保护作用, 而不损害设备。这样, 就可以把电子设备看作是聚集在一起的一块质量, 而泡沫材料则可看作弹簧。因而就能够得到运输环境中的谐振状况。如果电子设备内的内部谐振 (如电路板) 接近于泡沫材料产生的谐振, 则电子设备得不到保护。换言之, 电子设备可能会受到运输环境的破坏。

例题: 电子组件的运输箱

设计一个运输箱, 使其保护 10lbf 重的电子箱能承受 5ft 高度的自由落体跌落。推荐使用的材料具有线性无阻尼弹簧刚度为 3300lbf/in, 并留有足以产生 0.75in 摆动的空间。根据电子组件的一些可以利用的试验数据, 其内部的 PCB 之一具有 120Hz 的谐振频率, 传输率 Q 为 15, 能够承受输入为 200G、0.025s 的半正弦波冲击脉冲。求推荐的设计是否满足要求。推荐的系统如图 11-16 所示。

解: 把缓冲材料看作是一个弹簧, 电子组件为一块质量, 可求出电子箱从 5ft 高度跌落时最大的加速度量值:

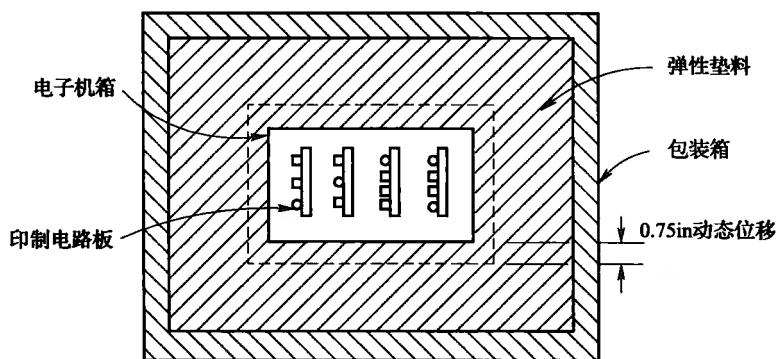


图 11-16 包装在运输容器中的电子组件

$$G_{\max} = \sqrt{\frac{2HK}{W}} \quad (11-45)$$

式中: $H = 5 \times 12 = 60\text{in}$ (跌落高度);

$K = 3300\text{lbf/in}$ (缓冲材料的弹簧刚度);

$W = 10\text{lbf}$ (电子箱的重力)。

于是

$$G_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times (60) \times (3300)}{10}} = 199 \text{ (在电子箱上)} \quad (11-46)$$

此时, 电子组件的响应则成为对装在电子组件内的 PCB 的输入加速度, 同时要正确考虑任何放大因子或衰减影响。

缓冲材料由于受到冲击作用而产生的最大动态挠曲 Y 为:

$$Y = \frac{2H}{G_{\max}} \quad (11-47)$$

式中: $H = 60\text{in}$ (跌落高度);

$G_{\max} = 199$ (跌落加速度)。

于是

$$Y = \frac{2 \times (60)}{199} = 0.60\text{in} \quad (11-48)$$

乍看起来, 该设计很好。加速度量值 $199G$ 低于 $200G$ 的冲击脉冲值。动态位移 0.60in 也小于允许的最大位移值 0.75in 。但上述解答存在的问题是, 没有考虑到任何可能的冲击放大因子。进一步的分析表明, 所研究的输入加速度量值并不是响应的加速度量值。当使用了冲击响应条件, 并在评价 PCB 时包括了冲击放大因子时, 则评价的结果就完全不同了。

原来的试验数据表明, PCB 或许能够承受住 $200G$ 、 0.025s 半正弦冲击脉冲的输入冲击值。PCB 的响应必须根据这一数据求出。但是, 先要根据上述的数据求出脉冲的等效固有频率为:

$$f_p = \frac{1}{2t} = \frac{1}{2 \times (0.025)} = 20\text{Hz} \quad (11-49)$$

然后, 根据式 (11-22) 求出结构的固有频率对脉冲的固有频率的比值 R :

$$R = \frac{f_n}{f_p} = \frac{120}{20} = 6.0 \quad (11-50)$$

在现在的求解中,为提高准确度,应考虑到阻尼。根据式(11-40),由传输率 Q 求得阻尼比为:

$$R_c = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{2 \times (15)} = 0.0333 \quad (11-51)$$

从图 11-8 可以看出,当 $R=6.0$ 时,冲击放大因子约为 1.10,即 $A=1.10$ 。这就意味着,冲击试验数据为输入 200G 时,PCB 放大了该输入值,因而 PCB 实际承受的加速度量值为:

$$G_{\text{PCB}} = AG_{\text{in}} = (1.10) \times (200) = 220 \quad (11-52)$$

因此,PCB 实际能承受的加速度值是 220G,而不是上述的 200G。

下面求 5ft 高度跌落试验时传递给 PCB 的加速度量值。此时,需要重新算一下结构的固有频率对脉冲的固有频率之比 R 。结构的固有频率仍然是 PCB 的,为 120Hz;但脉冲的固有频率则为装在缓冲材料上的电子箱的固有频率。缓冲材料本身是一个单自由度系统,其固有频率为:

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Kg}{W}} \quad (\text{见式}(2-7))$$

式中: $K=3300\text{lb/in}$ (缓冲材料的弹簧刚度);

$g=386\text{in/s}^2$ (重力加速度);

$W=10\text{lb}$ (电子箱的重量)。

于是

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(3300) \times (386)}{10}} = 56.8\text{Hz} \quad (11-53)$$

代入式(11-22):

$$R = \frac{f_n}{f_p} = \frac{120}{56.8} = 2.1 \quad (11-54)$$

由式(11-51)得出的阻尼比 R_c 值 0.0333 和上式中的频率比 2.1,从图 11-8 可得出冲击放大因子值为:

$$A = 1.5 \quad (11-55)$$

这就意味着,从 5ft 高度跌落产生的 199G 冲击,经缓冲材料放大,使在电子组件内的 PCB 承受的加速度值为:

$$G_{\text{out}} = AG_{\text{in}} = (1.5) \times (199) = 298.5 \quad (11-56)$$

由式(11-52)可求出安全系数:

$$SF = G_{\text{PCB}}/G_{\text{out}} = 220/298.5 = 0.737 \quad (11-57)$$

由于安全系数小于 1,设计不可接受,必须进行修改。

PCB 仅能承受 220G 的冲击值。但是,包装箱材料的耦合作用,迫使 PCB 要响应高得多的 298.5G 的加速度值。因此,理想的办法是改变缓冲材料的特性,减小在 PCB 上产生的加速度值。

利用式(11-45),不断地降低 K 值,使得放大因子 A 与输入 G 的乘积为 220 或更低:

$$G_{\text{PCB}} = G_{\text{in}} A = 220 \quad (11-58)$$

当缓冲材料的弹簧刚度为 2000lb/in 时, 包装箱的固有频率即等效冲击脉冲频率变为:

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(2000) \times (386)}{10}} = 44.2 \text{ Hz} \quad (11-59)$$

$$R = \frac{f_n}{f_p} = \frac{120}{44.2} = 2.7 \quad (11-60)$$

由图 11-8, 当阻尼比为 0.0333 时, 冲击放大因子为:

$$A = 1.40 \quad (11-61)$$

由式 (11-45) 可再次求得从 5ft 高度跌落时, 由电子箱产生的加速度值为:

$$G_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 \times (60) \times (2000)}{10}} = 155 \quad (11-62)$$

该冲击受到 PCB 的放大, 所以 PCB 的加速度量值为:

$$G_{\text{PCB}} = G_{\text{max}} A = (155) \times (1.4) = 217 \quad (11-63)$$

由式 (11-47) 可得缓冲材料承受的动态变形为:

$$Y = \frac{2 \times (60)}{155} = 0.77 \text{ in} \quad (11-64)$$

由下述关系式也可以得到:

$$Y = \frac{9.8G}{f^2} (\text{见式}(2-30))$$

式中: $G=155$ (从 5ft 高度跌落时电子箱的输入加速度值);

$f=44.2 \text{ Hz}$ (缓冲材料的频率, 见式 (11-59))。

于是

$$Y = \frac{9.8 \times (155)}{(44.2)^2} = 0.77 \text{ in} \quad (11-65)$$

因此, 要把 PCB 承受的加速度值限制到 $220G$, 就必须把包装箱承受的冲击值限制到 $155G$ 。把缓冲材料的弹簧刚度降低到 2000lb/in, 从而使包装箱的固有频率为 44.2Hz, 就可以达到这一要求。该频率即为传递到 PCB 的等效冲击脉冲, 而 PCB 接着又把该冲击脉冲放大到更大的量值。

所产生的 0.77in 的动态变形, 超过了原来所允许的 0.75in 的值, 所以还必须对设计做一些小的调整, 以允许较大的摆动幅度。

11.11 低频率比 R 值

由图 11-8 可以看出, 对于半正弦冲击波, 当频率比 (frequency ratio) 小于 0.5 时, 将产生冲击隔离。在这个区域, 冲击响应低于输入的冲击加速度。在此区域还有可能用下式比较好地求得冲击放大因子的近似值:

$$A = 2R \quad (11-66)$$

例题: 低频率比 R 的冲击放大因子

在导弹多级分离期间, 要求 PCB 能够承受气流冲击过程, 此时的加速度可达 $10000G$ 、

频率为 10000Hz。设 PCB 的谐振频率为 140Hz，求 PCB 所受的冲击值和位移值。

解：首先，用式 (11-22) 求频率比：

$$R = \frac{f_n}{f_p} = \frac{140}{10000} = 0.0140 \quad (11-67)$$

代入式 (11-66)：

$$A = 2 \times (0.0140) = 0.0280$$

施加在 PCB 上的冲击加速度值变为：

$$G_{\text{PCB}} = G_{\text{in}} A = (10000) \times (0.0280) = 280 \quad (11-68)$$

由式 (2-30) 可求出 PCB 产生的动态位移为：

$$Y = \frac{9.8 \times (280)}{(140)^2} = 0.140\text{in} \quad (11-69)$$

该位移比较大，但是如果 PCB 大于 8in，厚度为 0.090in，而电子元器件小于 1.5in，安装位置偏离 PCB 的中心，则可控制位移。有时也可以在毗邻的 PCB 的中部加一些缓冲器，当缓冲器彼此相碰时可限制动态位移。利用这一技术一般能降低最大的位移，提高 PCB 在严酷的冲击和振动环境中的可靠性。有关 PCB 可允许的位移的更详细的情况见式 (11-23)。

11.12 冲击隔离器

冲击隔离器一般用来保护承受大加速度量值的灵敏的电子设备，使其免受损害。由于冲击环境往往难以确定，所以实现这一点并不总是很容易的。如果不能正确地确定冲击，则可能发生冲击放大，而不是冲击隔离，设备就会受到损坏而不是受到保护。

电子设备的隔离器往往必须对设备同时进行振动和冲击保护。但从图 11-17 的示例可以看出，振动隔离区域在放大峰值的右边，而冲击隔离区域在放大峰值的左边，这表明振动隔离和冲击隔离产生在频谱相对的两端。它意味着，好的振动隔离器往往是差的冲击隔离器，反之亦然。对必须在这两种环境中工作的隔离系统，则必须就这两种环境进行评估，以确保适当的性能。

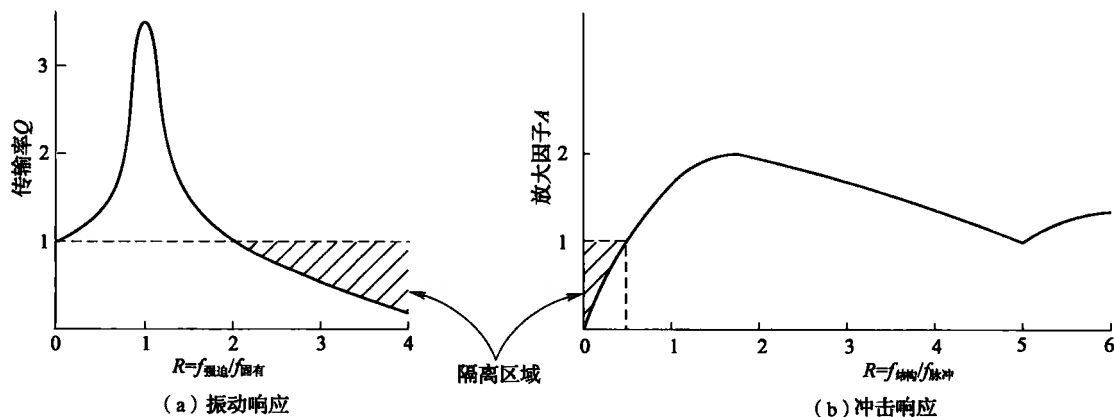


图 11-17 表示出振动和冲击隔离区域的动态响应曲线

若冲击隔离器必须同时起到振动隔离器的作用的话,则必须要通过正弦谐振保持试验。保持频率和位移幅值都比较高的话,则在隔离器内部会聚集过多的热量,若不能迅速地把这些热量散发掉,就会损坏隔离器。散热的办法有传导、对流和辐射。如果使用的是金属隔离器,往往能够在隔离器到安装结构间建立良好的传导通路,安装结构起到散热器的作用把热量带走。由于金属一般都有良好的热传导率,所以金属隔离器内的温升较低。但对于橡胶隔离器来说,其热传导率非常低,所以能传导到安装结构去的热量非常少,因而一般采用对流和辐射的方法,把隔离器的热量散发到周围的环境中去,由于橡胶温度太高而使得橡胶与隔离器金属支架之间的黏结裂开或导致橡胶本身破裂之前,必须把热量散发掉。隔离器中使用的橡胶越多,则在短时间内用于吸收热量的质量就越多。但是,大的隔离器具有较大的面积,可以通过对流和辐射更好地散发热量,所以这样的隔离器工作时的温度较低,具有较好的疲劳寿命。

在正弦振动谐振保持期间产生的热量的近似表达式为:

$$H = 0.036 W Y_{sa}^2 Q f^3 \quad (11-70)$$

式中: H = 产生的热量, W ($1W = 3.413 \text{ Btu}^{①}/h$);

Y_{sa} = 单振幅输入位移, in;

Q = 隔离器在振动频率处的传输率;

W = 隔离器重力, lbf;

f = 振动频率, Hz。

例题: 隔离器中产生的热量

一隔离器必须通过单振幅输入位移为 0.040 in 、谐振频率为 30 Hz 、传输率 Q 为 4 的合格鉴定试验, 求隔离器产生的热量。每个隔离器重 0.18 lbf 。

解:

$$H = (0.036) \times (0.18) \times (0.04)^2 \times (4.0) \times (30)^3 = 1.12 W \quad (11-71)$$

虽然产生的热量相当小,但它也能产生明显的温升。当使用橡胶隔离器时,由于其热传导率较低,所以传导散发的热量可能很少,这取决于隔离系统的设计。若隔离器的表面积为 3.0 in^2 , 根据对流和辐射的热流量关系,可得到温升的近似值:

$$\Delta T = \frac{Q}{hA} (\text{相对于环境的温升}) \quad (11-72)$$

式中: $Q = (1.12 W) \times [3.413 (\text{Btu}/h) / W] = 3.82 \text{ Btu}/h$;

$h = 2.5 \text{ Btu}/(h \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})$ (综合对流和辐射因素);

$A = 3.0 \text{ in}^2 = 0.02083 \text{ ft}^2$;

于是

$$\Delta T = \frac{3.82}{(2.5) \times (0.02083)} = 73.3 ^\circ\text{F} \quad (11-73)$$

若环境温度为 $131 ^\circ\text{F}$ ($55 ^\circ\text{C}$), 则隔离器的表面温度为 $131 + 73.3 = 204.3 ^\circ\text{F}$, 此时不会出现什么问题。若环境温度为 $160 ^\circ\text{F}$ ($71 ^\circ\text{C}$), 则隔离器的表面温度为 $160 + 73.3 = 233.3 ^\circ\text{F}$, 如果振动持续时间达 1 h 或更长, 就可能要出问题了。所以, 这类试验有时每 30 min 做一次,

① 1 Btu (英制热单位) $= 1.05506 \text{ kJ}$ 。——译者注

中间停 10min, 以使隔离器冷却下来。

11.13 冲击隔离器使用须知

重要的是要知道何时和怎样使用冲击隔离器。说到底, 隔离器的目的是隔离系统, 降低传递到某些敏感元件的冲击幅值, 防止产生故障。如果冲击量值被放大了, 则设备有可能受到增大了的加速度量值的破坏, 这种情况是必须避免的。

在选择冲击隔离器之前, 首先必须要知道关键元器件的脆性量值, 以及关键项目的谐振频率或频率。如果脆性值未知, 则引起破坏所需的加速度量值也未知。如果一关键项目(或几个项目)的谐振频率未知, 则结构的固有频率对冲击输入的固有频率之比也未知, 从而冲击放大率也无法确定。如果冲击未定, 或者说如果不知道冲击的特性, 则必须进行试验来确定这些特性, 否则出现故障的概率可能会很高。

在隔离系统中, 允许摆动的空间总是很关键的。在设备的周围必须要留有足够的空隙, 以保证不撞击隔板, 或者不撞击其他的机箱或壳体。隔离器安装架本身也必须有适当的空间, 使隔离器不至于接触到底部, 而使加速度量值产生剧烈的增大。由下式可检查这种影响:

$$G = \frac{f^2 Y}{9.8} \text{ (见式(2-30))}$$

上式表明, 加速度量值与频率的平方有关。由于谐振频率与刚性有关, 当突然停止或底部接触时, 刚性急剧增大。所以, 如果系统突然停住了, 或者在冲击过程中系统接触底部了, 则 f^2 因子能产生非常大的加速度量值。

例题: 选择一组冲击隔离器

如图 11-18 所示的 PCB, 其谐振频率为 180Hz, 它必须安装在产生严酷冲击和振动的发动机结构上。作为合格鉴定大纲的一部分, 该 PCB 必须通过量值为 10G 的正弦振动试验和 50G、0.005s 的半正弦波脉冲的冲击。选择一组隔离器, 使该系统能通过上述环境试验。

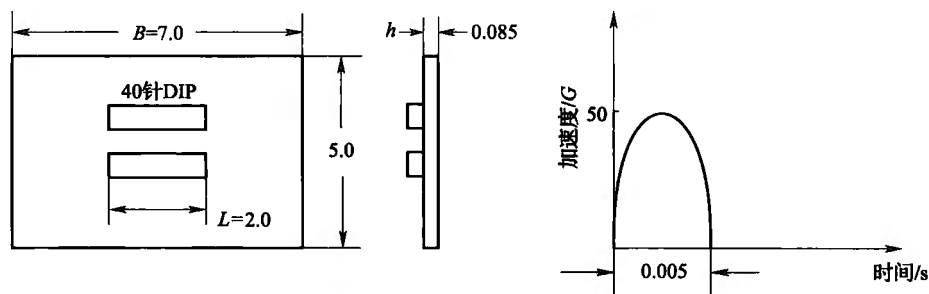


图 11-18 承受严酷的振动和冲击的插件式 PCB

解:

①系统无隔离器的计算

首先研究一下该系统, 确定是否真的需要隔离器。先看一下正弦振动, 由下式可求出无隔离器时 PCB 中心预计的挠曲位移:

$$Z_e = \frac{9.8 G_{in} Q}{f_n^2} \text{ (见式(2-30))}$$

式中: $G_{in} = 10$ (正弦振动峰值输入);

$$Q = \sqrt{f_n} = \sqrt{180} = 13.4 \text{ (PCB 的近似传输率);}$$

$$f_n = 180\text{Hz (PCB 的谐振频率)}。$$

于是

$$Z_e = \frac{9.8 \times (10) \times (13.4)}{(180)^2} = 0.0406\text{in (PCB 的预计(expected) 值) (11-74)}$$

为防止 40 针 DIP 的元器件导线不出故障所允许的 PCB 最大挠曲位移, 可由式 (7-11) 求出, 式中:

$$B = 7.0\text{in (PCB 平行于元器件边的长度);}$$

$$C = r = 1.0\text{in (位于 PCB 中心的标准的 DIP);}$$

$$h = 0.085\text{in (PCB 厚度);}$$

$$L = 2.0\text{in (40 针 DIP 的长度)}。$$

于是, 由式 (7-11), 有:

$$Z_a = \frac{0.00022B}{Chr\sqrt{L}} = \frac{0.00022 \times (7.0)}{(0.085) \times (\sqrt{2})} = 0.0128\text{in (PCB 允许的最大值) (11-75)}$$

由于预计的位移 0.0406in 远大于允许的位移 0.0128in, PCB 的设计对正弦振动环境是不可接受的。由于 PCB 的挠曲位移过大, 存在较高的故障概率, 所以建议采用振动隔离系统。

②系统有隔离器的计算

必须选择一组可在振动和冲击两种环境中工作的隔离器。可以先假设隔离器的谐振频率, 然后对两种环境进行估算, 通过试算和修正来实现。如果选择欠佳, 再进行另外的选择, 不断地重复这一过程, 直到获得可接受的系统。

首先, 假设一组隔离器, 其谐振频率为 10Hz, 它对 180Hz 的 PCB 提供了良好的振动隔离。必须求这些隔离器在冲击环境的动态位移, 式中:

$$G_{in} = 50 \text{ (冲击输入加速度);}$$

$$f_n = 10\text{Hz (隔离器谐振频率);}$$

$$f_p = \frac{1}{2 \times (0.005)} = 100\text{Hz (脉冲频率);}$$

$$R = \frac{\text{隔离器频率}}{\text{脉冲频率}} = \frac{10}{100} = 0.10 \text{ (频率比);}$$

$$A = 2R = (2) \times (0.10) = 0.20 \text{ (放大因子, 见式 (11-66))}。$$

代入式 (11-24), 求冲击位移:

$$Z = \frac{9.8 \times (50) \times (0.20)}{(10)^2} = 0.98\text{in} \quad (11-76)$$

这一动态单幅位移对这一组小的隔离器来说太大了, 所以该设计不可行。在该项应用中, 隔离器的合理摆动幅值最大为 0.3~0.4in, 因此要求隔离器的谐振频率要高一些。下面假设一组隔离器的谐振频率为 30Hz。先计算一下冲击位移, 有:

$$f_n = 30\text{Hz (隔离器谐振频率);}$$

$$R = 30/100 = 0.30 \text{ (频率比);}$$

$$A = 2R = (2) \times (0.30) = 0.60 \text{ (冲击放大因子)}。$$

于是

$$Z = \frac{9.8 \times (50) \times (0.60)}{(30)^2} = 0.33\text{in} \quad (11-77)$$

该冲击位移值是可以接受的。下一步必须求出 30Hz 隔离器的振动位移幅值, 以确保低于式 (11-75) 所计算的 0.0128in。首先计算振动传输率, 如下:

$$Q = \frac{1}{1 - (f_i/f_n)^2} \quad (\text{见式}(2-49))$$

式中: $f_i = 180\text{Hz}$ (正弦振动强迫频率);

$f_n = 30\text{Hz}$ (隔离器的固有频率)。

于是

$$Q = \frac{1}{1 - (180/30)^2} = -0.0286 \quad (11-78)$$

负号可以不用考虑, 它仅表示响应与输入反相。

PCB 无隔离器时预计的挠曲位移如式 (11-74) 所示, 为 0.0406in, 远大于式 (11-75) 给出的最大可接受位移值 0.0128in, 所以设计不可行。PCB 有隔离器时的挠曲位移, 可根据振动环境的传输率求出, 为:

$$Z_i = Z_e Q \quad (11-79)$$

$$Z_i = (0.0406) \times (0.0286) = 0.0012\text{in} \quad (\text{有隔离器的 PCB}) \quad (11-80)$$

由于该值远小于式 (11-75) 计算的最大可允许值 0.0128in, 所以这一设计是可行的。经过隔离的 PCB 的特性如图 11-19 所示。

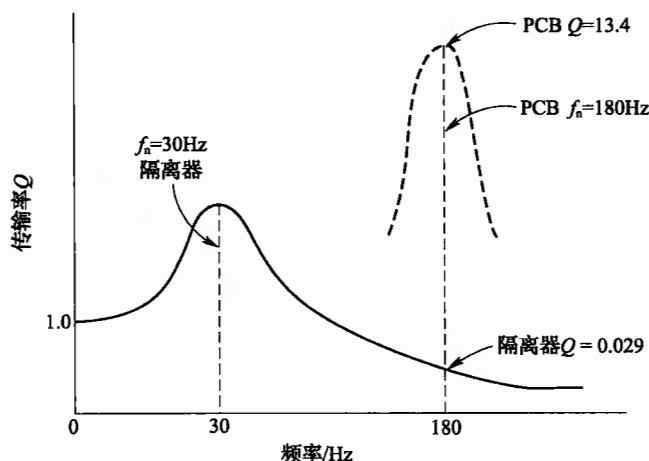


图 11-19 插件式 PCB 有和无隔离器时的响应

11.14 弱阻尼系统的减幅振荡效应

减幅振荡效应, 是指弱阻尼系统受到了某一瞬变冲击的激励, 在冲击输入消失之后, 系统仍继续振荡很长时间。由于阻尼很弱, 只有很少的能量转换成热量, 所以振荡能延续很长的时间。这种情况在陈旧和磨损的隔离器中十分普遍, 这是因为阻尼已经降低了的原因。电子箱中使用了这类隔离器时, 这种弱阻尼系统将使电子箱在其谐振频率处振荡很长

的时间。当电子箱中装有 PCB 时，若这些 PCB 的谐振频率又与装在隔离器上的电子箱的谐振频率相近的话，则 PCB 便响应并进一步放大输入的加速度，所产生的较高的加速度量值将损坏安装在 PCB 上的敏感电子元器件。这种情况类似于 PCB 安装在振动台上在其谐振频率处进行激励的情况。阻尼很小时，传输率大，所以动态位移也大。这些情况只有在具有两个或多个自由度的弱阻尼系统中发生。

单自由度系统，若阻尼为 0，就不会出现冲击放大因子大于 2 的情况。在方波冲击脉冲时产生最大的响应。而弱阻尼二自由度系统的冲击放大因子，根据频率和阻尼的情况，可达 10、20、30，甚至更大。由于在陈旧磨损的隔离器中能够产生冲击振荡效应，而振动和冲击隔离特性往往也随着年代久远发生变化，所以许多公司都规定，在某些应用中不采用隔离系统。取而代之，产品规范可以要求使用硬安装的电子系统，因为在其使用寿命内，不会发生明显的动态变化。硬安装的系统一般比振动隔离系统要重一些，也贵一些。但硬安装系统通常占的空间要小一些，这是因为去掉了隔离器，可以减少尺寸和摆动幅度。

11.15 二自由度系统如何响应冲击

人们常把电子箱建模成一个二自由度系统，以确定内部模块和 PCB 的耦合特性。把外部机箱或机箱结构看作是第二自由度，因为这一外部结构首先接受外部的能量。然后，负荷路径进入到第二部分，如模块和 PCB，把这些部分看作是第二自由度，这第二部分都是直接固紧在外部机箱结构上的。PCB 总是比电子箱小得多，所以一般把它们表示成较小的质量。图 11-20 所示为将机箱和 PCB 表示成二自由度系统的典型示意图。

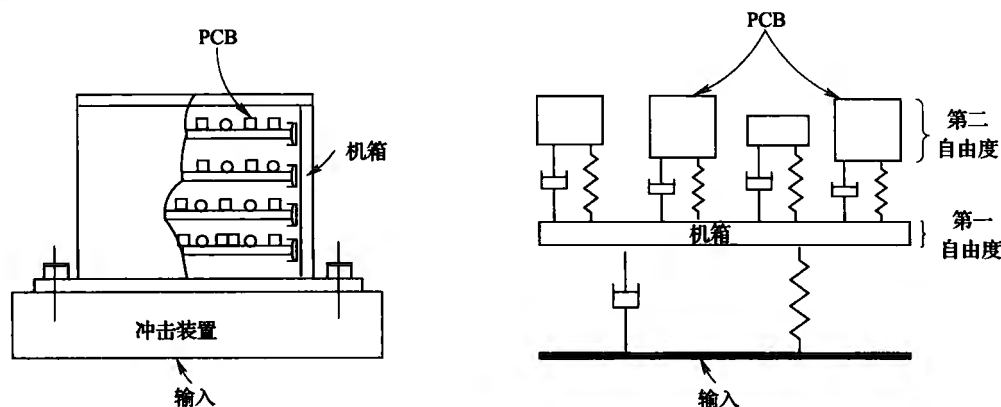


图 11-20 机箱和 PCB 表示成二自由度系统的典型示意图

当一个弱阻尼的机箱支持着弱阻尼的 PCB 时，极为重要的是要分离机箱和各 PCB 的谐振频率。若它们的谐振频率不能相隔开一个或几个倍频程（二倍倍频）的话，则机箱和 PCB 之间的动态耦合就会很严重。在许多情况下，机箱将放大冲击输入，并把它传递到 PCB 上。而 PCB 可能进一步放大它们所接收的冲击，结果使 PCB 产生很大的加速度、位移和应力，导致在元器件或其焊点和引线中产生故障。

弱阻尼的二自由度系统的冲击响应如图 11-21 所示。在这种系统中，质量 2（PCB）小于质量 1（机箱或电子箱）。中等阻尼的二自由度系统的冲击响应如图 11-22 所示。

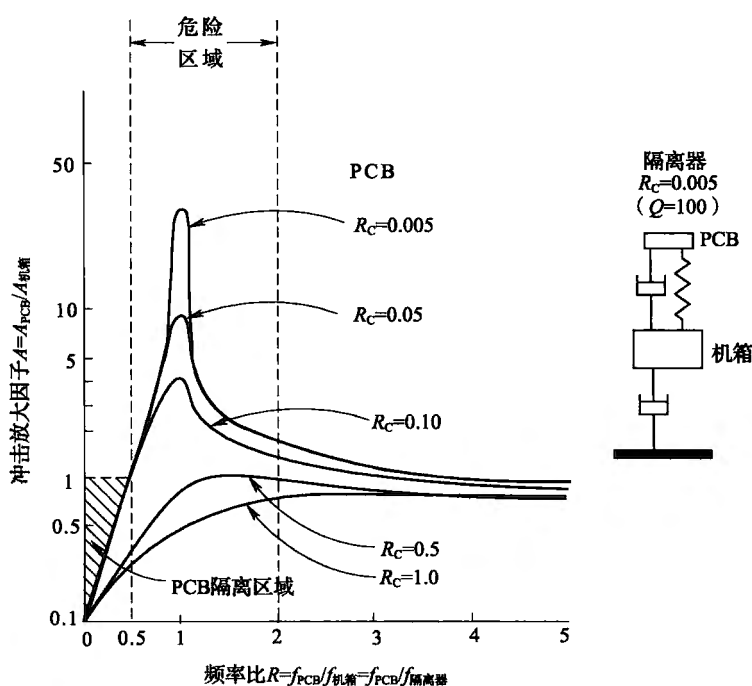


图 11-21 弱阻尼的二自由度系统的冲击响应 (图中示出了应避免的关键区域)

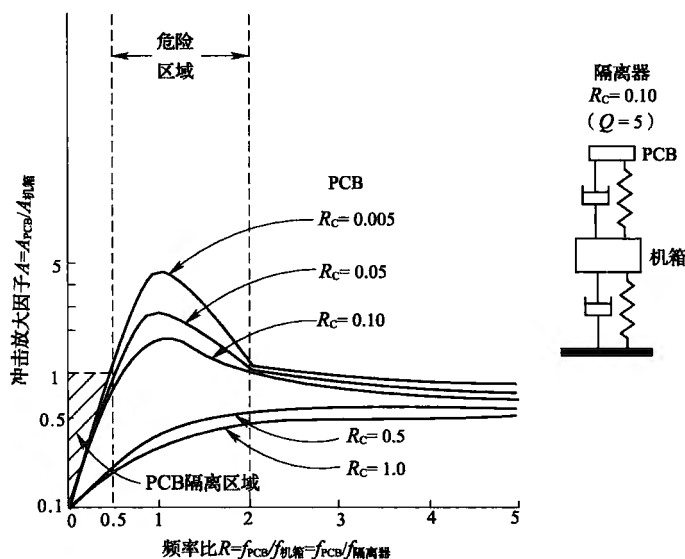


图 11-22 中等阻尼的二自由度系统的冲击响应 (图中示出了应避免的关键区域)

从这两个图中可以看出, 最大的冲击放大因子出现在频率比 R 为 $0.5 \sim 2.0$ 的区域中。在该区域, 冲击放大因子仅受到系统阻尼的限制。弱阻尼系统比具有中等阻尼的同一系统具有较高的冲击放大因子, 从而产生更大的加速度和位移。

冲击隔离区仍然在高放大因子段的左侧。按照倍频程准则, PCB (质量 2) 的谐振频率应与质量 1 (机箱) 的谐振频率间隔开来, 这样耦合效应就会急剧下降, 从而大大增加系统的有效寿命。

11.16 冲击的倍频程准则

电子系统常常必须能够承受严酷的振动和冲击环境而不失效。有时这些系统具有苛刻的重量要求,所以结构必须重量轻以及刚性、强度大。当重量是关键项时,就必须很仔细地研究一下强度重量比。在多数应用中,若结构的强度较大,则重量相应也较重。然而,对于要求工作在严酷的冲击(和振动)环境的系统,常常可能在不增加任何额外重量的同时,提高系统承受更高加速度或动态载荷的能力。不过,要想承受较高的冲击(或振动)值,一般要求较重的系统,除非系统能够调谐,以降低由冲击(或振动)环境产生的加速度的响应。输入的加速度不会造成损坏。损坏一般是由结构响应输入环境的情况造成的。如果能够降低响应值,则系统就能够承受住更大的输入加速度而不损坏。

从图 11-21 和图 11-22 可以看出,频率比 R 控制了 PCB (质量 2) 的冲击放大因子以及结构中的阻尼。对于特定的阻尼值,通过改变频率比,就能够急剧地改变冲击放大因子。这就意味着,能够通过频率比 R 在很大程度上控制传递到 PCB 的加速度值。因此,通过频率比就能够在很大程度上控制结构承受高冲击载荷的能力。要想不采用增加刚度和重量的办法来改善电子组件动态性能,首先应该研究一下频率比,看一看是否能调谐系统来改善其性能。

用分离开电子机箱和 PCB 的谐振频率的办法,可大大降低传递到 PCB 的加速度值。不管 PCB 的谐振频率比机箱的高还是低,只要它们的谐振频率能很好地分离开,PCB 的放大因子就能下降,从而加速度也下降。理想的谐振频率间隔值约为一个倍频程。当 PCB 的谐振频率是机箱谐振频率的二倍或几倍时,都能降低严重的动态耦合效应,从而提高可靠性。

11.17 速度冲击

速度冲击涉及的是速度的突然变化,而物体受到非常短暂的碰撞后,或是处于运动状态,或是处于停止状态。前者的典型情况是爆炸,美国海军试验其电子设备常用的重型冲击锤试验就属于这种。后者的典型情况是跌落试验,在这类试验中,试件从不同的高度跌落到硬而重的物体上。

对于弹性系统,可以使用单自由度弹簧—质量系统确定速度冲击产生的加速度的近似值。当质量跌落且弹簧碰撞到地面时,质量相对于弹簧产生相对运动 Y ,等于速度的突然变化 V 。质量在弹簧上振荡,弹簧做的功就等于质量的动能,所以:

$$\frac{1}{2}KY^2 = \frac{1}{2}mV^2 \quad (11-81a)$$

另外,最大的加速度值为:

$$G_{\max} = \frac{a}{g} = \frac{V}{g} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

所以

$$G_{\max} = \frac{V}{g} \Omega \quad \text{或} \quad G = \frac{\Delta V \Omega}{g} \quad (11-81b)$$

例题：设计承受速度冲击的机箱

一个电子机箱安装在潜艇内，预期要经受深水炸弹爆炸时产生的 15ft/s 的速度冲击。若机箱的谐振频率为 50Hz，进行初始结构设计时应选用多大的加速度？机箱是无冲击隔离器的硬安装。

解：用以下数据求解本问题：

$V = 15\text{ft/s}$ （速度冲击）；

$g = 32.2\text{ft/s}^2$ （重力加速度）；

$f = 50\text{Hz}$ （机箱的谐振频率）；

$\Omega = 2\pi f = 2 \times (3.14) \times (50) = 314\text{rad/s}$ 。

代入式 (11-81b)，求得机箱结构设计用的加速度值：

$$G_{\max} = [(15) \times (314)] / 32.2 = 146 \quad (11-82)$$

对安装在该机箱内的模块和部件设计，由于冲击放大作用，应使用更大的加速度值。冲击放大因子约为 1.3，对于安装在机箱内部件，当遵循谐振频率间隔的倍频程准则时，冲击设计量值约为 190G。

11.18 非线性速度冲击

在运输箱内可以使用各种缓冲材料，以降低在速度冲击环境中产生的冲击加速度值。必须使用试验数据对不同的跌落高度、材料、厚度和温度来确定所产生的峰值加速度。这些试验数据可按不同的材料画出一族曲线，它们与包装或脆性器件的放置平面在缓冲材料上的投影面积所求得的静态应力有关。这些曲线称为 $G-S$ 曲线，它是根据峰值加速度 G 与缓冲材料的静态应力 S 的关系而画出的，如图 11-23 和图 11-24 所示。

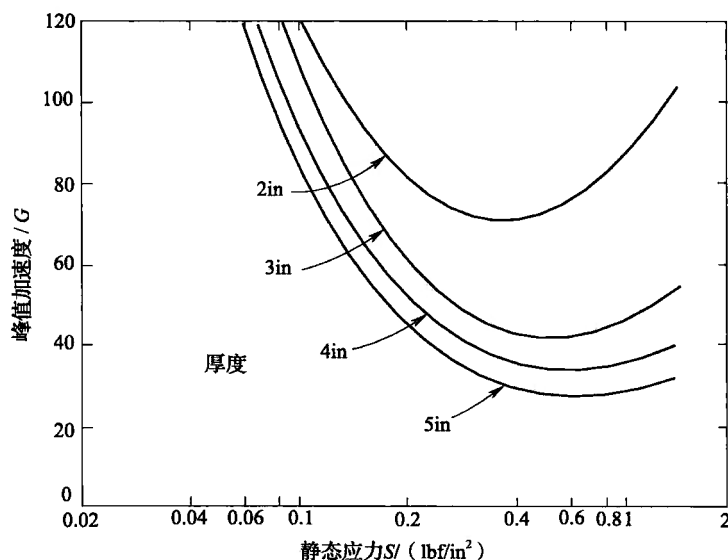


图 11-23 使用 2.0lb/ft³ 聚氨酯海绵室温下从 36in 高度跌落时的 $G-S$ 曲线

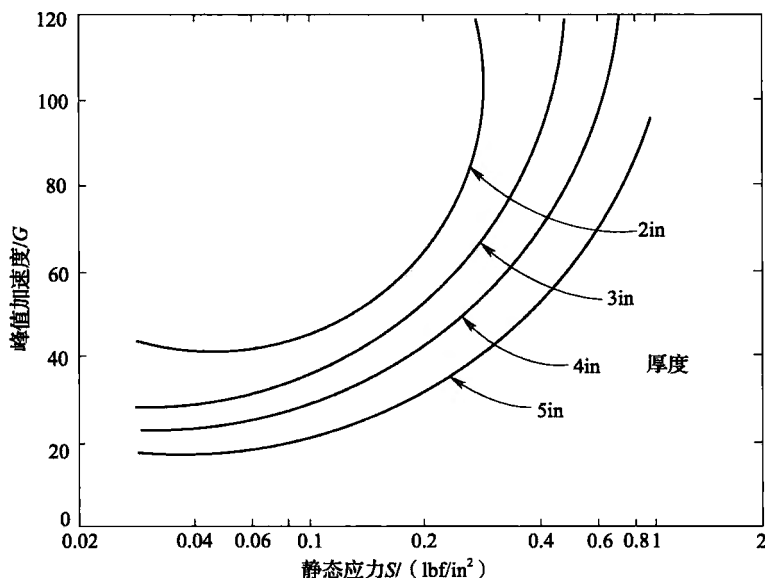


图 11-24 使用 $1.5\text{lb}/\text{ft}^3$ 木纤维毡垫室温下从 24in 高度跌落时的 $G-S$ 曲线

要使用 $G-S$ 曲线, 必须知道装在缓冲材料上的包装件或电子箱的静态应力值。该值只需简单地把包装件的静态重量 W 除以缓冲材料的支撑面积 A 就能求出:

$$S = \frac{W}{A} \quad (11-83)$$

对于已知跌落高度的包装件所承受的峰值加速度, 可根据包装材料的厚度和材料的特性 (如密度等) 求出。较厚的包装 (或缓冲) 材料, 可产生较低的峰值加速度, 从而对易损的设备提供更好的保护。不过, 增加缓冲材料厚度必然加大了运输箱的外形尺寸。又大又重的运输包装箱, 必将增加制造和运输费用。所需的保护量, 应通过对易损设备进行脆性试验来确定, 以得出其冲击能力, 然后就可以以最佳的效费比进行运输箱设计。

例题: 敏感电子箱的缓冲材料

一个电子箱, 装有一定数量的 PCB, 它们彼此间隔很近, 以减少尺寸和重量。系统的动态分析表明, 如果输入到电子箱的冲击加速度峰值超过 $40G$, PCB 就会产生相互碰撞。建议使用 $4\text{lb}/\text{ft}^3$ 的氨基甲酸乙酯海绵衬垫, 来保护 35lb 重的矩形电子箱, 其平放在缓冲材料上的面积为 $6\text{in} \times 8\text{in}$ 。求保护该电子箱从 30in 高度跌落时所需缓冲材料的厚度。

解: 电子箱放置在海绵上产生的静态压力为:

$$S = \frac{W}{A} = \frac{35}{(6) \times (8)} = 0.75\text{lbf}/\text{in}^2 \quad (11-84)$$

从图 11-25 所示的氨基甲酸乙酯海绵的 $G-S$ 曲线可以看出, 要求海绵厚度至少为 4.0in , 才能使该电子箱从 30in 高度跌落时所产生的峰值冲击低于 $40G$ 。

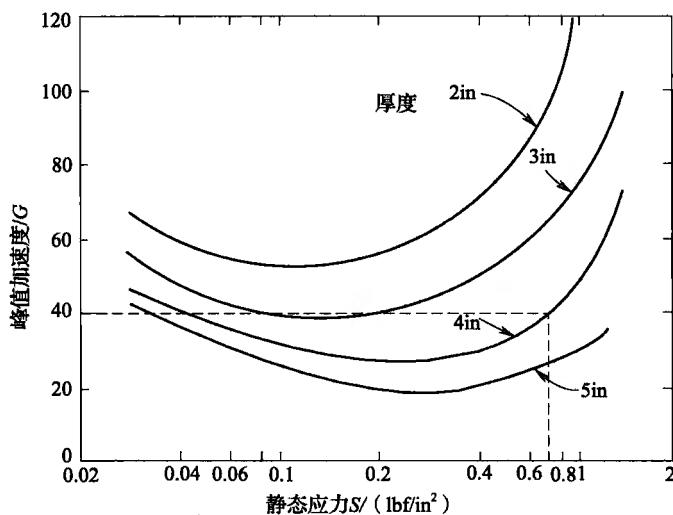


图 11-25 使用 4.0lb/ft^3 氨基甲酸酯海绵室温下从 30in 高度跌落时的 $G-S$ 曲线

11.19 冲击响应谱

冲击波可能非常简单,也可能非常复杂。当它们具有简单的形状时,如方波、正弦波和三角波,就易于描述和掌握。而当它们的形状复杂时,若不试图描述冲击运动本身,而是描述结构件如何响应冲击,要容易一些。为此,使用冲击响应谱就更为合适了,因为它给出的是损坏的趋势。

冲击谱一般描述了大量的单自由度系统经受复杂的瞬变冲击波产生的峰值加速度时的响应。假设每一个弹簧—质量单元都是有阻尼的,其传输率 Q 等于 10,当有正弦振动输入时,质量受力在其谐振频率处产生振动。

一般使用双对数曲线来描述系统中的每一个质量的峰值加速度响应,单位是重力加速度,将其相对于每一质量的谐振频率画出曲线,就得出了图 11-4 所示的响应谱。在图 11-4 的底部是一个复杂的瞬变冲击波,它激励每一个独立的弹簧—质量系统。该复杂波的实时状态如图 11-26 所示。

一旦冲击波已经测定,人们就可以试图去寻找一种简单的冲击脉冲,来模拟响应谱中的符合部分。有时,这可能是一个无用的试算和修正的过程,结果很差。而有时也能得到较好的近似。这一过程是很费时间的。有些实验室研制了技术

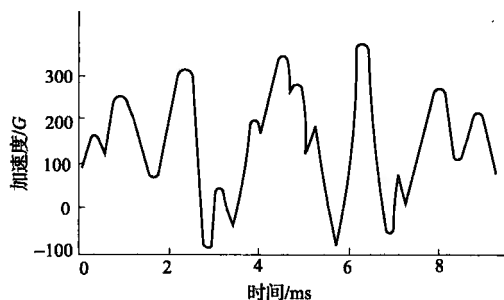


图 11-26 复杂的瞬变冲击波的加速度随时间的变化

先进的模拟装置，对复杂冲击脉冲下的面积进行积分，产生与响应谱相近似的比较简单的波形。

必须要使用坚固的夹具夹持试验样品，以正确地施加冲击波，否则整个试验就可能失真，使试验数据变得毫无价值。一般规定在计划的点火过程（如导弹的各级分离）时，加速度高达 $10000G$ ，频率高达 $10000Hz$ 。电子结构承受如此之高的加速度和频率时，很难获得可重复的数据。电子箱及其支撑中的每一个结构单元，在每一次试验中将会呈现不同的响应。一些有经验的工程师描述说，刚性结构元件在经受点火过程时变得像“软面条”一样。点火过程的典型冲击响应谱曲线如图 11-27 所示。

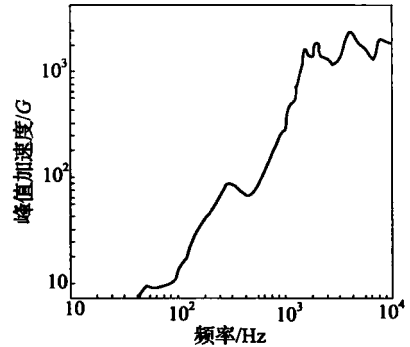


图 11-27 点火过程的典型冲击响应谱曲线

正在使用振动试验机来寻找一些特殊的波形，使其模拟冲击响应谱的程度能令人满意。在许多振动台上，当试验样品比较小时（一般在 $20lb$ 以下），可产生高达 $1000G$ 的加速度。对于 $5000Hz$ 以上的频率，很难做到这一试验与上述试验一样，这是因为振动台头部的谐振频率一般都低于 $3500Hz$ 。

许多公司都在使用冲击振荡板试验，以令人可接受的准确度和可重复性来模拟点火过程。一般用一大块刚性的矩形板，用一个架空支架将其一边悬挂起来。然后将一个大铁锤安装成一个摆锤，把摆锤升高到预定的高度，将其释放，摆锤猛击悬挂着的刚性板的背面。这样，悬挂着的板同时在其多个谐振频率处响应冲击振荡。通过调整摆锤的跌落高度，即可控制所产生的加速度值。试验样品安装在这块悬挂板的前面，当板的背面受到摆锤撞击时，试样就接收到了加速度能量。用这种冲击振荡板获得的典型冲击响应谱曲线如图 11-28 所示。

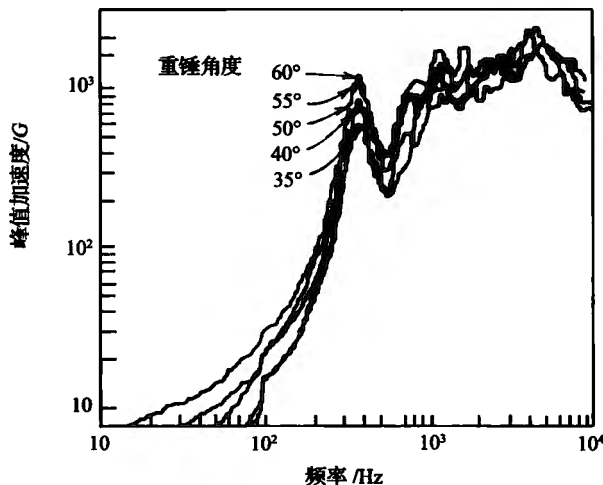


图 11-28 冲击振荡板的典型冲击响应谱曲线，可见加速度值随摆锤摆角的增大而增大

不难想象,要模拟各种类型的冲击响应谱需要大量的时间,要进行许多局部的修改,要采用各种各样的碰撞方法。有时结果可能很好,而有时结果可能很坏。

模拟点火过程的最好办法是使用具有点火能力的设施。许多试验机构具有这种专用的试验设施,放在边远地区,他们在那里做爆炸试验,不会危及当地居民。这些设施中有许多也使用了冲击振荡板技术以激励很宽的频率范围,但他们使用点火索代替重锤产生冲击振荡。

11.20 机箱和 PCB 如何响应冲击

电子设备经常要求在严酷的冲击环境中工作。战舰上的大炮、陆军坦克上的战炮、导弹各级分离时的点火、设备跌落到坚硬的面上以及在崎岖不平的地形上运输等,都能产生冲击。过高的冲击加速度能引起机箱壳体破裂或变形、螺钉松动、电缆和线束破裂、PCB 相互碰撞、PCB 元器件和焊接点失效以及电连接器损坏等。不过,通过采用恰当的设计技术,掌握冲击载荷是如何通过各种结构单元传递的,就可以避免许多此类故障。可以使用近似的方法,减少设计或分析经受冲击的电子组件所需的工作量。

可以用几个单自由度系统来模拟复杂的电子组件,以了解机箱和 PCB 之间的动态耦合是怎样产生的。可以把机箱外壳看成是第一个自由度,因为一般都是机箱首先接收冲击能量。PCB 可以看作是第二个自由度,因为 PCB 一般是固定在机箱结构上的,所以 PCB 是通过对机箱的响应接收它们的冲击激励的。机箱响应可以增大或衰减传递给 PCB 的冲击加速度。PCB 也能响应冲击,它们也能进一步放大或减小所接收的加速度值。

减少从机箱传递给 PCB 的冲击加速度值的一种办法是采用倍频程准则——PCB 的谐振频率必须至少为机箱谐振频率的二倍。这样就分离开谐振频率,降低了耦合效应,从而减少了传递到 PCB 的加速度。对于弱阻尼系统,从图 11-21 可以看出,当遵守倍频程准则时,PCB 的冲击放大因子近似等于 2。这意味着,PCB 承受的冲击加速度大于机箱承受的加速度的二倍。

反之,如果遵守的是逆倍频程准则,即机箱的谐振频率是 PCB 谐振频率的二倍,则从图 11-21 可以看出,PCB 的冲击放大因子仅为 1.0,这意味着 PCB 承受的冲击加速度等于机箱承受的加速度。在这些情况下,最好采用逆倍频程准则,这样 PCB 就会承受较低的冲击加速度,从而降低了位移、应力和故障数量,结果使系统更加可靠。

例题:机箱和 PCB 的冲击响应谱的分析

一个电子箱,装有几块插件式 PCB,在 PCB 的中部安装了几个 28 针双列直插式封装器件。该电子箱必须能够在图 11-29 所示的冲击响应环境中工作。求电子箱和 PCB 的期望的谐振频率,以保证该电子系统能承受这种冲击环境。PCB 的几何形状如图 11-30 所示。

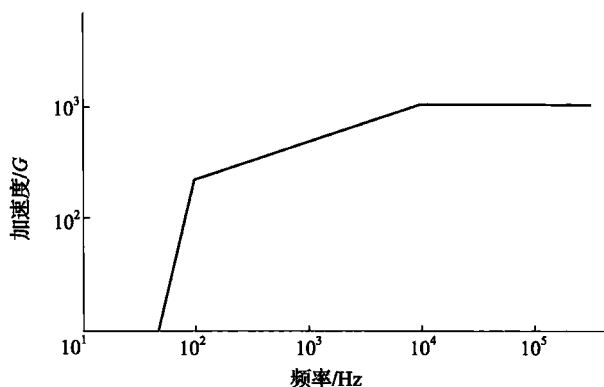


图 11-29 试验环境的冲击响应谱

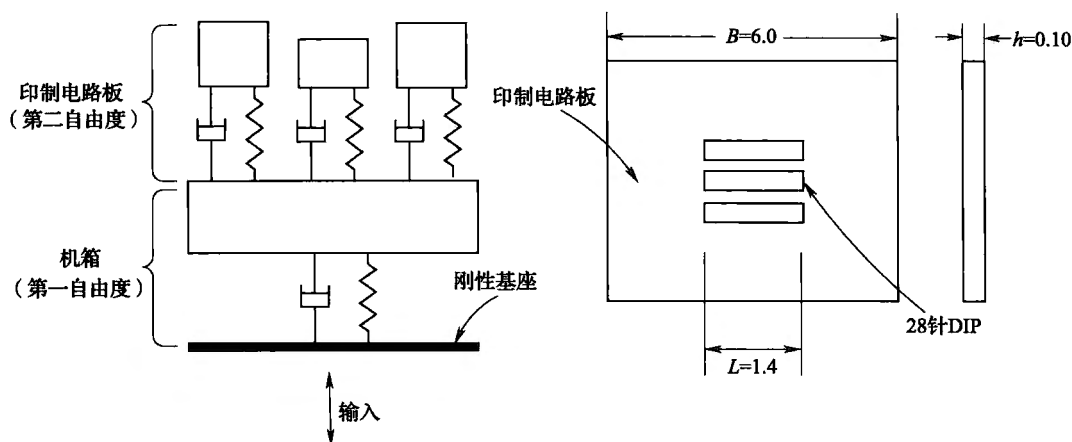


图 11-30 把 PCB 建模为多质量-弹簧系统中的一个集中质量的尺寸

解：经过简化的系统如图 11-30 所示，其中电子机箱为第一自由度，PCB 为第二自由度。PCB 的谐振频率必须足够高，以产生较小的动态位移，避免 DIP 产生故障。PCB 的谐振频率还必须与电子箱的谐振频率很好地分离开，以防止电子箱和 PCB 之间产生过度的动态耦合。用式 (11-25) 能完成这两项要求。但是有一个问题，该式要求知道加速度量值。从图 11-29 可以看出，由于加速度值随着频率在不断地变化，所以加速度值是未知的。为了求解，我们先假设一个加速度值，然后用式 (11-25) 计算机箱和 PCB 的期望的谐振频率。接下来，再根据算出的期望谐振频率，按图 11-29 求加速度值，然后把假设的加速度值与由图 11-29 计算出的数值相比较。如果二者一致，则算出的 PCB 和机箱的期望的谐振频率可以接受。如果这两个加速度值相差甚远，则再假设另一个加速度值，重复上述全部过程，直到假设值和图中的值相吻合。该过程可能要反复 4~5 次，很费时间。

利用一开始给出的冲击响应谱的双对数曲线，能够比较简单地解决这一问题。假设两个加速度值，一个在响应曲线的里面，一个在外面。连接这两点画一条直线，与冲击响应曲线相交，交点即为期望的机箱谐振频率和预计的机箱的加速度值。再利用逆倍频程准

则, 使冲击放大因子为 1.0, 这样 PCB 接收的加速度值与机箱相同。

下面对这种较简单的两点法进行验证。

①第一个点

分析方法如图 11-31 所示。先假设一个加速度值为 150G, 它恰好在冲击响应曲线的下面。针对该值, 用式 (11-25) 求出期望的 PCB 谐振频率。

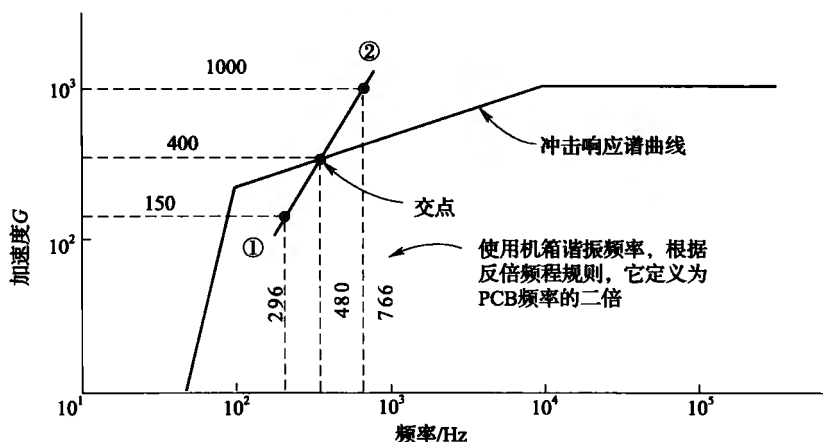


图 11-31 说明求解机箱和 PCB 的期望谐振频率方法的冲击响应谱曲线

下面是解式 (11-25) 所需要的数据:

$G_{in} = 150$ (初始假设值);

$A = 1.0$ (遵守逆倍频程准则的 PCB 的冲击放大因子);

$C = 1.0$ (标准的无侧焊引线的 DIP 为常数);

$r = 1.0$ (相对位置: 元件在 PCB 的中部);

$B = 6.0\text{in}$ (平行于元器件一边的 PCB 长度);

$h = 0.10\text{in}$ (PCB 厚度);

$L = 1.4\text{in}$ (28 针 DIP 的长度)。

代入式 (11-25), 求 PCB 的期望谐振频率:

$$f_{\text{PCB}} = \left[\frac{9.8 \times (150) \times (1.0) \times (0.1) \times (\sqrt{1.4})}{0.00132 \times (6.0)} \right]^{0.5} = 148\text{Hz} \quad (11-85)$$

采用逆倍频程准则, 则电子箱的谐振频率是 PCB 谐振频率的二倍:

$$f_{\text{机箱}} = 2f_{\text{PCB}} = (2) \times (148) = 296\text{Hz} \quad (11-86)$$

在图 11-31 上画出 150G 和 296Hz 第一点。该点恰好落在冲击响应曲线的下面, 所以可以接受。

②第二个点

为求第二个点, 假设加速度值为 1000G, 它在冲击响应曲线的上面, 那么:

$G_{in} = 1000$ (初始假设值);

$A = 1.0$ (遵守逆倍频程准则的 PCB 的冲击放大因子);

$C = 1.0$ (标准的 DIP);

$r = 1.0$ (元件在 PCB 的中部);

$B = 6.0\text{in}$ (PCB 的长度);

$h = 0.10\text{in}$ (PCB 厚度);

$L = 1.4\text{in}$ (28 针 DIP 的长度)。

代入式 (11-25), 求 PCB 的期望谐振频率:

$$f_{\text{PCB}} = \left[\frac{9.8 \times (1000) \times (1.0) \times (0.1) \times (\sqrt{1.4})}{0.00132 \times (6.0)} \right]^{0.5} = 383\text{Hz} \quad (11-87)$$

采用逆倍频程准则, 则电子箱的谐振频率是 PCB 谐振频率的二倍:

$$f_{\text{机箱}} = 2f_{\text{PCB}} = (2) \times (383) = 766\text{Hz} \quad (11-88)$$

在图 11-31 上画出 1000G 和 766Hz 第二点。该点在冲击响应曲线的上面, 所以也是可以接受的。

现在过点 1 和点 2 画一条直线, 找出与冲击响应曲线的交点。该交点表示了期望的机箱谐振频率, 在 400G 加速度处约为 480Hz, 如图 11-31 所示。所以电子机箱的冲击加速度设计要求约为 400G。

在本系统中, 由于采用的是逆倍频程准则, 所以期望的 PCB 谐振频率是电子机箱谐振频率的 1/2:

$$f_{\text{PCB}} = 480/2 = 240\text{Hz} \quad (11-89)$$

由逆倍频程准则, PCB 的冲击放大因子 (相对于电子箱) 应是 1.0, 所以 PCB 的冲击要求与电子箱完全一样, 即为 400G。

核对以上各值, 以保证不发生错误, 为此在式 (11-25) 中用 400G 求出期望的 PCB 谐振频率:

$$f_{\text{PCB}} = \left[\frac{9.8 \times (400) \times (1.0) \times (0.1) \times (\sqrt{1.4})}{0.00132 \times (6.0)} \right]^{0.5} = 242\text{Hz} \quad (11-90)$$

验算结果与式 (11-89) 完全吻合。242Hz 的 PCB 谐振频率能够承受 400G 的冲击环境。

11.21 点火冲击如何影响电子元器件

已经证明, 点火冲击技术对实现诸如导弹的各级分离、打开宇宙飞船的舱门以及巡航导弹的开门等一类功能是非常有效的。点火技术可靠、重量轻、成本低。各飞机公司广泛地采用这种技术, 执行各种各样复杂的任务, 来代替大而重的液压泵、电机、电磁线圈、连接机构和作动器等。

但是, 点火过程往往要产生很高的加速度和很高的激励频率, 如图 11-27 所示。必须特别注意保证各种结构件的结构牢固性, 如壳体、电路板、电子元器件、互连板、电缆和线束等, 它们都会受到高量值冲击的影响。

有些类型的电子元器件, 对高量值的点火冲击很敏感。在混合电路和 T 形栅阵列等具有大的平而薄的金属片壳体的元器件中一般可以看到, 这类壳体可能会产生大的变形。当内部间隙不够时, 就会引起这些器件内的模片键合线的碰撞, 导致短暂的内

部短路。这些故障难以追踪，因为这些元器件并没有受到有害的影响，在冲击过后仍然工作，元器件的外壳或许必须做得更厚一些，以增大它们的谐振频率，减少动态变形。但即使这样也不是很有效，因为点火过程一般在更高的频率产生较大的加速度。如果刚性较大的外壳接收的是较高频率的大加速度，变形并不能减小。可以在外壳的内表面固定一些薄的电绝缘条，或者在壳体的中部增加支柱，以防止元器件内部的短暂短路。

另外还有一些采用了微小的内部模片键合线的元器件，它们的空间间隙相当紧密，所以对高量值的点火冲击也很敏感。这类元器件有各种半导体，如 IC、DIP、混合电路、塑料和陶瓷芯片座、晶体管等。高加速度能使模片键合线产生微小的位移，如果装配时的间隙很小，则会引起这些键合线彼此碰撞，从而引起内部短暂短路。

美国军用规范 MIL-STD 883 规定了一些专用的筛选试验，一般用这些试验来保证电子元器件的完好性，提高其可靠性。这些筛选试验一般包括频率达 2000Hz 的振动、热循环、脉冲冲击和离心加速度等。有些大的混合器件离心试验可达 4000G，而一些小的半导体器件甚至试验到 30000G。做这些离心试验必须格外小心，这些试验非常容易做错方向。这些高加速度试验的目的是确保衬底和模片键合线连接的制造过程是合格的。但是，还有许多各种类型的类似的电子元器件制作成模片腔体面朝上或面朝下，这样就极易以错误的方向对这些元器件进行离心试验。如果试验方向错了，20000G ~ 30000G 的加速度就能使内部微小的模片键合线弯曲和断裂。这就可能使某些较长的模片键合线很危险地接近其他导线，或者接近内部的地板，如图 11-32 所示。若模片键合线的谐振频率在 3000Hz 以上，则点火过程产生的很高的作用频率就会激励这些模片键合线谐振，从而引起内部短暂短路，而在点火能量耗尽后短路又消失了。

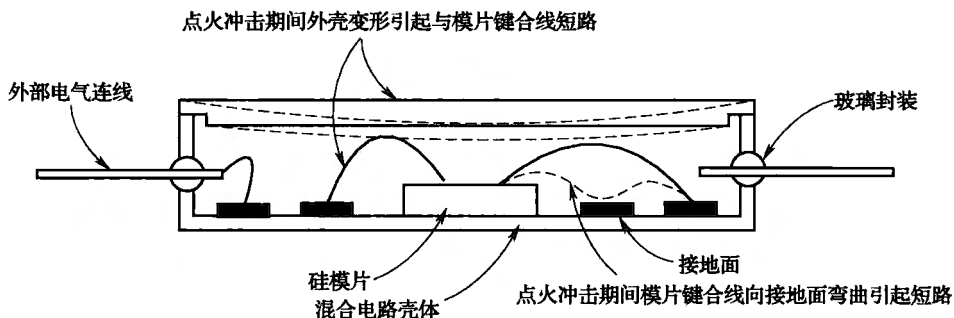


图 11-32 混合电路的横断面，显示看到点火过程是怎样引起模片键合线短暂短路的

常用的振动筛选试验激励频率达 2000Hz，不能用于剔除有缺陷的元器件。为了提高有效性，筛选试验必须包括能够激励 3000Hz 以上的模片键合线谐振频率的高频和大的加速度，以使导线产生短暂的短路。用另一个点火过程或者用重锤撞击冲击振荡板，模拟高频和大加速度的点火过程，能够实现所要求的筛选，如图 11-33 所示。

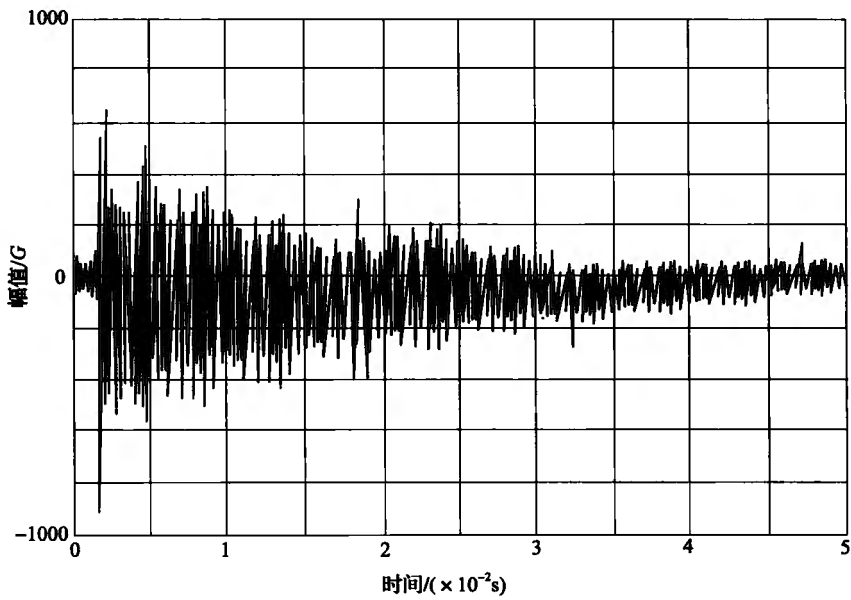


图 11-33 实际的点火冲击过程的加速度随时间变化的典型曲线

半导体和混合器件内的模片键合线应足够短，使其谐振频率在 2000Hz 以上，以使它们在最高频率达 2000Hz 的标准振动台上振动时不发生谐振。由于模片键合线的阻尼非常小，它们在谐振状态的传输率非常高，在振动期间发生谐振时，大的位移和高的应力能够大大降低模片键合线的疲劳寿命。

例题：混合器件模片键合线的谐振频率

推荐一种新的混合器件设计，使用直径为 0.001in 的金模片键合线，长度为 0.200in。问该设计可行吗？

解：必须计算模片键合线的谐振频率，保证在 2000Hz 以上。由于大多数振动台的最大激励频率限为 2000Hz，这就保证了模片键合线不会发生谐振。

模片键合线可以近似看作是一个均匀受载的带，其两端被固定（卡紧）。用振动试验验证过这种边缘状况，用显微镜和频闪灯观察模片键合线的谐振。用这种技术可以记录谐振频率、测量变形量。模片键合线在安装时稍微有一点弧度，计算的谐振频率稍高于观察值，即模片键合线真正的谐振频率。然后用均匀带的谐振频率公式：

$$f_n = \frac{11}{\pi} \sqrt{\frac{EIg}{WL^3}} \quad (\text{见图 4-4})$$

式中： $E = 11 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ （金的弹性模量）；

$D = 0.001 \text{ in}$ （键合线的直径）；

$I = \pi D^4 / 64 = \pi (0.001)^4 / 64 = 0.049 \times 10^{-12} \text{ in}^4$ （惯性矩）；

$g = 386 \text{ in/s}^2$ （重力加速度）；

$r = 0.611 \text{ lb/in}^3$ （金的密度）；

$L = 0.200 \text{ in}$ （键合线的长度）；

$$W = \frac{\pi}{4} \times (0.001)^2 \times (0.200) \times (0.69) = 0.108 \times 10^{-6} \text{ lbf (键合线的重力)}。$$

于是

$$f_n = \frac{11}{\pi} \times \sqrt{\frac{11 \times 10^6 \times (0.049 \times 10^{-12}) \times (386)}{(0.108 \times 10^{-6}) \times (0.20)^3}} = 1749 \text{ Hz} \quad (11-91)$$

由于键合线呈弧形，谐振频率将低于该值，其差值取决于弧的高度。因此，键合线的设计不行，应修改设计，使其谐振频率高于 2000Hz，以保证设计可靠，在严酷的振动环境中具有长的疲劳寿命。

如果把键合线的直径增大一倍到 0.002in，这样可使谐振频率增大一倍，为 3498Hz，这一结果就可以接受了。另一个办法是缩短键合线的长度，避免弧度过大。

对大弧度的类似的模片键合线进行了一系列的振动试验，表明谐振频率为 1550Hz，测得传输率为 120，也就是说 Q 值约等于键合线谐振频率平方根的三倍。随着谐振频率的增加，可以预计到传输率 Q 也随之增大。缩短模片键合线，使其谐振频率达到 5000Hz 或更高，则会具有更高的 Q 值。

第 12 章 电子机箱的设计与分析

12.1 引言

电子设备可能装配成各种各样的配置，这取决于导弹、飞机、潜艇、火车、汽车和舰船等可供利用的空间和形状等因素。一般说来，最常用的是矩形电子机箱，这种形状制作非常便宜、安装简单，插入式模块（如印制电路板）易于与这种形状相一致。

为确定机箱的频率响应特性，在进行广泛而耗资的计算机分析之前，最好是先尽快地考察一下各种振动模式。可以研究一下各种弯曲和扭转模式，判定是否可能发生耦合作用。还要确定初步的动态负荷，验证机箱板是否会屈曲、铆钉是否会剪断以及焊缝是否会开裂。

扭转振动模式通常是电子机箱毛病的根源。这些模式一般被忽略或不引起注意，它们能引起较低的谐振频率，反过来它又能导致大的变形和应力，其实质是降低了结构的疲劳寿命。

12.2 各种安装形式

安装形式能影响机箱的响应特性。如果希望机箱能快速地安装和拆卸，可在机箱的正面装一个紧定螺钉（jacking screw），将整个机箱插入和拆卸。接口连接器可装在机箱的背面，用定位支架和导向销使机箱定位，保证连接器准确对准（见图 12-1）。

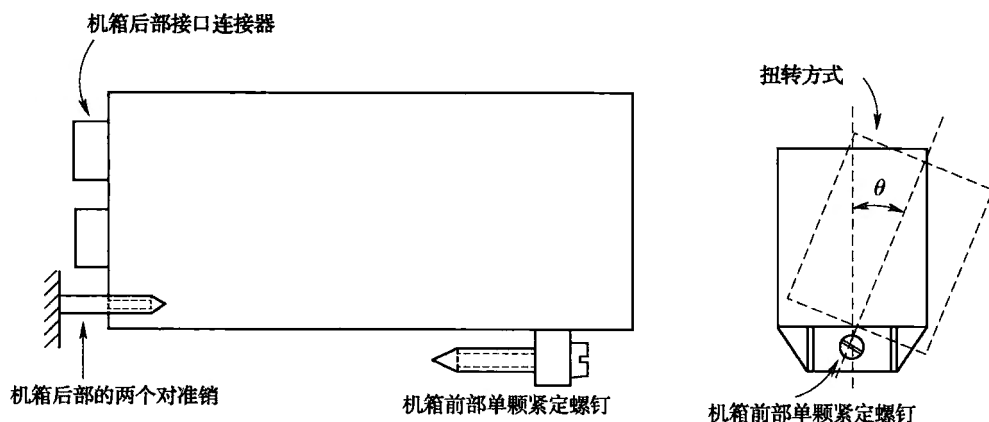


图 12-1 带有插入和拆卸设备用的单个紧定螺钉的机箱

这类安装非常易于维护,但从结构观点看很不好。插入机箱和连接背面的连接器所需的力,必然从背面连接器传递到前面的紧定螺钉,而载荷又是从前面加入的。这就是说,全部的紧定载荷肯定要通过机箱结构,因而机箱结构的刚度要足以防止产生屈曲。

这类安装的振动响应也很不好,因为整个机箱能够绕着该单颗紧定螺钉转动。扭转模式一般会与弯曲模式相耦合,结果产生非常高的传输率。对几种具有类似安装方式的不同类型的电子机箱的试验表明,对于 2G 的正弦振动峰值输入,当谐振频率高于 150Hz 时,在机箱前面的边角处的传输率高达 20。

另一种能够提供快速安装和拆卸的机箱安装是机载安装架 (air - transport rack, ATR)。这是一种薄金属板制作的安装架,有几种不同的长度和宽度,以使机载安装架的设备机箱标准化。这种安装架的后部有两个弹簧加载的导向销,以对准电子机箱与连接器的位置,并在振动时保持住电子机箱不动。安装架的前部一般装有可摆动的螺钉安装机构,在机箱安装后,把它向上推动,然后固定机箱 (见图 12-2)。

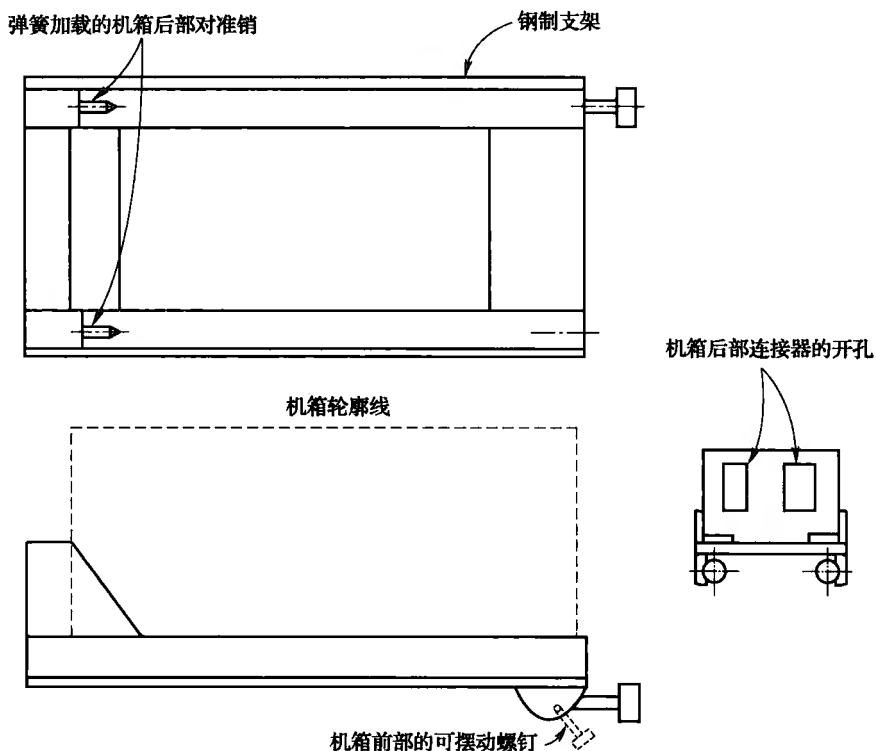


图 12-2 安装电子设备的机载安装架

ATR 使用时一般都装有减振器。减振器选用适当时,可大大降低电子系统的动态负载。如果减振器选用不当,则会增大动态负载。

ATR 使用时不装减振器的情况也很常见,这可能会产生一些麻烦,除非安装架的弹簧刚度包含在机箱的响应特性和动态载荷之中了。由于 ATR 一般是由薄铝板制作的,所以在重的机箱上加载很大的重力加速度,能使金属薄板安装架折断,或者在机箱本身引入很

大的加速度力。当使用这类安装架时，应认真地研究 $2G$ 及其以上的振动量值。

应该采用重心（CG）安装来减少振动时扭转模式与弯曲模式相耦合的可能性。当重心位于安装面上时，虽然仍会产生扭转，但在振动时不会沿 X 轴产生与弯曲的耦合（见图 12-3）。这种使谐振相分离的办法即去耦合，可降低谐振的强度，从而提高结构的疲劳寿命。

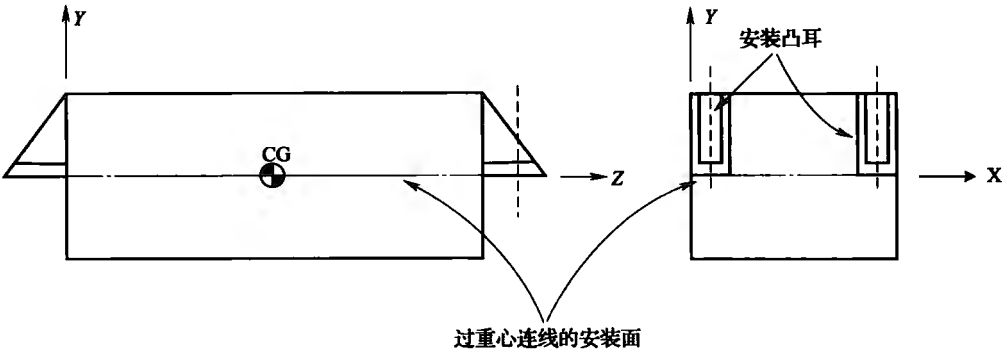


图 12-3 采用重心安装的电子机箱

对于重心高而横截面窄的机箱，它们的安装应十分小心。这种几何形状能在安装架和相邻结构中产生很大的动态载荷。这是因为振动时横向会产生很大的倾覆力矩（见图 12-4）。

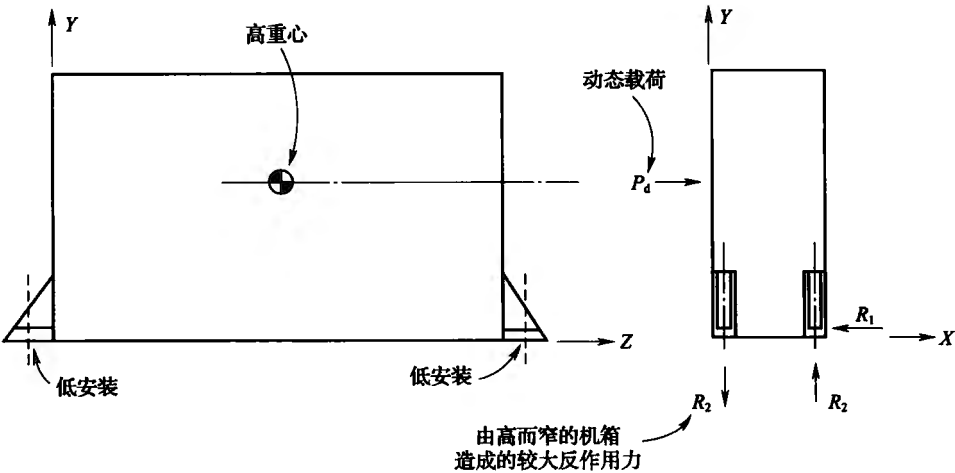


图 12-4 高重心而低安装的电子机箱

很多情况下，安装几何空间受热环境限制。例如，宇宙飞船是处于真空状态中的，其中的许多电子系统用螺钉直接连接在冷板上，以散发热量。为了在真空中有效地传输热量，连接面必须平而光滑，此外还必须保持很高的连接面压力。实现上述要求的好办法是采用带有多个螺栓的刚性截面，但付出的代价是重量很大。虽然为了散发热量而增加了重量，但这种机箱的动态特性一般非常好。厚的壁和坚固的安装架使机箱具有很高的谐振频率，使得只产生很小的位移和较低的结构应力（见图 12-5）。

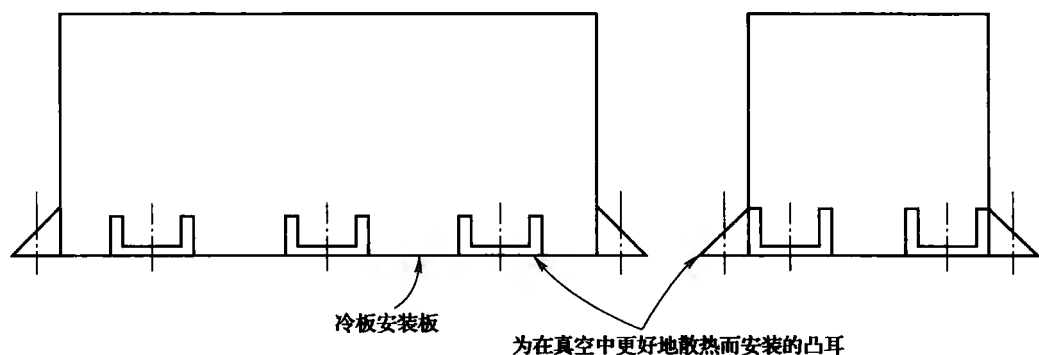


图 12-5 电子机箱上有许多个安装凸耳

12.3 初步动态分析

对复杂的机箱进行初步的动态分析，最常用的办法是把机箱看作是一个简单支撑梁。如果机箱的横截面均匀不变，而每一端都有支撑，则简化的梁分析往往可以揭示出初始设计中的许多薄弱环节，然后可在项目的早期更改设计，从而减少为得到相同结果而进行的计算机综合研究所花费的时间。在做了初步的设计更改之后，接着可用计算机程序，对内外部的动态载荷进行更加准确和详细的分析。

现有一个电子机箱，使用的是铝板铆接机箱，上盖和底盖用螺栓固紧，由两个安装托架在机箱的每一边将机箱固定在飞机的机体机构上（见图 12-6）。

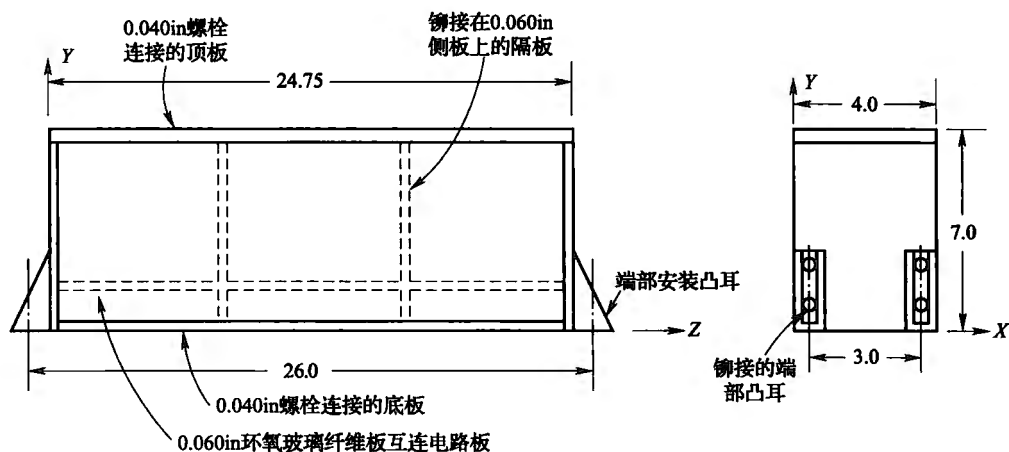


图 12-6 一个高而窄的电子机箱的外形尺寸

由于该机箱横截面均匀，每一边装有安装托架，所以在进行机箱的初步分析时，可以把它近似看作是一个简支梁。该机箱重心较高表明，振动时弯曲模式将与扭曲模式在沿 X 轴的横向上产生耦合。这将导致在这个方向上产生较低的基本谐振模式。

沿 X 轴和 Y 轴截面的惯性矩，应包括环氧树脂玻璃纤维互连板在内（其弹性模量为 $2 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ ，而铝为 $10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ ）。采用与环氧树脂玻璃纤维板具有相同刚度的等效铝板，可简化计算。再用这两种材料弹性模量之比，调整环氧树脂玻璃纤维板的面积和惯性

矩, 即可完成计算。与环氧树脂玻璃纤维板面积和刚度等效的铝板为 (见本书 4.3 节):

$$A_{\text{铝}} = A_{\text{环氧}} \times \frac{E_{\text{环氧}}}{E_{\text{铝}}} = A_{\text{环氧}} \times \frac{2}{10}$$

$$I_{\text{铝}} = I_{\text{环氧}} \times \frac{E_{\text{环氧}}}{E_{\text{铝}}} = I_{\text{环氧}} \times \frac{2}{10} \text{ (构件的高度相同)}$$

12.4 螺钉连接的盖

螺钉连接的盖, 用来提供机箱上部和底部对外的通道。电子工业界一般做法是为电子元件提供方便的出入口, 例如, 使螺钉旋转 1/4 圈, 即可拆下盖板, 进行快速的更换。对这类紧固件的试验表明, 振动时它们能有效地把两个部件连接在一起的能力仅为 10% 左右 (我们把断开的连接能力作为 0%, 而焊接的连接能力作为 100%)。

环氧树脂玻璃纤维电路互连板也是用螺钉连接的部件。但是, 它们的安装一般都是比较持久的连接, 所以通常使用或多数使用常规螺钉。因而, 这些部件的螺钉连接效率因子为 25%。

有凸缘的重箱盖, 使用了许多高强度头的螺钉, 其螺钉连接效率因子约为 50%。这类结构一般在用于外层空间高真空环境的电子机箱上使用。由于在空间飞行器上一般不拆卸盖板进行维修, 通常使用很多个高强度螺钉使盖板固定就位。

电子机箱的横截面如图 12-7 所示。

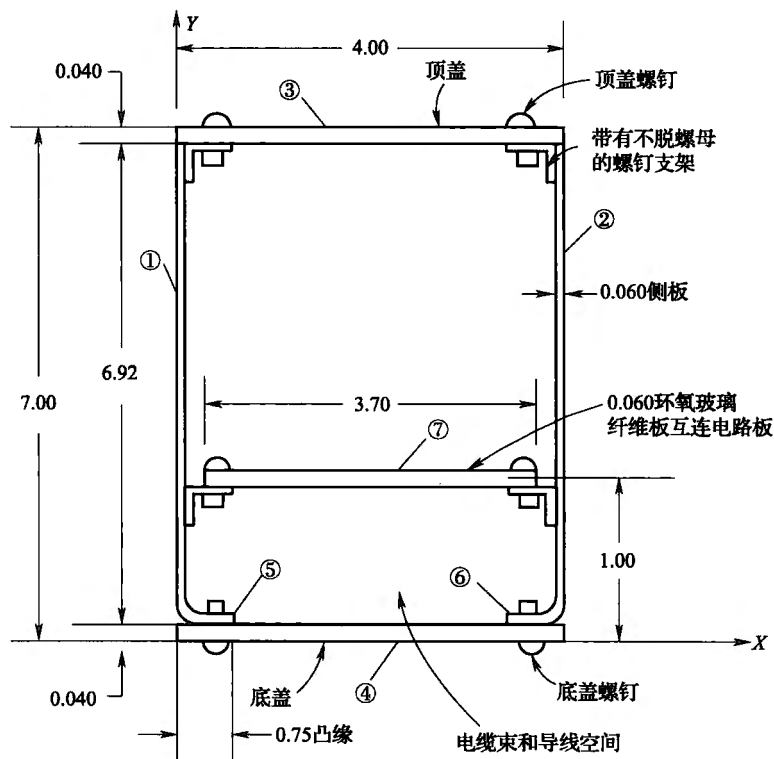


图 12-7 金属薄板电子机箱的横截面

横截面 Y 轴方向的惯性矩可根据表 12-1 的数据求出。

$$\bar{Y} = \frac{\sum AY}{\sum A} = \frac{3.082}{0.963} = 3.14\text{in}$$
$$I_Y = I_0 + Ac^2 = 3.30 + 1.399 = 4.70\text{in}^4 \quad (12-1)$$

表 12-1 沿 Y 轴剖面的惯性矩计算

项目	面积 A/in ²	Y	AY	I ₀ /in ⁴	c	c ²	Ac ²
1	6.92 × (0.06) =0.415	3.50	1.450	$\frac{0.06 \times (6.92)^3}{12} = 1.65$	0.36	0.13	0.054
2	6.92 × (0.06) =0.415	3.50	1.450	$\frac{0.06 \times (6.92)^3}{12} = 1.65$	0.36	0.13	0.054
3 ^①	0.1 × (4.0) × (0.04) =0.016	6.98	0.111	$\frac{0.1 \times (4.0) \times (0.04)^3}{12} = 0$	3.84	14.8	0.237
4 ^①	0.1 × (4.0) × (0.04) =0.016	0.02	0.000	$\frac{0.1 \times (4.0) \times (0.04)^3}{12} = 0$	3.12	9.75	0.156
5	0.75 × (0.06) =0.045	0.07	0.003	$\frac{0.075 \times (0.06)^3}{12} = 0$	3.07	9.42	0.424
6	0.75 × (0.06) =0.045	0.07	0.003	$\frac{0.075 \times (0.06)^3}{12} = 0$	3.07	9.42	0.424
7 ^②	0.25 × (3.7) × (0.06) × (0.2) =0.011	1.00	0.011	$\frac{0.25 \times (3.7) \times (0.06)^3 \times (0.2)}{12} = 0$	2.14	4.59	0.050
共计	0.963		3.028	3.30	1.399		
①包括 10%的螺栓效率因子。							
②包括 25%的螺栓效率因子和环氧树脂玻璃纤维板校正因子。							

X 轴方向的惯性矩可根据表 12-2 的数据求出。

表 12-2 沿 X 轴剖面的惯性矩计算

项目	面积/in ²	X	AX	I ₀ /in ⁴	c	c ²	Ac ²
1	0.415	0.030	0.012	$\frac{6.92 \times (0.060)^3}{12} = 0.00$	1.97	3.89	1.61
2	0.415	3.970	1.647	$\frac{6.92 \times (0.060)^3}{12} = 0.00$	1.97	3.89	1.61
3 ^①	0.016	2.000	0.032	$\frac{0.10 \times (0.04) \times (4.0)^3}{12} = 0.021$	0.00	0.00	0.00
4 ^①	0.016	2.000	0.032	$\frac{0.10 \times (0.04) \times (4.0)^3}{12} = 0.021$	0.00	0.00	0.00
5	0.045	0.435	0.019	$\frac{0.060 \times (0.75)^3}{12} = 0.001$	1.57	2.46	0.11
6	0.045	3.565	0.160	$\frac{0.060 \times (0.75)^3}{12} = 0.001$	1.56	2.44	0.11
7 ^②	0.011	2.000	0.022	$\frac{0.25 \times (0.060) \times (3.7)^3 \times (0.2)}{12} = 0.001$	0.00	0.00	0.00
共计	0.963		1.924	0.045			3.44
①包括 10% 的螺栓效率因子。							
②包括 25% 的螺栓效率因子和环氧树脂玻璃纤维板校正因子。							

$$\bar{X} = \frac{\sum AX}{\sum A} = \frac{1.924}{0.963} = 2.00\text{in}$$

$$I_x = I_0 + Ac^2 = 0.045 + 3.44 = 3.48\text{in}^4 \quad (12-2)$$

为了进行初步分析, 假设机箱等效于一个承受均匀载荷的简支梁, 则 Y 轴方向的振动谐振频率可根据标准梁公式求出:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{EI_y g}{WL^3} \right)^{1/2} \quad (12-3)$$

式中: $E = 10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝);

$I_y = 4.70\text{in}^4$ (见式 (12-1));

$g = 386\text{in/s}^2$ (重力加速度);

$L = 26.0\text{in}$ (长度);

W 是平均密度为 0.031lbf/in^3 的机箱部分的近似重量:

$$W = (4.0) \times (7.0) \times (24.75) \times (0.031) = 21.5\text{lbf} \quad (12-4)$$

Y 轴方向的振动固有频率为:

$$f_y = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(10 \times 10^6) \times (4.70) \times (386)}{(21.5) \times (26.0)^3} \right]^{1/2}$$

$$f_y = 344\text{Hz} \quad (12-5)$$

X 轴向的振动固有频率可根据相同的标准梁公式, 代入 X 轴向的惯性矩求出:

$$I_x = 3.48\text{in}^4 \text{ (见式 (12-2))}$$

代入式 (12-3):

$$f_x = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(10 \times 10^6) \times (3.48) \times (386)}{(21.5) \times (26.0)^3} \right]^{1/2}$$

$$f_x = 296\text{Hz} \quad (12-6)$$

12.5 耦合模式

机箱安装架位于电子机箱底边的每一端, 结果形成了高重心。如果在重心处沿 X 轴方向施加一个假想载荷, 则机箱将沿载荷方向发生弯曲, 同时机箱也将沿载荷方向转动, 如图 12-8 所示。由于机箱在单一载荷的作用下同时发生弯曲和转动, 这就意味着振动时, 在 X 轴方向弯曲模式将与扭转模式相耦合, 它将降低机箱的基本谐振模式。

如果沿垂直方向, 即沿 Y 轴方向, 在重心处施加了同样的载荷, 则机箱将产生垂直运动而不发生转动。这就是说, 垂直弯曲模式可能不与扭转模式相耦合。

为了确定弯曲模式与扭转模式如何发生耦合, 需要计算扭转模式的机箱固有频率, 再与弯曲模式的机箱固有频率相综合。机箱在扭转模式的固有频率, 可假设机箱等效于一个单自由度系统, 由扭转频率公式求出:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_\theta}{I_m} \right)^{1/2} \text{ (见式 (2-23))} \quad (12-7)$$

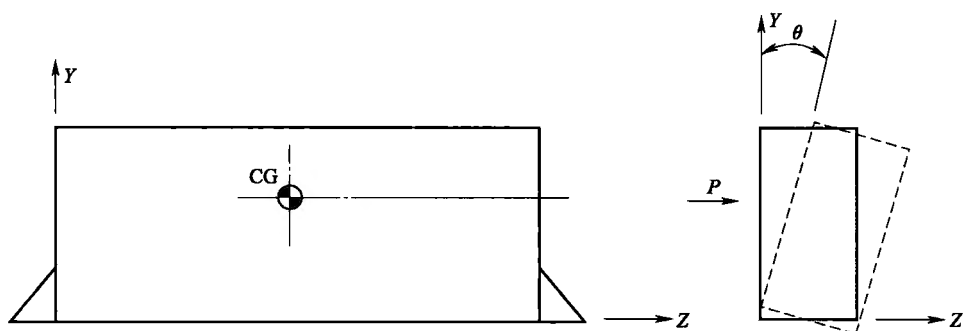


图 12-8 振动模式如何产生耦合的试验

式中, K_θ 是机箱的扭转弹性比, 它可通过在机箱的重心处施加 $\text{lbf} \cdot \text{in}$ 的单位扭矩计算角偏转来求出。若机箱的重心与其中心一致, 则可只考虑机箱的一半, 如图 12-9 所示。机箱的转角可由下式求出:

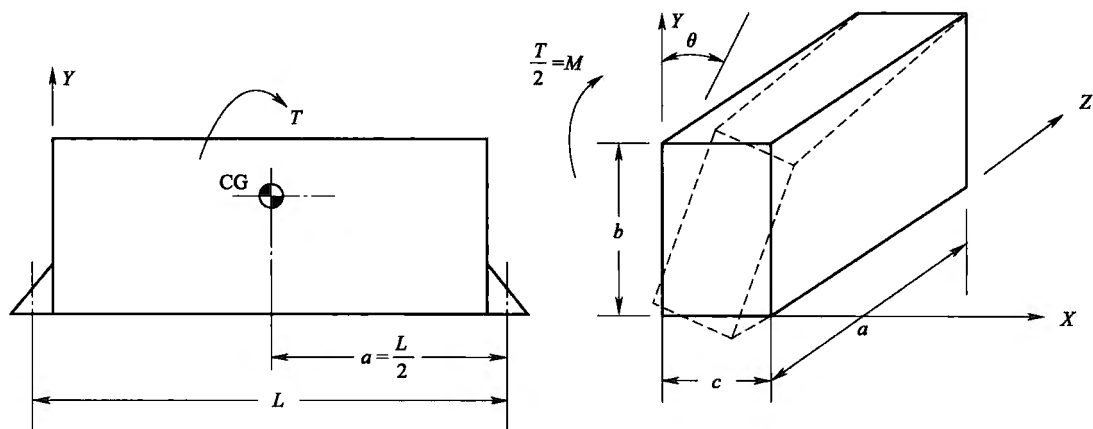


图 12-9 机箱的扭转偏转模式

$$\theta = \frac{Ma}{GJ} \quad (12-8)$$

式中: $T/2 =$ 在半个机箱上的扭转力矩 $= M$;

$a = L/2$, 半个机箱的长度;

$G =$ 剪切模量;

$J =$ 扭转形式因子;

$$\theta = \frac{(T/2)(L/2)}{GJ} = \frac{TL}{4GJ} \quad (12-9)$$

机箱的扭转弹性比定义为:

$$K_\theta = \frac{T}{\theta} \quad (12-10)$$

将式 (12-10) 代入式 (12-9) 得:

$$K_\theta = \frac{4GJ}{L} \quad (12-11)$$

式中: $G = 4 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝的剪切模量);

$L = 26.0 \text{ in}$ (机箱长度);

$J = \frac{4A^2}{\oint ds/dt}$ (扭转形式因子)。

对于螺钉连接的薄壁矩形截面可较好地近似为:

$$J = \frac{I_x + I_y}{2} = \frac{3.48 + 4.70}{2} = 4.09 \text{ in}^4$$

代入式 (12-11):

$$K_\theta = \frac{4 \times (4 \times 10^6) \times (4.09)}{26.0} = 2.52 \times 10^6 \text{ in} \cdot \text{lbf/rad} \quad (12-12)$$

机箱的质量惯性矩可相对于将产生转动的基座的安装点求出:

$$I_m = \frac{W}{12g}(4b^2 + c^2) \quad (12-13)$$

式中: $W = 21.5 \text{ lbf}$ (重力, 见式 (12-4));

$g = 386 \text{ in/s}^2$ (重力加速度);

$b = 7.0 \text{ in}$ (机箱高度);

$c = 4.0 \text{ in}$ (机箱宽度);

代入式 (12-13):

$$I_m = \frac{21.5}{12 \times (386)} \times [4 \times (7.0)^2 + (4.0)^2] = 0.983 \text{ lbf} \cdot \text{in} \cdot \text{s}^2 \quad (12-14)$$

将式 (12-12) 和式 (12-14) 代入式 (12-7) 可求出旋转固有频率:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\theta}{I_m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2.52 \times 10^6}{0.983}} = 255 \text{ Hz} \quad (12-15)$$

使用邓肯莱 (Dunkerley) 公式, 可求出弯曲和扭转相结合时耦合模式的近似基本谐振频率 (该方法有些保守, 因为它求出的频率略低于真实频率):

$$\frac{1}{f_c^2} = \frac{1}{f_x^2} + \frac{1}{f_r^2} \quad (12-16)$$

式中: $f_x = 296 \text{ Hz}$ (沿 X 轴的弯曲; 见式 (12-6));

$f_r = 255 \text{ Hz}$ (绕基座的转动; 见式 (12-15));

代入式 (12-16):

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_c^2} &= \frac{1}{(296)^2} + \frac{1}{(255)^2} = 0.267 \times 10^{-4} \\ f_c &= \left(\frac{1}{0.267 \times 10^{-4}} \right)^{1/2} = 193 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (12-17)$$

式 (12-17) 表明, 对于低安装架、高重心的机箱, 如果忽略了耦合的话, 其基本谐振频率远低于预计值。较低的谐振频率意味着较大的位移和应力, 这将会缩短疲劳寿命。

12.6 机箱的动态载荷

机箱产生的动态载荷, 可以通过研究其动态响应特性来确定。如果假定是正弦振动输

人, 则由谐振产生的惯性载荷在均匀受载机箱的中心处最大, 而在支撑端最小。如果机箱和其支撑之间没有相对运动, 则支撑端的传输率将是单一值。

可把动态载荷近似地看作是沿机箱分布的正弦载荷 (见图 12-10)。机箱上的单位动态载荷分布可用下式表示:

$$p = p_0 \sin \frac{\pi Z}{L} \quad (12-18)$$

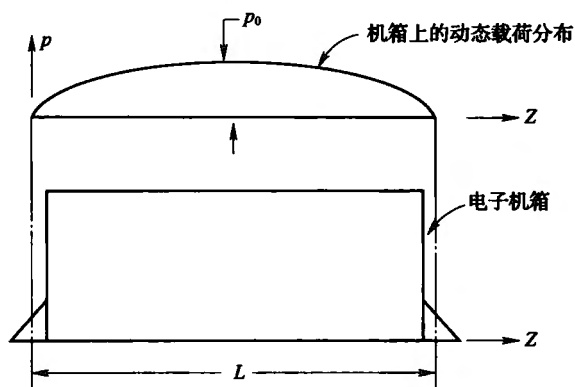


图 12-10 机箱的垂直载荷分布

该载荷的微分方程式为:

$$\frac{d^4 Y}{dZ^4} = \frac{p_0}{EI} \sin \frac{\pi Z}{L} \quad (12-19)$$

使用下式将满足该方程式的边界条件, 式中 A 是偏转形式因子:

$$Y = A \sin \frac{\pi Z}{L} \quad (12-20)$$

取前四阶导数, 表示为:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dZ} &= A \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi Z}{L} \\ \frac{d^2 Y}{dZ^2} &= -A \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi Z}{L} \end{aligned} \quad (12-21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 Y}{dZ^3} &= -A \frac{\pi^3}{L^3} \cos \frac{\pi Z}{L} \\ \frac{d^4 Y}{dZ^4} &= A \frac{\pi^4}{L^4} \sin \frac{\pi Z}{L} \end{aligned} \quad (12-22)$$

将式 (12-22) 代入式 (12-19), 解出 A :

$$\begin{aligned} A \frac{\pi^4}{L^4} \sin \frac{\pi Z}{L} &= \frac{p_0}{EI} \sin \frac{\pi Z}{L} \\ A &= \frac{p_0 L^4}{\pi^4 EI} \end{aligned} \quad (12-23)$$

将式 (12-23) 代入式 (12-20), 得出由于单位动态载荷机箱在任意点的偏转:

$$Y = \frac{p_0 L^4}{\pi^4 EI} \sin \frac{\pi Z}{L}$$

由于单位动态载荷而产生的最大偏转在机箱的中心处, 此处 $Z = L/2$:

$$Y_{\max} = \frac{p_0 L^4}{\pi^4 EI} \quad (12-24)$$

也可以把机箱等效为一个单自由度系统 (见图 12-11), 针对弯曲谐振模式求出机箱的最大偏转。因而, 可根据式 (2-30) 求得:

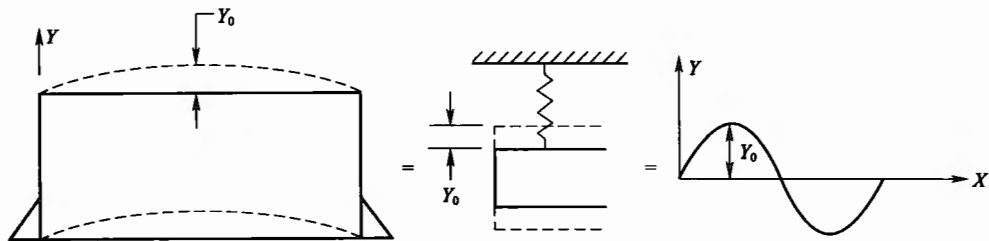


图 12-11 模拟为单自由度系统的机箱

$$Y_0 = \frac{9.8G}{f^2} \quad (12-25)$$

由于式 (12-24) 和式 (12-25) 都表示了机箱的最大偏转, 二式必定相等:

$$\begin{aligned} \frac{p_0 L^4}{\pi^4 EI} &= \frac{9.8G}{f^2} \\ p_0 &= \frac{9.8\pi^4 EIG}{L^4 f^2} \end{aligned} \quad (12-26)$$

可以用式 (12-26) 求出作用在机箱上的最大单位动态载荷。根据式 (12-3) 的均匀简支梁的固有频率, 可求出惯性矩 I 。则惯性矩为:

$$I = \frac{4f^2 WL^3}{\pi^2 Eg}$$

将上式代入式 (12-26), 电子机箱施加 $4G$ 峰值正弦振动输入时则有:

$$p_0 = \frac{9.8\pi^4 EG}{L^4 f^2} \left(\frac{4f^2 WL^3}{\pi^2 Eg} \right) = \frac{WG}{L} \quad (12-27)$$

式中: $G_{in} = 4$ (沿 X 轴的峰值输入);

$Q = 8$ (根据这类有可拆卸顶盖和底盖的机箱和安装的试验数据得出);

$G = G_{in} \times Q = 4 \times 8 = 32$ (加速度);

$W = 21.5 \text{ lbf}$ (重量, 见式 (12-4));

$L = 26.0 \text{ in}$ (长度, 见式 (12-6));

代入式 (12-27), 得到最大的单位动态载荷:

$$p_0 = \frac{(21.5) \times (32)}{26.0} = 26.4 \text{ lbf/in} \quad (12-28)$$

振动期间, 机箱沿 X 轴产生的总动态载荷可根据作用在机箱上的正弦力的分布求出, 如图 12-12 所示。曲线下的面积代表了作用在机箱上的总动态载荷, 该负载也必定通过

机箱传递到支架。

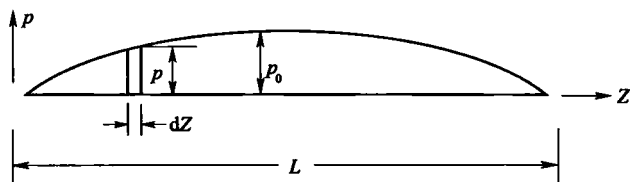


图 12-12 动态载荷在机箱上的分布

总动态载荷为：

$$P_d = \int_0^L p dZ \quad (12-29)$$

式中：

$$p = p_0 \sin \frac{\pi Z}{L} \quad (\text{见式 (12-18)})$$

$$P_d = p_0 \int_0^L \sin \frac{\pi Z}{L} dZ = \frac{p_0 L}{\pi} \left(-\cos \frac{\pi Z}{L} \right)_0^L$$

$$P_d = \frac{2p_0 L}{\pi} \quad (12-30)$$

该保守假设是，所有的内部质量在振动时都同时沿 X 轴向产生谐振，并且相位相同，此时 $p_0 = 26.4 \text{ lbf/in}$ 、 $L = 26.0 \text{ in}$ 。代入式 (12-30)，作用在机箱重心处的总动态载荷为：

$$P_d = \frac{2 \times (26.4) \times (26.0)}{\pi} = 438 \text{ lbf} \quad (12-31)$$

机箱上任意点的弯曲力矩可由下式求出：

$$M = -EI \frac{d^2 Y}{dZ^2} \quad (12-32)$$

将式 (12-21) 和式 (12-23) 代入式 (12-32)：

$$M = -EI \left[-\frac{\pi^2}{L^2} \left(\frac{p_0 L^4}{\pi^4 EI} \right) \sin \frac{\pi Z}{L} \right]$$

$$M = \frac{p_0 L^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi Z}{L}$$

最大力矩发生在机箱的中心处，此处 Z 为 $L/2$ ：

$$M_{\max} = \frac{p_0 L^2}{\pi^2} \quad (12-33)$$

式中： $p_0 = 26.4 \text{ lbf/in}$ （动态载荷，见式 (12-28)）；

$L = 26.0 \text{ in}$ （长度，见式 (12-6)）；

代入式 (12-33)，得机箱中心处的弯曲力矩：

$$M_{\max} = \frac{(26.4) \times (26.0)^2}{\pi^2} = 1810 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (12-34)$$

12.7 机箱的弯曲应力

振动期间机箱侧板沿 X 轴向的弯曲应力，可根据标准的弯曲应力公式求出：

$$S_b = \frac{Mc}{I_x} \tag{12-35}$$

式中： $M=1810\text{lbf}\cdot\text{in}$ （见式（12-34））；

$c=2.0\text{in}$ （见式（12-8））；

$I_x=3.48\text{in}^4$ （见式（12-2））。

代入式（12-35），弯曲应力为：

$$S_b = \frac{(1820) \times (2.0)}{3.48} = 1045\text{lbf/in}^2 \tag{12-36}$$

该应力值较低，设计好像是令人满意的。但是，必须复核侧板，看其是否能够承受该应力载荷而不产生屈曲。机箱的宽壁在压缩弯曲载荷的作用下，其临界屈曲应力可从下述公式求出：

$$S_{cr} = KE \left(\frac{t}{b} \right)^2 \tag{12-37}$$

因子 K 与承受该压缩弯曲载荷的侧板的边缘约束情况有关。该侧板的更详细情况如图 12-13 所示。

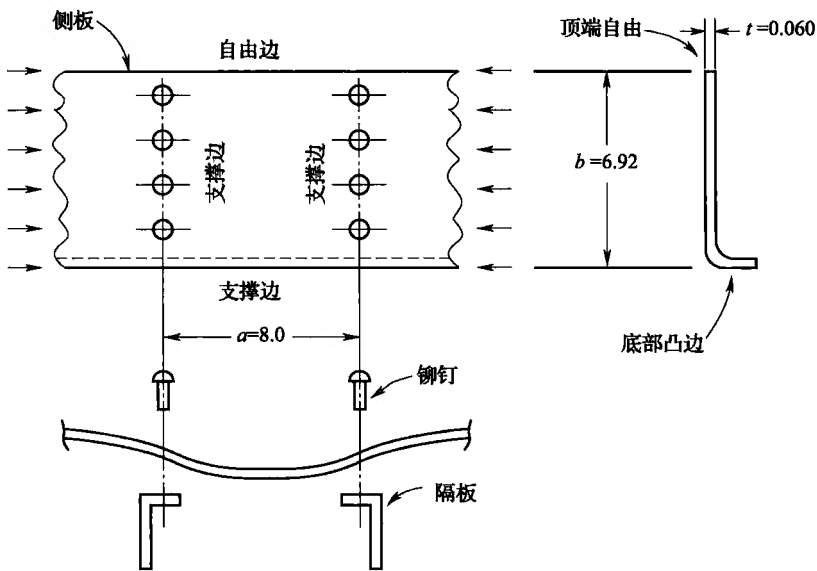


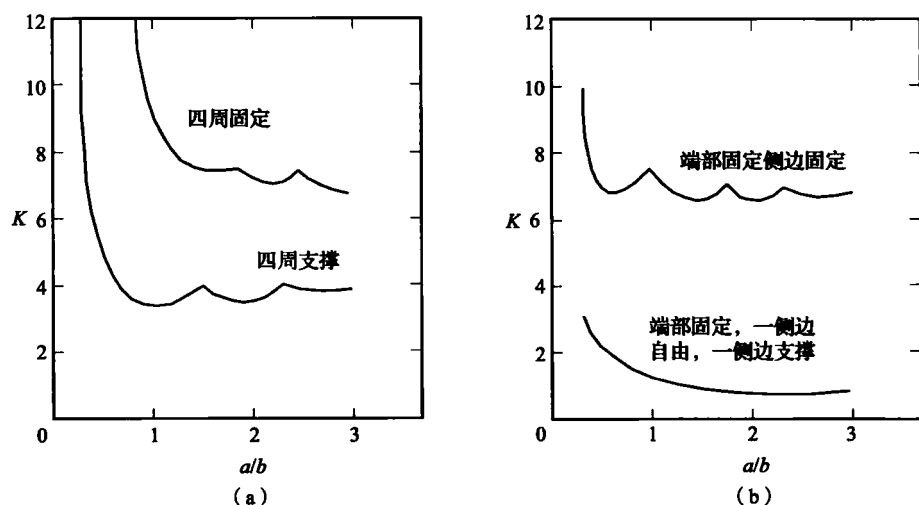
图 12-13 机箱侧板的尺寸

侧板的顶边在分析时必须作为自由边，因为它们没有支撑。而侧板的底边，如果底盖在这个区域哪怕有一个螺钉防止该端转动，则可把它看成是有支撑的。侧板与隔板铆接，防止发生位移，也不转动，所以这些边肯定认为是有支撑的。

分析时，把侧板看作是一个平板，两端固定，一边自由，一边有支撑。长宽比，即形状比，为

$$\frac{a}{b} = \frac{8.0}{6.92} = 1.15$$

根据图 12-14 (b) 所示的曲线：

图 12-14 因弯曲而致屈曲的因子 K

$$K = 1.2 \quad (12-38)$$

要求使用以下数据:

$E = 10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝的弹性模量);

$t = 0.060 \text{ in}$ (厚度);

$b = 6.92 \text{ in}$ (板的宽度)。

代入式 (12-37), 求临界屈曲应力 S_{cr} :

$$S_{cr} = 1.2 \times (10 \times 10^6) \times \left(\frac{0.060}{6.92} \right)^2$$

$$S_{cr} = 902 \text{ lbf/in}^2 \quad (12-39)$$

12.8 弯曲产生的屈曲应力比

可以使用应力比来确定由于振动时沿 X 轴向产生的压缩弯曲应力而引起侧板屈曲的安全裕度。

由于弯曲而导致的屈曲应力比定义为:

$$R_b = \frac{S_b}{S_{cr}} \quad (12-40)$$

式中: $S_{cr} = 902 \text{ lbf/in}^2$ (屈曲应力, 见式 (12-39));

$S_b = 1045 \text{ lbf/in}^2$ (侧板弯曲应力, 见式 (12-36))。

代入上式, 求得该比值为:

$$R_b = \frac{1045}{902} = 1.16 \quad (12-41)$$

屈曲的安全裕度 (MS), 可根据标准公式求出:

$$MS = \frac{1}{R_b} - 1 \quad (12-42)$$

$$MS = \frac{1}{1.16} - 1 = -0.138 \quad (12-43)$$

安全裕度为负值,表示侧板在振动时将受压屈曲。

显然,如果侧板在振动时被屈曲,则它们不能承受压缩载荷。这就是说,式(12-2)给出的横截面惯性矩不能成立。因而,机箱将有一个低于式(12-17)给出的193Hz的耦合谐振频率。另外,由于式(12-25)给出的位移将增大,因而动态应力也将增大。由于疲劳寿命取决于应力量值(如本书第12章所述),所以应力增大将导致很快发生故障。

增加侧板的刚度(从而也增加了整个机箱的刚度)的一种简单办法,是把侧板的顶边做成带有凸缘形状的(如图12-15所示)。如果上盖沿着这个凸缘在几个地方与侧板固紧在一起,则侧板的刚度将会大大增加。以这种方式围成的金属薄板机箱,可以更有效地利用盖板作为抗剪切板。实质上,只增加了很少一点重量,就能增加机箱总的刚度。这些顶边的凸缘,使侧板相当于一块四边都有支撑的平板,它必将增加侧板的刚度。这种几何形状的K因子(如图12-14所示)为:

$$K = 3.7 \quad (12-44)$$

代入式(12-37),可得出临界屈曲应力:

$$S_{cr} = 3.7 \times (10 \times 10^6) \times \left(\frac{0.060}{6.92} \right)^2$$

$$S_{cr} = 2780 \text{ lbf/in}^2 \quad (12-45)$$

在侧板的上边增加小的凸缘,如图12-15所示,对式(12-1)和式(12-2)所表示的机箱横截面的惯性矩影响很小。即使保守一点,假设增加了小凸缘未改变这些惯性矩值,因而动态载荷和式(12-36)所给出的弯曲应力也未变化,但是因弯曲而致的屈曲应力比将发生变化。把式(12-36)和式(12-45)代入式(12-40),对于刚性增大了的机箱,其弯曲而致的屈曲应力比为:

$$R_b = \frac{S_b}{S_{cr}} = \frac{1045}{2780} = 0.376 \quad (12-46)$$

由于屈曲的弯曲应力比小于1.0,显然侧板将不再因过度的压缩弯曲应力而屈曲。然而,在侧板上除了弯曲应力外还作用有另一应力,它也能引起屈曲,这就是在沿X轴向振动时由动态载荷产生的扭转剪切应力,如图12-8所示。该扭转剪切应力是由于高重心产生的倾覆力矩引起的。

侧板的屈曲安全裕度,可通过把弯曲和扭转剪切二者的屈曲应力比结合在一起求出。弯曲的屈曲应力比见式(12-46)。剪切的屈曲应力比可通过分析在侧板上产生的倾覆力矩和引起的剪切应力求出。

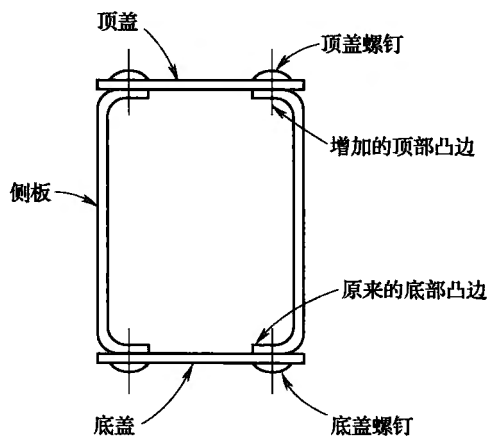


图 12-15 增加了顶边凸缘的机箱横截面

12.9 机箱的扭转应力

沿 X 轴振动时, 倾覆力矩将迫使机箱以与弯曲模式相耦合的扭转模式绕其机座转动。这是由于重心高而造成的, 而重心高是因为机箱每一端的安装凸耳较低的结果。机箱绕纵轴转动时则产生扭转剪切应力, 如图 12-16 所示。

图 12-7 和图 12-15 所示的电子机箱的横截面, 是电子工业常用的结构形式, 它是一种薄的金属板箱子, 其盖板用几个螺钉固紧在箱体上。这并不能形成坚固的箱体结构。箱体扭转时上盖和底盖将产生滑动, 显然这些盖板不能 100% 有效地消除相对运动。因此, 在分析箱体时不能看成是封闭截面; 同时, 盖板的确提供了一定的支撑, 所以也不能把箱体看成是开口截面。

在这些条件下, 可以根据螺接盖板在振动时阻止相对滑动的能力, 对螺接盖板使用效率因子。正如本书 12.4 节所阐述的, 该效率因子是螺钉的数量、螺钉尺寸、板厚等的函数。有了该效率因子, 就有可能用封闭截面的标准剪切流公式近似求出每一块板的剪切流和剪切应力。然后, 就能用剪切中心方法, 以及每一块板的剪切流, 写出机箱横截面的平衡方程式。

对图 12-16 所示的机箱横截面, 由于它是对称的, 其剪切中心位于机箱中心, 剪切流方程可以写成:

$$T = 2 \sum A_i q_i \quad (12-47)$$

式中: A = 连接剪切中心和板的端点的直线所构成的三角形的面积;

$$A_1 = 2 \times (1/2) \times (7.0) \times (2.0) = 14.0 \text{ in}^2 \text{ (两个截面);}$$

$$A_2 = 2 \times (1/2) \times (4.0) \times (3.5) = 14.0 \text{ in}^2 \text{ (两个截面);}$$

$$q = \text{每一块板的剪切流, lbf/in};$$

$$P_d = 438.0 \text{ lbf (动态载荷, 见式 (12-31));}$$

$$d = 4.0 \text{ in (安装面到重心的距离);}$$

$$T = P_d \times d = 438 \times (4.0) = 1752 \text{ lbf} \cdot \text{in (沿 } X \text{ 轴的 } 4G \text{ 峰值输入产生的力矩);}$$

代入式 (12-47):

$$\begin{aligned} T &= 2(A_1 q_1 + A_2 q_2) \\ 1752 &= 2 \times (14) q_1 + 2 \times (14) q_2 \\ q_1 + q_2 &= \frac{1752}{2 \times (14)} = 62.5 \text{ lbf/in} \end{aligned} \quad (12-48)$$

注意, 环氧树脂玻璃纤维互连线路板并没有包括在系统中 (见图 12-7), 这是由于

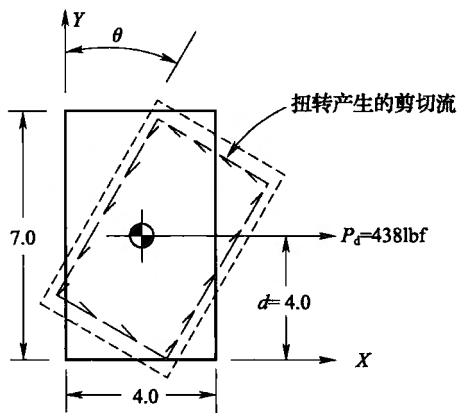


图 12-16 机箱因扭转而产生的剪切流

该环氧树脂板的螺钉安装托架以一定的间距装在机箱的侧壁上,而侧壁的剪切流仅影响托架本身。环氧树脂板对系统的剪切流的不大的影响可忽略不计,可大大地简化问题。

通过考虑每一块板的剪切流以及每一块板的螺钉连接效率因子,可建立 q_1 与 q_2 的另一个等式。看一下图 12-17 所示的机箱的横截面,剪切流的分布本身与每一块板剪切承受

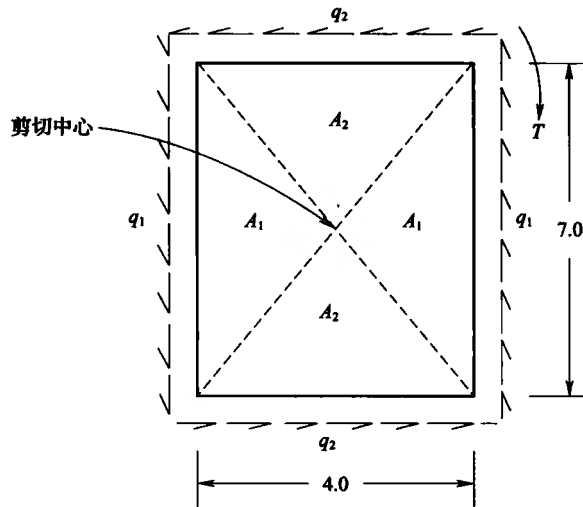


图 12-17 机箱横截面的剪切流情况

能力成正比。具有高剪切强度的板,将承受更高比例的扭转载荷。由于每一块板的剪切承载能力与它的横截面面积以及其螺接效率有关,所以每一块板的剪切强度可表示为(见图 12-7):

$$\begin{aligned} K_1 &= A_1 e_1 \\ K_2 &= A_2 e_2 \end{aligned} \quad (12-49)$$

式中: $A_1 = (6.92) \times (0.060) \times (2) = 0.83 \text{ in}^2$ (两块侧板的面积);

$A_2 = (4.0) \times (0.040) \times (2) = 0.32 \text{ in}^2$ (顶板和底板的面积);

$e_1 = 100\%$ (侧板的效率);

$e_2 = 10\%$ (上盖板和底盖板的螺接效率)。

代入式 (12-49):

$$K_1 = (0.83) \times (1.00) = 0.83$$

$$K_2 = (0.32) \times (0.10) = 0.032$$

每一块板的剪切流与剪切强度成比例:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{0.83}{0.032} = 26.0$$

即

$$q_1 = 26.0 q_2 \quad (12-50)$$

将式 (12-50) 代入式 (12-48), 求解:

$$26.0 q_2 + q_2 = 62.5$$

所以

$$q_2 = 62.5/27.0 = 2.32\text{lb/in}$$

$$q_1 = 26.0q_2 = 60.4\text{lb/in} \quad (12-51)$$

这表明侧板比螺接的上盖板和底盖板承受更大的剪切载荷。侧板中的剪切应力，包括扭转动态载荷在内，可由标准的应力公式求出：

$$S_s = \frac{q_1}{t} \quad (12-52)$$

式中： $q_1 = 60.4\text{lb/in}$ （剪切流；见式（12-51））；

$t = 0.060\text{in}$ （板的厚度）。

那么

$$S_s = \frac{60.4}{0.060} = 1007\text{lb/in}^2 \quad (12-53)$$

这仅是近似值，因为它是基于横截面是直角且为螺钉连接。然而，尽管是近似，它仍然提供了评价机箱板特性的手段，以确定它们受到剪切载荷时是否会屈曲。

12.10 剪切的屈曲应力比

在确定侧板剪切而产生的临界屈曲应力时，可以把侧板的四个边看成简单支撑，而板的顶和底边有凸边，见图12-13和图12-15。侧板的顶边有凸边时，剪切流如图12-16和图12-18所示。

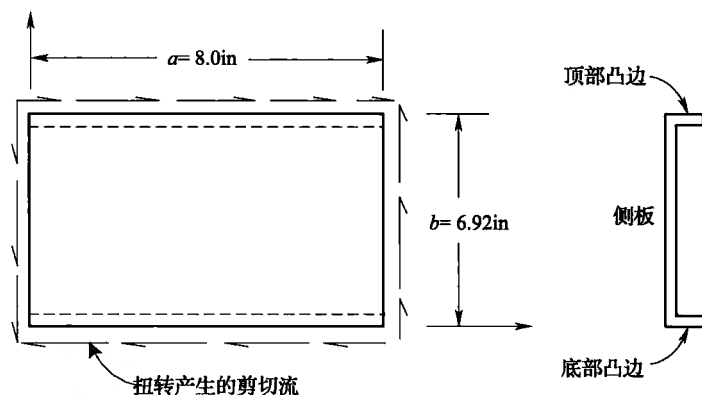


图12-18 机箱侧壁的剪切流情况

侧壁在剪切载荷的作用下产生的临界屈曲应力，可以看作与压缩载荷下的临界屈曲应力具有同一种形式。该等式变为：

$$S_{s,cr} = K_s E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (12-54)$$

因子 K_s ，是承受剪切的侧板的边缘约束和形状比的函数。可以利用图12-19 确定四边简支的金属薄板的 K_s 因子：

$$\frac{a}{b} = \frac{8.0}{6.92} = 1.15$$

对这种几何形状, 图 12-19 中的值为:

$$K_s = 7.4 \quad (12-55)$$

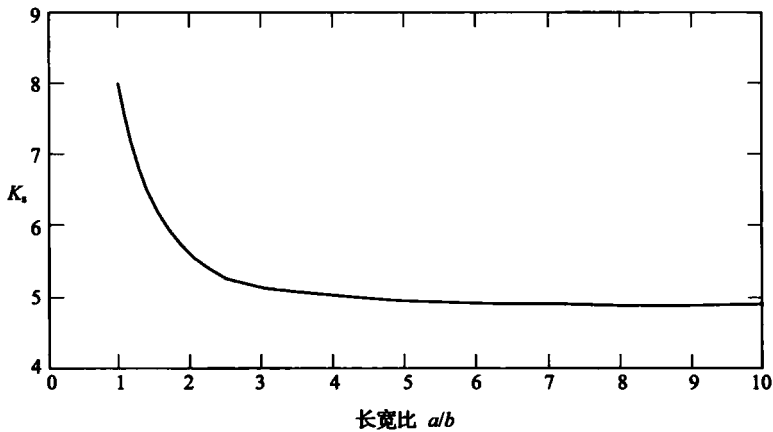


图 12-19 因剪切而致屈曲的因子 K_s

另有:

$E = 10 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (铝的弹性模量);

$t = 0.060 \text{ in}$ (厚度);

$b = 6.92 \text{ in}$ (侧板的最短尺寸)。

代入式 (12-54), 求出临界屈曲应力:

$$S_{s,cr} = 7.4 \times (10 \times 10^6) \times \left(\frac{0.060}{6.92} \right)^2 = 5560 \text{ lbf/in}^2 \quad (12-56)$$

因扭转产生剪切而导致的屈曲应力比为:

$$R_s = \frac{S_s}{S_{s,cr}} \quad (12-57)$$

式中: $S_{s,cr} = 5560 \text{ lbf/in}^2$ (见式 (12-56));

$S_s = 1007 \text{ lbf/in}^2$ (见式 (12-53))。

代入式 (12-57):

$$R_s = (1007)/(5560) = 0.181 \quad (12-58)$$

12.11 屈曲的安全裕度

对于刚性较大的机箱, 由于压缩弯曲应力和剪切应力的综合作用而导致屈曲的安全裕度 (MS), 可由标准公式求出:

$$MS = \frac{1}{(R_b^2 + R_s^2)^{1/2}} - 1 \quad (12-59)$$

式中: $R_b = 0.376$, 弯曲比 (见式 (12-46));

$R_s = 0.181$, 剪切比 (见式 (12-58))。

代入式 (12-59):

$$MS = \frac{1}{[(0.376)^2 + (0.181)^2]^{1/2}} - 1 = +1.40 \quad (12-60)$$

安全裕度为较大的正值,表明带有凸缘的侧板在承受4G峰值输入的X轴向振动时,不会产生屈曲。

12.12 重心安装

如果用重心安装方式代替底座安装,则在沿X轴向振动时,如图12-8和图12-9所示,横向弯曲模式将不再与扭转相耦合。也就是说,这些谐振模式是彼此独立的(见图12-20)。

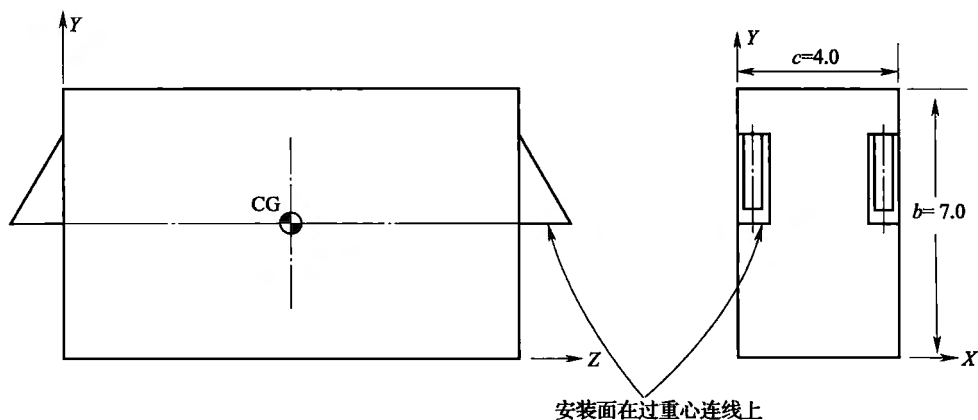


图12-20 重心安装方式的电子机箱

垂直方向(即Y轴方向)的固有频率,与式(12-5)给出的频率一致,为344Hz。而横向(即X轴向),与式(12-6)给出的频率一致,为296Hz。机箱扭转模式的固有频率仍可由式(12-7)求出,但式(12-13)所确定的质量惯性矩将发生变化。此时,质量惯性矩必定通过重心,如下式所示:

$$I_m = \frac{W}{12g}(b^2 + c^2) \quad (12-61)$$

$$I_m = \frac{21.5}{12 \times (386)} \times [(7.0)^2 + (4.0)^2] = 0.302 \text{ lbf} \cdot \text{in} \cdot \text{s}^2 \quad (12-62)$$

将式(12-12)和式(12-62)代入式(12-7),求出非耦合的转动固有频率:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_\theta}{I_m} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2.52 \times 10^6}{0.302} \right)^{1/2} = 460 \text{ Hz} \quad (12-63)$$

过重心安装时,弯曲谐振频率与扭转谐振频率不再耦合,因此,必须分别研究一下弯曲谐振模式单独作用时和转动谐振模式单独作用时机箱的动态应力。

首先看一下4G正弦振动输入、过重心安装时的弯曲谐振模式,如果谐振时的传输率仍为8,则式(12-28)保持不变,故式(12-31)给出的总动态载荷仍为438lbf。式(12-36)给出的弯曲应力为1045lbf/in²,在侧板上边没有凸缘时仍将使侧板屈曲。这会产生负的安全裕度,如式(12-43)所示。

如果侧板的上边增加了凸缘，如图 12-15 所示，则由弯曲单独作用产生的屈曲应力比，等于式（12-46）所给出的 0.376。而弯曲单独作用时的屈曲安全裕度，可由下式求出：

$$MS = \frac{1}{R_b} - 1 \quad (12-64)$$

将式（12-46）代入式（12-64）：

$$MS = \frac{1}{0.376} - 1 = +1.66 \quad (12-65)$$

安全裕度为较大的正值表明，侧板在顶边和底边有凸缘时，在振动输入为 4G 峰值加速度时，不会产生屈曲。

下面再研究一下非耦合的扭转谐振模式。过重心安装时，根据 X 轴向振动时的动态重心位置，求动态倾覆力矩。由于机箱结构中的各种元器件受到谐振激励时，机箱的动态重心可能会稍微发生一些变化，从而将产生扭转振动模式。然而，除非动态平衡很差，或者有相当大的内部质量发生了严重的谐振，否则过重心安装机箱的扭转谐振非常小。这种谐振模式产生的应力，低于非耦合弯曲谐振产生的应力。因此，应主要根据过重心安装机箱的弯曲特性来考虑结构设计。

12.13 求解机箱动态力和应力的简单方法

一种更简单也更保守的分析方法可用于求解作用在电子机箱上的动态力和应力。代替图 12-10 中的更精确也更复杂的正弦波动态负载函数的使用，简单使用一个用于机箱的均匀动态负载函数，如图 12-21 所示。作用在机箱上的新的动态负载利用示于式（12-27）中的数值求取，如下所示：

$$P_d = WG_{in}Q = (21.5) \times (4.0) \times (8) = 688.0 \text{ lbf} \quad (12-66)$$

作用在机箱上的均匀单位负载 p_0 能够根据动态负载和 26in 的机箱长度求得：

$$p_0 = \frac{P_d}{L} = \frac{688}{26} = 26.46 \text{ lbf/in} \quad (12-67)$$

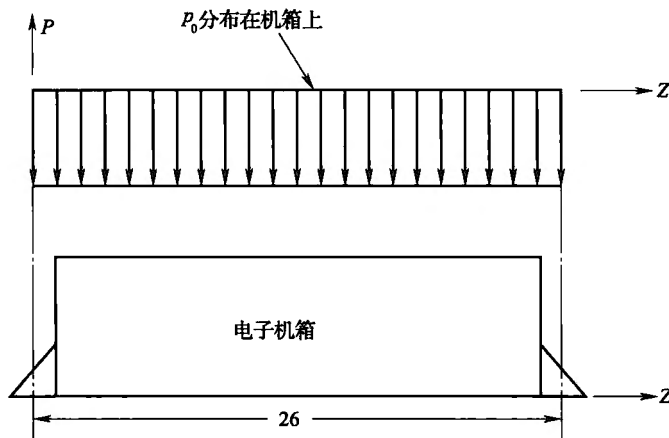


图 12-21 用于评价机箱上的动态负载的较简单的但不太精确的方法

在机箱的中心动态弯曲力矩将最大，该数值能根据如下所示的力矩之和求得：

$$M_{\max} = \frac{p_0 L}{2} \left(\frac{L}{2} \right) - \frac{p_0 L}{2} \left(\frac{L}{4} \right) = \frac{p_0 (L)^2}{8} = \frac{(26.46) \times (26)^2}{8} = 2236 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (12-68)$$

机箱侧板中的动态弯曲应力能够根据式 (12-35) 的弯曲应力求取如下：

$$S_b = \frac{M_{\max} c}{I_x} = \frac{(2236) \times (2.0)}{3.48} = 1285 \text{ lbf/in}^2 \quad (12-69)$$

利用保守的方法示出的上述弯曲应力值大约比式 (12-36) 中示出的更准确的 1045 lbf/in^2 的弯曲应力值要大 23%。

第 13 章 制造方式对电子设备可靠性的影响

13.1 引言

对大多数电子设备故障的检查表明，它们在本质上全是机械故障。典型硬故障包括：焊点破裂、引线断裂、印制电路断裂、电镀通孔断裂、连接器插针破损、螺钉折断、元件破裂、密封破坏以及硅片破碎等。电磁脉冲（EMP）、分子迁移和焊剂蠕变也可以视为上述情况。高湿度和冷凝也可能作为分界线。常常将射频干扰（RFI）、电磁干扰（EMI）、噪声和中继自激看成是软故障，因为扰动撤销后系统仍然能够工作。这些故障中有些是因为设计不良引起的，有些是因为制造不良引起的。要确定哪方面是主要故障原因常常是非常困难的。有时候是由于两方面的缺陷共同引起的。

制造成本常常是决定项目成功和失败的主要因素，并且常常也是公司自身成功的主要因素。一个大的成本推动因素是公差控制。严格的制造公差能够提高产品的质量和可靠性，但是它也会增加成本。因此，人们希望较松的公差，因为它们能够降低成本，但是松动的公差也会缩短在严酷动力和热环境下工作的电子设备的有效疲劳寿命。当利用较松的公差降低成本时，电子设计必须做到较大的故障容差，既能降低成本又能保持较高的可靠性。这通常就意味着，设计中必须使用较高的安全因子，或者为保证产品的可靠性必须进行更多的分析和更多的样机试验。而这样做最终又会增加设计成本。这种方法是可以接受的，因为设计工作是一次性成本，而制造工作是经常性成本。

13.2 电子元件和引线的标准公差

电子元件自身中，尺寸公差变化可能是最大的。对图 13-1 所示的双列直插式封装（DIP）的检查表明，元件本体和引线的尺寸变化很大。这些领域中的大的尺寸变化，也会使在严酷振动、冲击和热循环条件下工作期间，这些元件的疲劳寿命发生很大变化。仅仅元件引线的尺寸变化，很可能使许多元件的疲劳寿命缩短到 1%。许多不同的公司制造的元件具有相同的形式、配合和功能。每一个元件制造商都有不同的、用于生产特殊元件的成套工具和模具。对于不同元件制造商来说，试图定期地满足建立并保持各种电子元件的严格的尺寸公差，这些不同的成套工装模具可能会变得极为昂贵。

可惜大型公司的采购经理也有他们自己的问题，即他们总是试图以合理的价格采购到足量的各种元件。而且他们还收到来自机械设计工程师小组的请求——希望具有特殊形状、向某个特定的公司采购的一种特殊类型的元件，因为这是仅有的一种能够通过振动试验的元件。而采购部门说不是，因为他们并不喜欢单一的货源。

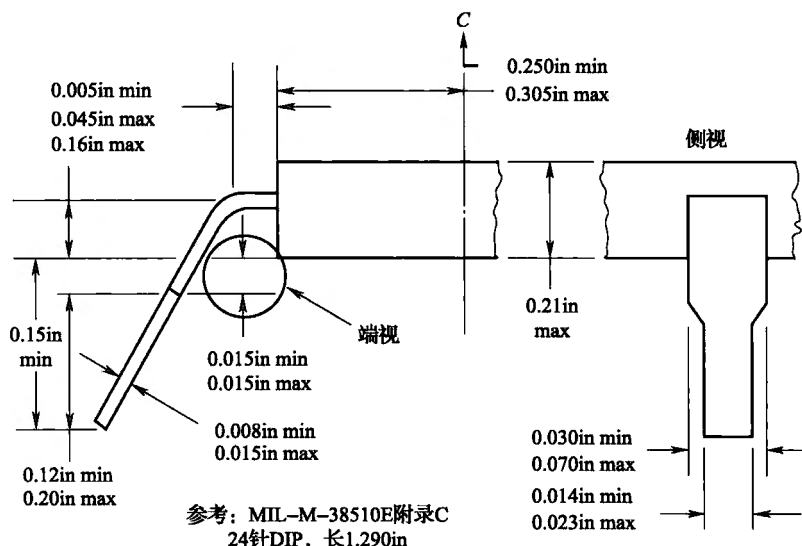


图 13-1 因为制造公差引起的元件尺寸的典型变化

如果碰巧单一货源发生罢工、失火或地震呢？机械设计小组就必须使他们的设计更为容错，以适应可从不同制造商获得的元件。更为容错的设计是具有较高的安全因子的设计，以补偿由于形状变化产生的更高的应力。较高的安全因子将导致重量更高、尺寸更大以及成本增加。订货量很大时，元件制造商往往愿意按严格的公差和较低的定价制造特殊元件。有很多不同制造部门的许多大公司，能通过在一个领导之下综合他们的采购要求，运用这种策略的优势，这样他们就能采购到大量低价的元件。

另一方面，大尺寸公差能够引起 PCB 自身的可靠性问题。最关键的通常是厚度公差，如多层 PCB 的 $\pm 0.0070\text{in}$ 的名义制造公差。典型 PCB 的厚度约为 0.062in 。由于这些公差引起的总厚度的变化可能使得 PCB 的固有频率变化大约高达 40%。位移和应力与 PCB 固有频率的平方成反比。引线的疲劳寿命与 6.4 的疲劳指数相关。将这两个条件综合在一起显示，PCB 厚度从最小到最大的全部公差范围，能够使振动疲劳寿命变化高达 27:1。

例题：PCB 公差对频率和疲劳寿命的影响

厚度为 0.062in 的插入式 PCB 具有 150Hz 的固有频率。生产的 PCB 的下限厚度为 0.055in 。假定其重量变化可以忽略，试确定其对与下列参数的影响：

- ① PCB 固有频率；
- ② 动态位移和应力；
- ③ 预计的疲劳寿命。

解：① 当 PCB 的长度、宽度和重量保持不变时，其固有频率将仅取决于它的厚度。与厚度有关的频率方程部分如下：

$$f_n = 150 \sqrt{\frac{h_1^3}{h_2^3}} = 150 \times \sqrt{\frac{(0.055)^3}{(0.062)^3}} = (150) \times (0.835) = 125\text{Hz} \quad (13-1)$$

②当输入加速度 G 值不变时, 动态位移 (或应力) 将与式 (2-33) 所示的频率和传输率相关:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Q_1 / (f_1)^2}{Q_2 / (f_2)^2} = \frac{\sqrt{125} / (125)^2}{\sqrt{150} / (150)^2} = 1.314 \quad (13-2)$$

③式 (13-2) 表明: 当固有频率从 150Hz 降低到 125Hz 时, 动态位移和应力将增大到 1.314 倍。增大的动态应力将导致疲劳寿命的降低。引线的疲劳寿命与如下的疲劳曲线的斜率相关, 式中 $b = 6.4$:

$$\frac{\text{寿命 1}}{\text{寿命 2}} = \frac{1}{(1.314)^{6.4}} = 0.174 \quad (13-3)$$

导出的低比值意味着, 如下式所示, 当 PCB 厚度降低到 0.055in 时, 引线的疲劳寿命将降低 82.6%。

$$\text{寿命降低} = (1 - 0.174) = 0.826 (\text{或 } 82.6\%) \quad (13-4)$$

上述的另一种表示方法是, 如下式所示, 当 PCB 厚度从 0.062in 降低到 0.055in 时, 其疲劳寿命将变化为原来的 5.74 倍。

$$\text{疲劳寿命比变化} = (1.314)^{6.4} = 5.74 \quad (13-5)$$

当考虑整个公差变化范围 0.055in 降低到 0.069in 时, 固有频率将从 125hz 变化到 176hz, 固有频率的变化约为 40%。将这两个频率值代入式 (13-2), 将得到 1.671 的位移比。对应于这种 PCB 厚度变化的疲劳寿命比将是:

$$\text{疲劳寿命比变化} = (1.671)^{6.4} = 26.7 \quad (13-6)$$

13.3 与 PCB 厚度公差有关的问题

在振动期间频繁发生的问题与 PCB 的尺寸标注和制造的方式相关。这种情况常常发生在样机制造和非常成功地经受振动试验的时候。系统投入生产, 首批生产单元是非常成功的。如果生产并交付更多的单元, 振动相关故障会突然大量地出现在元件引线和焊点之中。结果人人都疲于应付以解决这种紧急情况。材料人员怀疑元件引线使用了不良材料。而发货人员怀疑发货部门没有正确地包装产品。环境应力筛选部门受到指责: 加速度计校准不正确导致过高的振动量值, 从而导致用掉了太多的疲劳寿命。生产组装人员受到指责: 忽略了将 PCB 刚性地压紧到机箱上的楔形制动螺纹的力矩, 以至于 PCB 经受了较高的加速度量值。检查和复查制造图样的尺寸, 以确保每一件事情均在正确的尺寸和公差范围内。每一件事情似乎都是正确的, 但现场故障却继续出现。

有一天, 相当偶然地, 有人测量了环氧玻璃纤维板裸板材料自身的厚度, 发现其低于与基材关联的标称允许公差变化的下限。怎么可能会这样? 产品硬件坯材的尺寸是经过严格检查的, 而且认为它们是符合产品详细设计图样的。于是要求再认真检查一次图样以解决困惑。电路板的总厚度, 是在符合生产图样的铜电路印制线和电镀焊点之上测量的。但是, 并没有对电路板本身的厚度提出尺寸要求。这就是许多电子设备制造商的常见做法。PCB 的厚度是在铜电路印制线和电镀焊点之上测量的。当此厚度低于公差下限时, PCB 只是简单地返回以增加焊料直至满足图样所要求的厚度。这就导致较高的动态应力和位移,

同时也降低了安装在 PCB 上的元件的疲劳寿命。必须更改所有现有图样和所有新图样,以显示裸板的厚度以及铜印制线和焊点上的厚度以防未来再出现问题。

13.4 不良黏结方法对结构强度的影响

结构常常要求局部增加一些加强肋,以提高固有频率。较高的固有频率减小了位移和应力,从而延长了疲劳寿命。有许多不同的结构黏结剂可用于黏结金属和塑料。最广泛地用于电子工业的两种黏结材料是聚亚胺酯和环氧树脂。聚亚胺酯不像环氧树脂那样硬和坚固,聚亚胺酯稍软一些,特别是在低温条件下,因此它在负载下可能更不容易破裂。而环氧树脂更硬也更坚固,但它在低温下更容易碎裂,因此它在经受交变载荷时常会破裂。当将这两种材料用于将塑料零件黏结在一起时都能很好地工作。当将这两种材料用于将金属与塑料或金属与金属黏结在一起时,工作可能都不太好,除非采取了特殊的预防措施。

黏结任何材料零部件都要遵循的一条铁律就是:只要没有粘牢,它就会滑脱。考虑一个要攀爬陡坡的登山者。登山者必须在山脉的一侧凿孔以获得一个好的着力点(grip,即抓手),否则就要冒滑落的风险。考虑一直在浴缸内试图爬上陡壁逃跑的蜘蛛,它在一再滑落之前能够爬到垂直陡壁的半途。考虑一个工程师,他必须将一个又薄又硬又光的金属薄垫片粘贴到一个大型关键器件下面的环氧玻璃纤维板 PCB 的上面,以防止其在振动中出现故障。工程师事先得警告说,因为没有固紧力,环氧玻璃纤维板不能粘到一个又硬又光的表面。光滑表面必须打毛,并且要在该垫片上钻几个通孔。这样,就能使环氧树脂渗入该垫片而形成环氧铆钉。在该垫片离开 PCB 之前,这些环氧铆钉必须受迫剪切。生产工程师没有足够的时间为所有这些额外的工作申请补偿,而且还包括没有用于描述在将垫片黏结就位之前,必须用于打毛光滑金属零件的敲击方法、材料、手工压力和敲击次数的工艺规范。工程师只不过是仔细地清洁薄垫片,在金属两个表面涂上环氧涂层,将它们夹在一起,并将组件放入烘箱以快速固化。固化后,使 PCB 经受试验,看变硬的垫片是否解决了问题。零件出现故障。对 PCB 的检查显示,变硬的薄垫片失踪了。结果在底板上找到了该垫片。出现这种问题是因为它未能正确地黏结到 PCB 上。对这种简单的固定拒收,废弃所有的现存零部件,并且指令对 PCB 进行昂贵的再设计,以改进这一问题。

上述情况是真实的,并且它已在许多不同的公司重复出现了 12 次。失败是成功之母。但对某些只有很少试验经验的人员来说,要体会到在不同热循环和动态环境中可能产生的力的重要性,常常是很困难的。

13.5 将小型轴心引线元件焊接到通孔 PCB 上的问题

当小型轴心引线元件通过波峰焊焊接到通孔 PCB 上时,常常遇到焊点问题。当元件本体与 PCB 表面齐平安装时,小直径元件本身会形成一个很短的垂直线腿。齐平安装为传导冷却元件提供了一个良好的热传输通道。当电镀通孔直径与引线直径之比设置不当时,焊

料势必沿垂直线腿向上“虹吸（wick up）”得很高，径直虹吸至引线的弯曲半径。这在结构上会将引线应力（原文误为 stain）消除段短路。与元件本体和 PCB 的硬度相比，细的垂直引线是很柔软的。细引线将弯曲，其作用类似于振动、冲击和热循环期间的任一时刻由于 PCB 偏移而消除了应力。因为引线很柔软，它能够在很小的力的作用下移动相当大的幅度。小的力产生小的应力，从而延长了疲劳寿命。当焊料沿垂直线腿虹吸至弯曲半径时，就失去了应力消除段。形成的结构变得很硬。很小的位移幅度就能产生很高的力和应力，从而易于造成焊点或元件本体的破裂。

将元件本体抬高到高于 PCB 表面 0.050in，将使垂直线腿更长，这样焊料就不能向上吸至弯曲半径。可以在引线的垂直线腿中设置一个小的弯环，以抬高元件本体，使之高于 PCB。这样仍旧允许元件利用抬放（pick - and - place，抬高再放下）机构自动地加载。类似路面减速装置的凸起也可以用于抬高元件本体，使之高于 PCB。这些凸起是一些直径约为 0.090in、高约 0.050in 的柱状圆盘。抬放机构能够用于抬高一个带有小真空管的圆盘。该圆盘能够放在一个用稀液胶膜覆盖的台面上，然后再放在 PCB 上，这样它就能被置于使元件高于 PCB 达 0.050in 的位置。新的较长的垂直线腿将会防止焊料向上虹吸至弯曲半径处。必须检查元件的温度升高，以保证不会在新的升高位置出现过热。

13.6 由已知的不良制造方法引起的各种问题

必须小心控制制造和组装工艺和步骤，以保证电子设备的可靠性。许多军用电子设备中的早期现场故障已经追溯到制造方法，而这些制造方法在初步设计和分析评价中通常是不予评价的。下面描述的是一些有文件证明的故障。

①敷形涂覆通常用于防止水分、湿气、沙尘、有害蒸气和液体、燃油，甚至是野蛮操作对于电子设备的有害影响。它们通常以薄膜涂层的形式喷涂，以获得保护。需要的话，有时涂料会特别的厚。涂料则可填入小型瓷片电阻器和电容器的下面，也可填入不同类型的通孔轴心引线元件和大型小仰角（fine - pitch）表面安装元件的应力消除段。在严酷环境中工作几个月之后的记录显示，由于热循环条件下热膨胀的差异，瓷片电阻器和电容器破裂了，轴心引线元件的焊点破裂了，同时小仰角元件上的焊点也破裂了。

②已经知道波峰焊操作会抬高某些元件使之离开 PCB。有时这会造成轴心引线元件的斜翘，即一端的垂直引线会很短而另一端的引线会很长。这样，焊料向上虹吸至短引线端的弯曲半径。在结构上虹吸的焊料短接了较短的引线应力消除段。这就增大了焊点中的力和应力，从而缩短了其工作寿命。

③引线成形模常常用于快速弯曲元件引线，使之与焊盘相匹配。有时操作者会不小心，有时成形模会用旧或者它们未能正确地对准。这样就会在引线中形成急弯的半径，或者较深的切口或刮伤。这些缺陷发展成很高的应力集中而造成高应力和工作寿命的缩短。

④电子组件中常常使用机制零部件。在许多情况下，为承载诸如振动一类的交变动载荷，常常需要在关键结构件中机制出非常小的弯角。小弯角会生成高的应力集中和高应力，而众所周知，这会降低工作寿命。

⑤许多像变压器一类的通孔部件，具有从部件平坦底部伸出的引线。这类部件不必贴

在 PCB 上安装, 这样在 PCB 与变压器之间就没有气隙。这样做有两个理由。第一个理由是清除焊渣并使之流出部件底部是很困难的。当在高湿度和小电流下遇到这种情况时, 就可能在部件下面促进晶状物的生长。这种生长物是一种看起来类似于亮漆或虫胶的透明半导体, 它具有高的电阻抗, 这样低阻抗电路是不受影响的, 而高阻抗电路则可能受到这种生长物的影响。第二个理由是: 在波峰焊操作期间, 齐平安装的部件可以防止从电镀通孔逸出的热气的通风作用。这就在电镀通孔中形成了气压, 它能够降低焊料的虹吸作用。电镀通孔的 X 光检查表明, 它们仅仅填满一半焊料。这在现场工作中已经引起了早期的焊点故障。

⑥钽电容具有高于其他任何电子元器件的最高的振动故障率。部件本体很重且两根支撑引线很细。当部件未正确地连接到 PCB 上时, 部件的相对运动会折断引线。在金属部件本体上有一层塑料覆盖物, 以防止其与 PCB 上的电路印制线短路。部件本体通常粘贴到 PCB 上用作振动防护。黏结剂通常放在部件的底部与 PCB 相接触。因此黏结剂与部件上的塑料覆盖物的外层接触而不是部件自身。经过一段时间, 塑料拉紧了, 使之比部件本体更短些, 这样部件本体就会松动。在振动期间, 松动的部件将会来回晃动, 足以使引线疲劳而迅速折断。未采用塑料绝缘层的电容器本体必须直接粘贴到 PCB 上。只有可用于直接粘贴的电容器本体部分是引线的两端。这些部分是必须直接粘贴到 PCB 上用以支撑部件以防止振动的部分。有时本体周围的塑料绝缘层包括部件的两端。在两端的这种塑料必须剪掉, 以便为将部件两端直接粘贴到 PCB 上提供直接的入口。必须小心地使用, 这样黏结剂就不会填入引线的下面, 并且在结构上也不会使得引线的应力消除段短接。还有一个好的想法是, 将一个珠状黏结剂放在塑料绝缘体之上、PCB 之下, 使之完全围绕部件本体的四周、靠近部件本体的两端以形成额外的保护。某些环氧黏结剂当它们被加热硫化时能够变得又薄又具有流动性。通过简单地添加一些呈小玻璃球状的少量细珠, 它能够做成更易于触变, 从而不再流动。这就形成了一种具有牙膏状的黏稠度而又不流动的混合体。

⑦铜层必须均匀地放在各个分层的 PCB 之间, 以防止它们在层压和焊接过程中翘曲变形。可能必须制造专用的夹具以防止 PCB 翘曲变形。如果允许 PCB 变形, 在部件引线和焊点中的的高应力可能会发展, 从而能够引起早期的现场故障。

13.7 航空电子完整性大纲和汽车完整性大纲 (AVIP)

军用电子设备和汽车电子设备的制造者, 已经引入了旨在通过更好地了解故障机理, 已大大提高他们的电子设备的可靠性的大纲。大多数电子设备故障在本质上是机械故障。它们通常能够追溯到不良的设计实践和程序, 以及不良的制造实践和程序。美国空军已经用文件 MIL-A-87244 提出了他们的完整性大纲规范。该文件描述了已知会引起许多电子设备故障的三种环境, 如表 13-1 所示。

在所有大纲中, 想法是确保电子设备在整个寿命期内能够获得最低故障率工作周期 (FFOP)。新的空军 F-22 飞机电子系统具有 10000h 的 FFOP 要求。要设计和试验的 FFOP 要求是达到 $2 \times 10000\text{h}$ 或 20000h, 从而保证其满足要求。目的是在控制采购和保障费用的情况下大大提高其全面的可靠性。

表 13-1 MIL-A-87244 中提出的环境故障

①由于振动、冲击和热循环引起的疲劳故障	
电气引线	焊点
电镀通孔	元器件病例
②工作高温	
③老化影响	
腐蚀	水蒸气
脆变（embrittlement）	电漂移（electrical drift）

AVIP 的原理是检查几何因素，因为它对电子设备的疲劳寿命具有最大的影响。这些几何因素称为完整性激励因素。明确和定义的完整性激励因素共有如下 10 个。

①元件引线长度。短线比长线硬，因此在振动、冲击和热循环条件下，短线通常产生更高的应力。但大型表面安装元器件上很长的小仰角引线除外。这些引线具有很低的固有频率，在振动中它们会受到激励并且遇到疲劳故障。

②元件引线直径。粗直径引线比细直径引线硬。因此，在振动、冲击和热循环条件下，粗引线直径通常产生更高的应力。

③PCB 厚度。当所有其他条件相同时，薄的 PCB 比厚的 PCB 具有更低的固有频率。较低的固有频率引起具有更高应力的更大位移，因而常常带来更短的疲劳寿命。

④大型元器件。由于 PCB 在振动期间的弯曲，大型元器件在元器件与 PCB 之间会产生较大的相对位移。较大的相对位移将增大引线中的应变和应力，从而导致较短的疲劳寿命。

⑤重型元器件。例如变压器、电感器和继电器一类的重型元器件在振动和冲击中会产生较高的惯性力。在引线和焊点中生成的较高的应力会降低有效的疲劳寿命。

⑥插入式 PCB 的边缘支撑件。插入式 PCB 的边缘支撑件通常分为三类条件。按照刚性递减的顺序，将它们分为压紧的、铰接的和自由的三类。当其他所有条件相同时，压紧的边缘产生较高的固有频率。较高的固有频率有较小的动态位移，从而具有较高的疲劳寿命。

⑦安装在 PCB 上的元器件。类似于变压器，引线是从平板底部伸出的元器件，不应齐平安装在通孔 PCB 上，即变压器的硬平底表面装在 PCB 的硬平底表面上。变压器本体中的热膨胀以及与 PCB 的平面成直角方向的 PCB 自身的热膨胀，在热循环条件下可能会使引线折断、焊点破裂。

⑧引线中的急弯半径。弯曲半径非常小的引线中能够产生很高的应力集中，高应力将降低引线的疲劳寿命。

⑨小型表面安装瓷片电阻器和电容器下面填充的敷形涂覆。高的 Z 轴涂覆热膨胀能使易碎的陶瓷元器件碎裂。

⑩小型轴心引线通孔元器件上的焊料向上虹吸至引线的弯曲半径。引线柔顺的垂直线腿所起的作用类似于应变消除。当焊料向上虹吸至引线的弯曲半径时，它在结构上使得应

变消除段短路，从而在振动和热循环条件下，更快地形成引线的疲劳故障。

13.8 进行 AVIP 分析的基础原理

通过组合各种不同的原材料生产的产品，其物理特性总会存在一些变化。当这些材料购自不同的货源时，预计其变化更大。在结构零件的物理尺寸中，制造加工过程总是包括各种变化，因为要制造许多尺寸精确相同的零件是不可能的。这就意味着，看起来是相同的各种结构要素常常是相当不同的。当它们暴露在相同的交变应力循环中时，因为它们的物理特性存在很大的差异，它们的疲劳寿命全都显示出很大的不同。典型情况下，分析方法是以前根据相同结构材料的许多不同的样本获得的平均物理特性为基础的。这些样本暴露于变动的交变应力之下，直到它们出现故障。试验数据总是显示疲劳数据存在相当大的散布。因此，保证产品经受交变应力后存活下来的最好方法之一是使用安全因子，有时称为安全系数。2.0 的典型值常常应用于产品寿命。例如，当希望的产品寿命为 10000h 时，设计的产品最低寿命要达到 $2 \times 10000\text{h}$ 或 20000h。这就提高了获得 10000h 的产品寿命的几率。

用于 AVIP 原则的产品寿命是以最关键的结构要素暴露于最关键的环境期间所累积的疲劳损伤为基础的。最关键的结构要素通常就是最大最重的电子元器件上的电气引线和焊点（在某些系统中，电缆、电连接器、隔振器和电子机箱上的安装法兰盘也可能是关键的结构要素，它们可能是最容易出故障的）。最关键的环境通常是振动和热循环。在某些项目中，冲击和噪声也可能诱发故障。因此可使用米勒累积疲劳损伤比，根据最关键的电气引线中累积的所有疲劳损伤之和来估算疲劳寿命。这也可以适用于在最关键的焊点中累积的疲劳损伤。这种估算必须针对所有关键环境进行。这种估算还必须针对安装在各种各样的、所有 PCB 上的最关键的元器件进行。有的机构已经建立了能够针对每种环境评价每种 PCB 上的每种电子元器件的计算机程序。但是，常见的适用于手工计算的实践还是将选择范围局限于三种最关键的元器件，包括针对所有关键环境的、仅局限于三种最关键的 PCB 上的三种最关键的完整性激励因素（通常是引线长度、引线直径和 PCB 厚度的公差变化的影响）。然后使用米勒累积疲劳损伤比去估算导出的疲劳寿命。

米勒累积疲劳损伤比 (R_n) 的基础是这样的分析方法，如下所示，特定结构要素在几种不同的环境下累积的实际疲劳循环数 (n)，除以同一特定结构要素在同一环境下产生疲劳故障所需要的疲劳循环数 (N) 的比值之和：

$$R_n = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \frac{n_4}{N_4} + \cdots = \sum \frac{n_i}{N_i} = 1.0 \quad (13-7)^\text{①}$$

米勒累积损伤比是基于这样的想法：损伤的累积是线性的，并且是负载的简单函数，同时故障与加载的顺序是无关的。这种累积损伤比还是以分别施加的每个独立负载累积的损伤，而不是与任何其他负载组合的损伤为基础的。例如，米勒损伤比不能用于估算同时

① 原文有误，已改正。——译者注

施加振动和热循环的系统的疲劳寿命。即使是在目前可使用的最新、最快的计算机上，要评价各种环境的综合也是非常困难、耗时和昂贵的。

AVIP 分析原则从评价关键引线和焊点的位移、力、应力和疲劳寿命开始，这种评价是以三个完整性激励因素——引线长度（或高度）、引线直径和 PCB 厚度——的标称尺寸为基础的。随后进行灵敏度分析。这就检查了疲劳寿命的变化，并使之与通过制造公差规定的零件尺寸的变化相比较。在各种条件下，求取米勒累积损伤比（CDR）。希望的疲劳寿命常常增加一个 2.0 的安全因子（又称疲劳散布系数），以保证基于 1.0 的米勒损伤比的 AVIP 分析有一个好的疲劳寿命。对于 2 倍寿命的任何大于 1.0 的数值意味着零件可能并未达到其所要求的无故障工作周期（FFOP），因此不得不做出提高其疲劳寿命的改变。灵敏度分析通过每次改变一个零件的公差，以测量其对于疲劳寿命定影响，来评价 CDR。这种方法是用于寻找在更改最少的情况下高疲劳寿命的最有效的方法。表 13-2 和表 13-3 汇总了这些分析方法。

表 13-2 最初的基本分析计算矩阵

引线长度	引线直径	PCB 厚度
标称值	标称值	标称值

表 13-3 疲劳灵敏度分析计算矩阵

引线长度	引线直径	PCB 厚度
最小值	标称值	标称值
标称值	最小值	标称值
标称值	标称值	最小值

AVIP 灵敏度分析的典型结果示于表 13-4 和表 13-5，它们分别汇总了一个装在两用电源 PCB 上的高压模块（元件参考号为 Z110）的最关键的引线和最关键的焊点的分析结果。

表 13-4 对高压模块 Z110 上的引线的两用电源灵敏度分析汇总表

条件		累积损伤比（CDR）			
		标称值	最低引线高度	最小引线直径	最小 PCB 厚度
热累积损伤比	电源老化	0.183	0.614	0.906	0.179
	系统老化	0.043	0.144	0.213	0.042
	日间舱温	0.000	0.000	0.000	0.000
	任务 5 温度循环	0.383	1.276	1.003	0.372
	通电温度循环	0.003	0.011	0.016	0.003
	热的 CDR 合计	0.612	2.045	2.138	0.596

续表 13-4

条件		累积损伤比 (CDR)			
		标称值	最低引线高度	最小引线直径	最小 PCB 厚度
动态累积损伤比	电源老化振动	0.000	0.000	0.000	0.000
	系统老化振动	0.000	0.000	0.000	0.000
	7.77GRMS + 128dB OASPL ^①	0.000	0.001	0.002	0.001
	5.83GRMS + 125dB OASPL	0.000	0.000	0.002	0.001
	3.89GRMS + 122dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	1.94GRMS + 116dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	8.60GRMS + 147dB OASPL	0.003	0.005	0.010	0.006
	动态 CDR 合计	0.003	0.006	0.014	0.008
总计 CDR (热 + 动态)		0.615	2.051	2.152	0.604
疲劳寿命/h		32415	9.751	6596	33113
Δ 寿命/ Δ 激励因素			1.40	2.39	-0.35
①OASPL: 作战飞机噪声谱密度。					

表 13-5 对高压模块上 Z110 上的焊点的两用电源灵敏度分析汇总表

条件		累积损伤比 (CDR)			
		标称值	最低引线高度	最小引线直径	最小 PCB 厚度
热累积损伤比	电源老化	0.363	0.553	0.203	0.451
	系统老化	0.422	0.645	0.236	0.523
	日间舱温	0.990	1.507	0.553	1.230
	任务 5 温度循环	6.207	9.466	3.469	7.722
	通电温度循环	2.000	3.042	1.116	2.485
	热 CDR 合计	9.982	15.213	5.577	12.411
动态累积损伤比	电源老化振动	0.000	0.000	0.000	0.000
	系统老化振动	0.000	0.000	0.000	0.000
	7.77GRMS + 128dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	5.83GRMS + 125dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	3.89GRMS + 122dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	1.94GRMS + 116dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	8.60GRMS + 147dB OASPL	0.000	0.000	0.000	0.000
	动态 CDR 合计	0.000	0.000	0.000	0.000
CDR (热 + 动态) 总计		9.982	15.213	5.577	12.411
疲劳寿命/h		2004	1315	3586	1611
Δ 寿命/ Δ 激励因素			0.69	-2.37	2.02

13.9 关于可靠性的不同透视

不同的人对于可靠性有不同的认识。在电子设备中它指的是某种类型的设备的故障率。词典将其定义为确实可信赖的和值得信赖的。因此，一个可靠的电子系统也许是一个可信赖的和值得信赖的系统。可以预计具有这种特性的系统可在一段长的时间周期内提供无故障的服务。一段长的时间周期是说它可以无故障服务很多年还是安全的。能否将一个可靠的电子系统描述为这样一个系统，即它在一个规定的工作周期内具有可接受的故障数？这实际上并不是一个好的判断。这是大多数军事部门和许多民用机构选择的、利用平均故障间隔时间（MTBF）的术语来定义它们产品可靠性的方法。将 MTBF 定义为评价可靠性的概率统计法。（美国）政府文件 MIL-HDBK-217 描述了用于计算在不同类型的飞行器中工作的不同类型的电子系统的 MTBF 的方法。可以基于直接从该军用手册中获得的元器件的失效率数据，利用计算机程序计算 MTBF 值。这种工作类似于按照菜单点菜，使得计算变得非常简单，进行这种分析只需要很少的原始理论，而且要完成计算并不需要具有专门的技术知识。典型的说法是每个人都可以使用 MTBF 方法，而且无论做什么都不会遇到麻烦。问题是 MTBF 方法并不能精确地判断设备的寿命。这种方法给出了两次故障之间的平均时间。这种平均时间并不是可能发生故障时的时间的精确度量。如果在飞机中按下射向敌方的导弹的按钮，并且电子设备在那一瞬间出现故障时，那就错过了战机。或者出现这种情况：遇到城市停电，且医院的应急照明也因为电子设备故障而不能工作，在手术台上的病人就会错过手术。现在设计和制造的电子系统要能提供一个已知的无故障工作周期（FFOP）。因而能够进行定期维修，以便在故障出现之前更换关键元器件。这就保证在一个规定的时间周期内设备持续而可靠地工作。

评价电子系统可靠性的一个非常好的方法是使用一种确定性方法。当设备在一个规定的时间周期内没有出现故障，它就是可靠的。同一件事情的另一表述方法可能是：利用术语无故障工作周期（FFOP）来规定可靠性，这是在本书 12 章中阐述的 AVIP 完整性大纲的主题。这是评价可靠性的一个完全不同的方法。人们需要更多的数据，它们包括在不同热循环、振动和冲击环境中所有带载运行的器材的疲劳寿命特性。有大量疲劳数据早已可用于范围广泛的器材。但是，需要不断地开发新的器材组合，因此还需要新的疲劳数据。在每个关键带载运行要素中累积的总损伤可以利用式（13-7）的米勒累积损伤比求得。这是一个用于评价许多不同的环境中工作的结构的疲劳寿命的很好的文件化方法。这种方法计算了一次仅考虑一种环境的累积损伤比（CDR）。任意结构中的总损伤是单一环境中累积的单一损伤之和。已经开发了许多新的计算机程序，它们可用于进行这些新的并且更精确的可靠性评价。手工计算也可用于进行这些新的可靠性评价，但是它更适合熟悉热应力、振动应力和疲劳的更有经验的工程师，完成所要求的计算。

第 14 章 振动夹具和振动试验

14.1 振动模拟设备

高速飞行器，如导弹和飞机等，其振动频率一般可到 1000Hz，往往可高达 5000Hz。这些飞行器的规范大部分均要求在 4 ~ 2000Hz 的频率范围内进行试验。为在如此之大的频率范围产生谐振运动，通常使用电动振动试验机。这些试验机又称振动台，与带有动圈的扬声器非常类似，不同的是动圈不是与扬声器的喇叭筒连接，而是与衔铁相连，衔铁连接到振动台面上，以模拟所期望的谐振运动。衔铁有一个驱动线圈，其形状是圆柱形的，而振动台面一般为该形状的延伸。振动台面本身必须非常坚固，以控制高频时的位移幅值。能够产生频率高达 2000Hz 谐振的电动振动试验机，其振动平台的谐振都在 3000Hz 以上。为了使振动台面产生纯平移运动，通常在振动台面和支撑框架之间使用各种挠性件或弹簧、金属及橡皮等。即使采取了这些措施，在严重的谐振状态下，振动平台往往也会产生多种模式的转动。

振动台的额定值，一般用正弦波运动的以磅力 (lbf) 为单位的峰值力来表示。这些振动台可供使用的各种额定力范围为 25 ~ 25000lbf。振动台的选择取决于受试系统的最大重量，以及试验所要求的加速度力。

大多数电子装置的振动试验，都要求在系统的三个互相垂直轴的每一个轴向上输入加速度。为了满足这一要求，振动机一般都把振动平台安装在枢轴上，使振动平台能在不同的位置上转动和锁定（见图 14-1）。

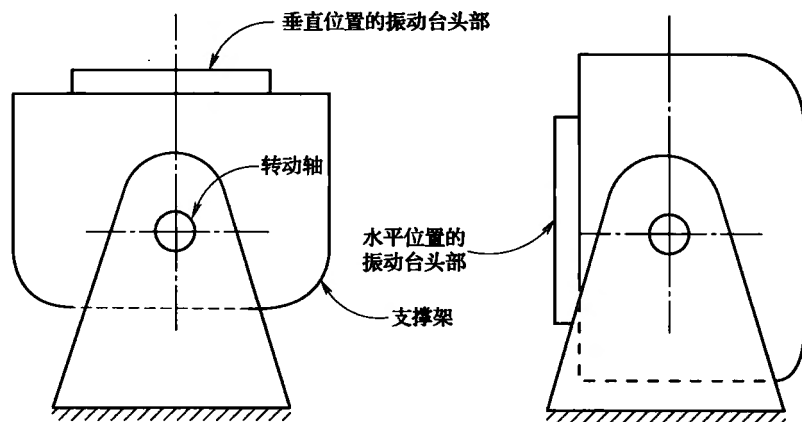


图 14-1 典型的振动台

14.2 振动台的安装

振动台根据其功能的需要,一般可从两种不同的安装方式中选择一种进行安装。如果要求是可移动的试验系统,即试验机必须经常移动到不同的位置,则振动台应安装在振动隔离器上。这种类型的安装,在大加速度力时不能进行有效的振动。为了使试验机吸收掉自身振动产生的很大的能量,振动台应安装在其重量至少大于振动台10倍的大型水泥基座上,且这一大块的质量应与建筑结构相隔离,以免其所产生的谐振破坏建筑物。

14.3 振动试验夹具

振动台上一般都有各种形状的槽,以便安装机械螺栓。这些槽一般是用来安装做振动试验的小型电子元器件的。而大型的电子箱则要求使用某种机械适配装置,使振动平台能够把振动运动传递给电子箱。这种适配装置通常称为振动试验夹具,实际上是用非常刚硬的结构来延伸振动平台,且该结构能在所要求的频率上传递所需要的力。

最佳的夹具应使其最低的固有频率比所需的最高施振频率高50%左右,以免在试验时夹具产生谐振。例如,振动试验要求的频率范围为5~500Hz,若试件的有效质量都加载在试验夹具上,则试验夹具的基本谐振应在750Hz左右。由于大多数电子箱并不是很重,实现振动夹具750Hz谐振并不太困难。然而,如果振动试验要求必须达到2000Hz,则夹具的理想谐振应在3000Hz左右,而做到这一点就很困难了,除非试件很轻,或许要低于20lb。

如果试件很重,例如大于50lb,要使试验夹具的谐振频率为3000Hz,夹具可能就会很重,以致于使试件振动所需的力可能要超过振动台的额定力。在这些情况下,就必须进行折中,要么减小输入到试验系统所需的力,要么减小夹具的重量,但这都避免不了夹具产生谐振。

可以采用高阻尼的夹具结构来减少常见的夹具严重谐振。这种结构可以是层叠形状的,利用层叠界面来吸收能量。木质层叠结构已经获得了成功应用。对于重量轻而阻尼和刚性又大的结构,常采用高阻尼的铸件,如铅镁合金。

如果要问为什么希望夹具的固有频率比最大的施振频率至少要高出50%,那么请记住,谐振会使加速度增大。如果使用了设计不合理的振动夹具来支撑灵敏的电子元器件进行5G的正弦振动试验,若谐振时夹具的传输率为20,则该元器件就可能接收到100G的力。再若夹具也没用加速度计进行监视,那么,没有经验的观察者就会得出结论,说该元器件在5G时就失效了。

在设计任何振动夹具之前,必须掌握振动的基本知识,这就要求熟悉一些简单系统(如梁、板和多弹簧—质量系统等)的固有频率公式。不掌握这些知识,再好的设计者也只能是在黑暗中摸索。最终的结果只能是设计出不适用的夹具,还必须进行重

新设计或修改。

求解各种结构的固有频率，并不需要精确的数学方法。如果在参考书中找不到特定结构的固有频率，那么可用近似的方法，如瑞利法，即功和应变能量法，来推导所需的公式。

14.4 夹具设计的基本要求

任何夹具都应避免截面的剧烈变化。截面的剧烈变化使得有效弹簧刚度的下降与质量的减少不成比例，结果是降低夹具的固有频率。

夹具的设计应简单，这样可以降低成本，并且能够用标准的手册上的公式进行比较精确的分析。

应注意考虑夹具的刚性重量比，以最大限度地利用夹具质量。应掌握基本频率方程的特性，知道是什么因素影响谐振频率。例如，一个均匀的悬臂棒沿其纵轴振动时（见图 14-2）的固有频率为：

$$f_n = \frac{1}{4} \left(\frac{AEg}{WL} \right)^{1/2} \quad (14-1)$$

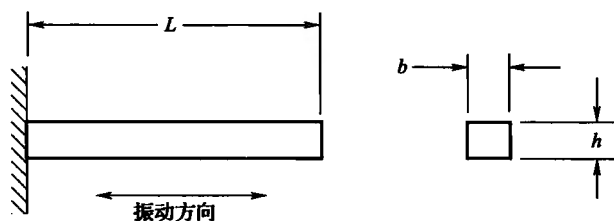


图 14-2 悬臂棒的纵向振动

式中： A ——截面面积， in^2 ；

E ——弹性模量， lbf/in^2 ；

g ——重力加速度， in/s^2 ；

W ——重量， lbf ；

L ——棒的长度， in 。

检查式 (14-1) 可发现，如果截面面积 A 增加一倍，重力 W 也将增加一倍，因而谐振频率没有增加。

如果棒的材料是镁、铝或钢，则其固有频率没有差别，这是因为这三种材料的弹性模量密度比恰好一样（见本书第 4 章例题：梁的固有频率）。如果图 14-2 所示的悬臂棒沿垂直方向振动，其固有频率为：

$$f_n = \frac{1.76}{\pi} \left(\frac{EIg}{WL^3} \right)^{1/2} \quad (14-2)$$

式中， I = 截面惯性矩 $= bh^3/12$ 。式 (14-2) 的例子表明，如果梁的厚度加倍，重力加倍，而截面惯性矩变为原来的 8 倍，所以固有频率增加一倍。

应使夹具做得尽可能的小，以减少质量，提高弹簧刚度。夹具最好是铸造的、整块的

板结构，或是焊接的组件，而不是螺栓连接的组件。在高频段，螺栓连接的组件有可能滑动分离，因而计算的刚性实际上已不存在。如果不要刚性增加很大，螺栓连接的组件在谐振情况下能有效地降低传输率，因而提供很大的阻尼作用。如果螺栓连接的组件用环氧树脂胶进行了黏结，也能够制作成很刚硬的夹具。

螺栓连接组件的振动试验数据表明，螺栓连接的效率典型值为 25% 左右。当然，该值将随着结构的相对刚性以及螺栓的规格、间距和数量而变化。如果用了很多螺栓，该因子可高达 50%，但是极少有设计者利用足够的间距合适的大螺栓来实现这一效率。

确定螺栓连接组件惯性矩的一种方便的办法，是将螺栓连接件的有效宽度减小到其原有宽度的 25%。由两块 1in 宽的构件用螺栓连接构成的一个简支梁如图 14-3 所示。

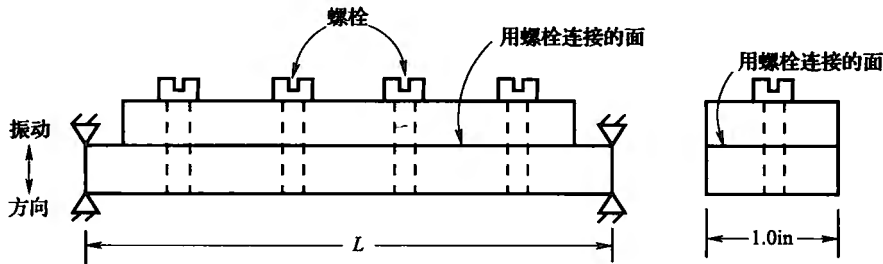


图 14-3 具有螺栓连接在一起的两个截面的简支梁

当螺栓连接效率因子为 25% 时，可把上一块构件的宽度减小到 0.25in，来近似得出该螺栓连接组件的有效惯性矩（见图 14-4）。

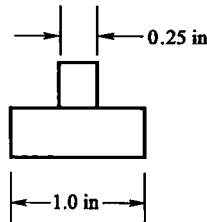


图 14-4 螺栓连接效率因子为 25% 时等效的螺栓连接的梁

14.5 螺栓的有效弹簧刚度

螺栓拧入到螺栓孔中的深度，一般为其直径的 2 倍，所以在螺栓上仍留有许多螺纹。但是，对啮合螺纹的最近研究表明，对于二级配合，实际上只有少量的螺纹在夹持着螺栓。如果这些螺纹靠近螺栓的端部，则螺栓的有效长度就恰好在螺栓孔中。当螺栓在轴向上受力必须确定其弹簧刚度时，建议应将螺栓拧入螺栓孔的有效长度考虑成至少一个螺栓直径的距离。

所有的螺栓在安装时，根据其材料和作用的不同，都施加预定的力矩值。对能够影响系统振动特性的那些螺栓，应定期检查该力矩值，因为螺栓的拧入和拆卸往往会导致螺栓在振动时很容易松动。

若假设螺栓类似于承受轴向载荷的棒（见图 14-5），则其弹簧刚度为：

$$K = AE/L \tag{14-3}$$

式中：A = 截面面积；

E = 弹性模量；

L = 长度（拧入螺栓孔一个直径的深度）。

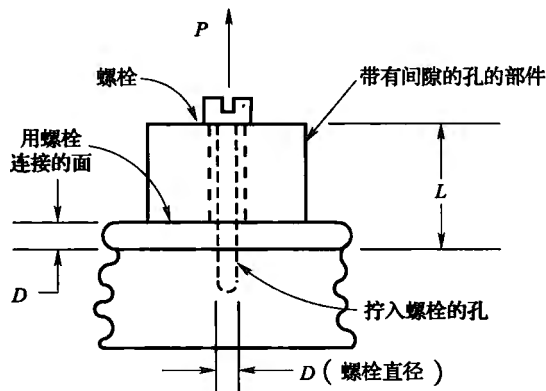


图 14-5 螺栓应拧入螺栓孔一个直径距离的有效长度

式 (14-3) 表明, 弹簧刚度不受螺栓力矩的影响。力矩取决于螺栓上的预加载荷, 要使螺栓连接的面相分离 (对于金属—金属连接面), 外加的动态载荷必须大于螺栓的预加载荷。

虽然式 (14-3) 显示预加力矩对弹簧刚度没有影响, 但对有和没有预加载荷的载荷—变形曲线 (如图 14-6 所示) 的研究可以看出, 预加载荷可增大有效的弹簧刚度 (预加载荷将产生已超出本书范畴的非线性系统)。

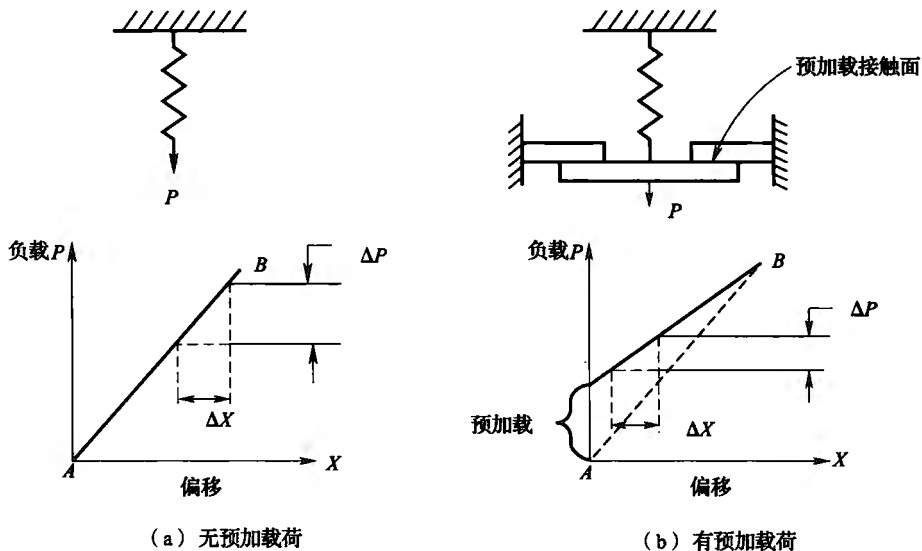


图 14-6 弹簧刚度

对图 14-6 所示的两个系统, 弹簧刚度 $\Delta P/\Delta X$ 相同。但是, 对于有预加载荷的弹簧, 其表观弹簧刚度 (即 AB 线的斜率) 要高些。如果有预加载荷的弹簧发生谐振, 其固有频率也稍高于无预加载荷的。有预加载荷弹簧的传输率, 要比无预加载荷弹簧的传输率低得多。这是由于有预加载荷螺栓连接面的敲击效应 (slapping action) 消耗掉了额外的能量。

有时也希望提高具有固定的螺栓数量和螺栓尺寸的螺栓连接系统的弹簧刚度。用金属铍制作的螺栓, 因铍的弹性模量可达 $42 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$, 而增大螺栓的弹簧刚度。有时可安

装带光杆的螺栓, 其螺纹以上的螺杆长度大于螺纹直径。

长螺栓的振动特性一般都不好, 因为这种螺栓在安装时能产生“缠紧发条作用”, 而在振动时, 螺栓的“发条松开”, 使螺栓很快就松动了。

14.6 螺栓的预加力矩

螺栓上的施加力矩和所产生的预加载荷之间的关系, 可由下述简单的近似关系式求出:

$$T = 0.2DP \quad (14-4)$$

式中: T ——力矩, $\text{lbf} \cdot \text{in}$;

D ——螺纹外径, in ;

P ——螺栓中的轴向载荷, lbf ;

0.2——对多数螺栓和螺栓材料而言均为此常数。

大约只有 10% 的施加力矩加在了拧紧的螺栓中, 90% 被摩擦损耗掉了, 其中螺栓头下面损耗了 50% 的力矩, 螺纹损耗 40%。

对内六角头螺栓的试验表明, 涂以稠的润滑剂, 对力矩—拉伸曲线在低应力范围有明显的影 响, 而在大应力下其影响可以忽略不计。这些试验还表明, 直到屈服点, 拉伸与所施加的力矩近似成直线关系。

理想的拧紧力矩应该是使螺栓的应力达到材料的弹性极限。由于在装配线上大规模生产时很难做到这一点, 因而应限制螺栓力矩使螺栓材料的应力达到屈服点的 80% (见本书第 1 章 1.8 节推荐的拧紧力矩)。

例题: 求理想的螺栓力矩

求规格为 6-32 的 300 系列不锈钢螺栓的理想的安装力矩。假设螺纹为车制, 因为滚制的螺丝将使螺栓加工硬化, 提高屈服强度。

解: 可利用式 (14-4) 求出理想的安装力矩:

式中: $S_{ty} = 33000 \text{lbf/in}^2$ (300 系列不锈钢的拉伸屈服强度);

$A = 0.0090 \text{in}^2$ (螺栓的应力面积);

$P = AS_{ty} = (0.009) \times (33000) = 297.0 \text{lbf}$ (螺栓的拉伸载荷);

$D = 0.138 \text{in}$ (螺栓的直径);

可得

$$T = 0.2 \times (0.138) \times (297) = 8.2 \text{lbf} \cdot \text{in} \quad (14-5)$$

这是拧紧螺栓的净力矩。如果使用了锁紧装置, 必须在初始的拧紧力矩上增加克服锁紧力矩所需的力矩。

14.7 摆动模式和倾覆力矩

如果振动夹具或电子箱很高或者很宽 (见图 14-7), 则在法向振动时, 振动平台往往会产生严重的摆动, 产生的原因是平衡不好, 或是在一些主要谐振状态下重心产生移动。

大型夹具的平衡是非常重要的, 特别当夹具是用螺栓直接固紧在振动平台上时。在进行

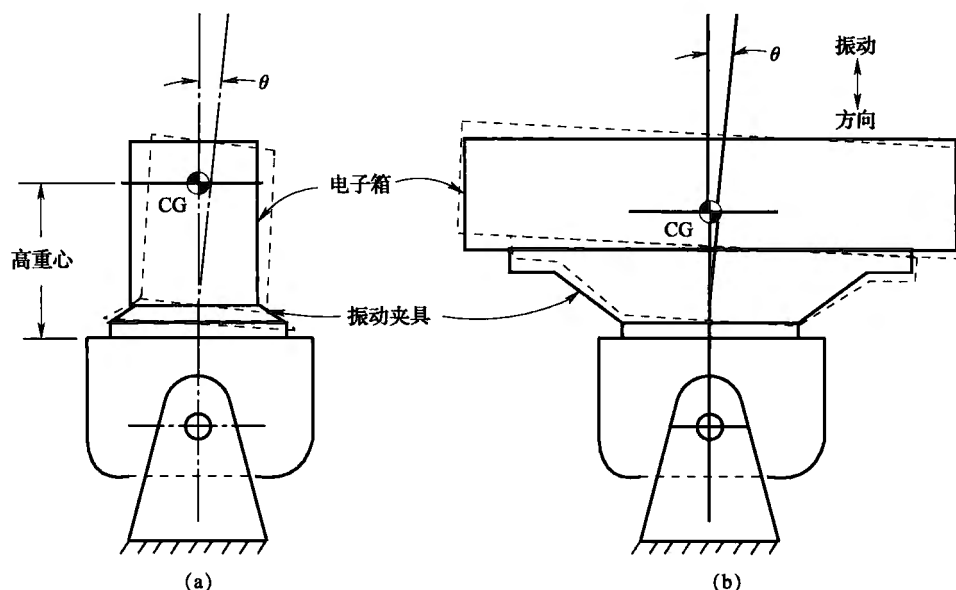


图 14-7 振动试验时可能产生的摆动模式

平衡时，应把实际的电子箱或模拟负载固紧在夹具上。如果使用了平衡重物的话，那它就应该成为夹具的永恒部分，也就是说，直到振动平台损坏为止，都不应把平衡重物丢失或忘却。不能过分强调平衡每一件振动夹具的重要性，但是应该看到，仍有许多电子振动实验室决不愿意找麻烦来平衡他们的夹具。这种不良的做法，已经因很大的倾覆力矩磨破了衔铁的绝缘，而导致许多起衔铁短路事故。

一些非对称的小夹具也能产生摆动（见图 14-8）。尽管夹具和电子箱的组合重心准确地落在振动台的中心线上，但在高频振动时却不能保持在这一位置上。电子箱的有效质

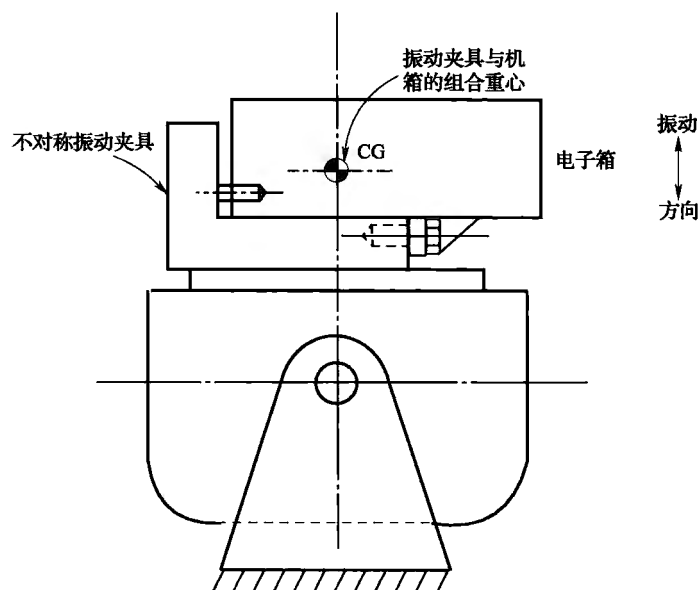


图 14-8 非对称的振动夹具能够产生摆动

量在通过了几个主要谐振点之后，在高频段变小了，但非对称的刚性夹具的有效质量却保持不变，结果使重心产生了动态位移，从而导致摆动。如果设计成对称夹具，且重心也很低，几乎不会出现问题（见图 14-9）。

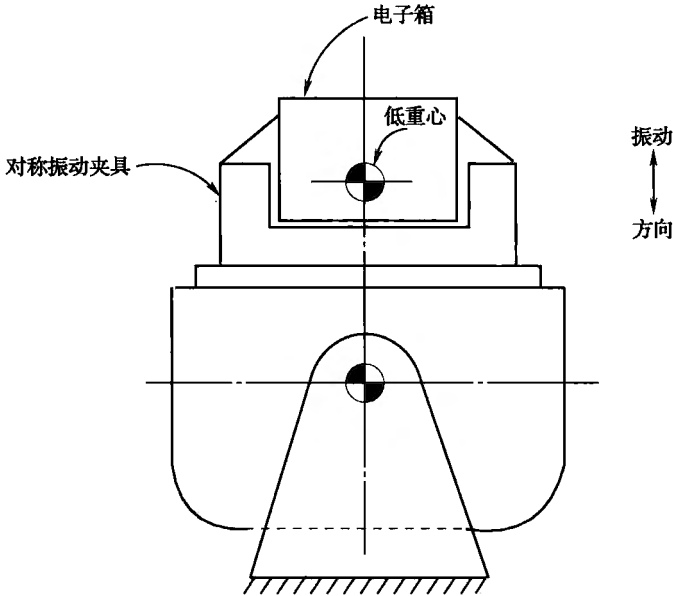


图 14-9 对称的振动夹具

振动平台的倾覆力矩也可能是由于支撑平台的挠性物或弹簧的非均匀性造成的。掌握空载振动平台的响应特性，可以节省大量的时间，因为振动平台会失去平衡。应该记录空载振动平台在常用的频带范围内的振动特性，并提供永久性的记录以便能随时核查，以判定其品质是否下降。

14.8 油膜滑台

当必须在水平面内进行振动试验时，大多数振动实验室都使用油膜滑台。油膜滑台，顾名思义就是一块在油膜上滑动的大型平板。平板一般放置在很坚硬的水泥、钢或花岗岩基座上，平板的一端用螺栓连接在振动台头部（见图 14-10）。

试件（包括振动夹具和受试设备）一般用螺栓固定到滑板上。试件一般应能在滑板不动的情况下转动 90°，以便在两个水平轴向上进行振动。

油膜滑台能够产生非常纯正的平移运动，很少产生交叉耦合（即水平面或垂直面上的转动）。这是由于在很大面积上，油膜的黏滞特性作用使垂直面上的倾覆力矩和水平面上的转动力矩都能被有效地阻尼掉。如果振动的试件重心很高，或许必须增大平板的面积和使用更厚的平板，以防止滑板腾起和拍击。也许还需要有配重锤。

在有滑板之前，使用挠性台和悬挂系统进行水平振动试验。这些系统在谐振状态很难控制。如果能用油膜滑台代替的话，建议不要使用这些系统。

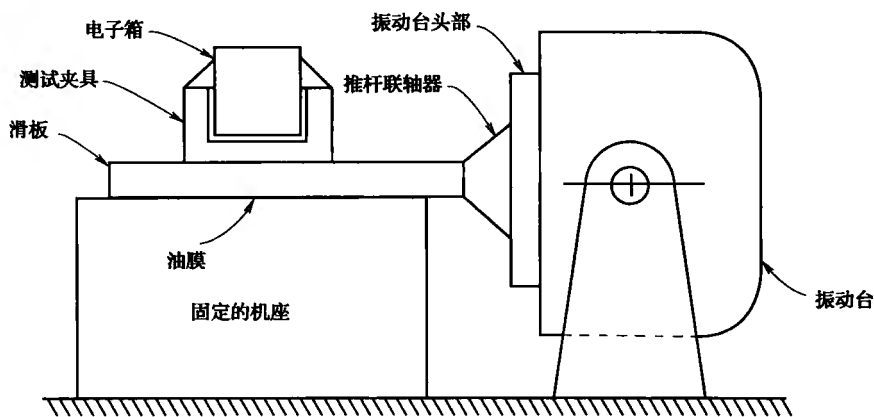


图 14-10 装有油膜滑板的振动台

14.9 振动夹具的配重锤

油膜滑板可以克服水平面振动时产生倾覆力矩而带来的许多困难。但是，若必须振动的试件重心很高时，则应使用配重锤（counterweight）来降低重心。配重锤一般是用钢或铅等密度很大的材料制作的，以减少总尺寸。

配重锤对于振动系统的静平衡是有很大的作用的，但对动平衡，由于缺乏试件的动态相似物，作用就不那么大了。例如，现有一个高大的鼻锥形物体，必须在垂直于锥轴的方向上进行振动。鼻锥形物体的严重谐振可使重心产生移动，因而配重锤也不能补偿倾覆力矩。在此情况下，如果用两个鼻锥形物体背对背地同时振动，就获得了动态相似物。一个鼻锥的任何动态变化，都能由另一个相对的鼻锥相抵消，从而减小了过大的倾覆力矩（见图 14-11）。

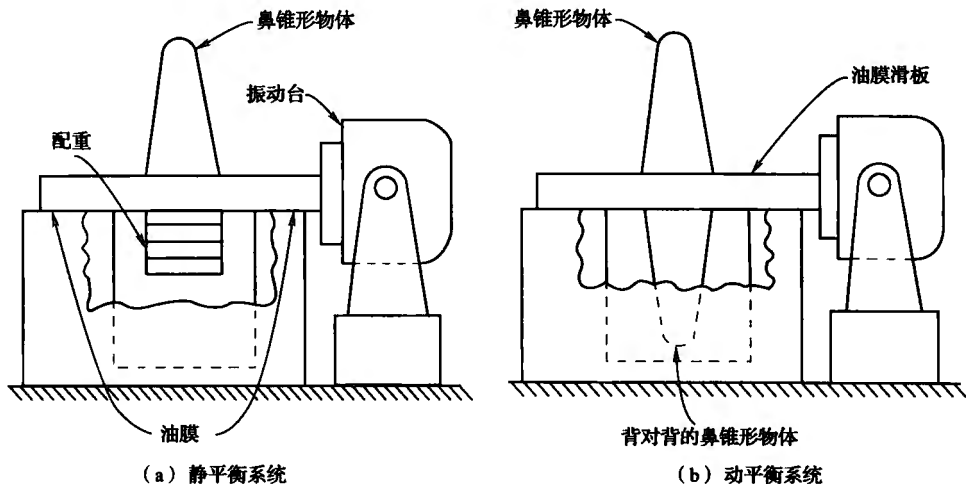


图 14-11 静平衡系统和动平衡系统

14.10 优质夹具设计要点

如果能遵守以下几条简单的准则，就能够设计出性能理想的振动试验夹具。

①了解试验件和试验规范；

- ②分析初始设计, 尽量使夹具的最低固有频率比最高的施振频率高 50% 左右;
- ③避免夹具的截面有突变;
- ④使刚性质量比达到最佳设计状态;
- ⑤使夹具尽可能地小;
- ⑥避免使用螺栓连接的夹具组件, 但因刚性和阻尼而要求有加强筋的地方除外;
- ⑦夹具设计应简单;
- ⑧设计对称夹具;
- ⑨设计动态相似物;
- ⑩在计算螺栓的有效弹簧刚度时应使用螺纹啮合的有效长度;
- ⑪所有的螺栓应加力矩;
- ⑫凡可行之处, 应使用细牙螺栓, 而不用粗牙螺栓;
- ⑬用试件平衡夹具。

14.11 悬挂系统

有时需要对舰船和潜艇上用的大型电子控制仪表板进行振动试验。这些装置的重量可达数千磅 (lb), 试验时若不用专用的设备很难夹持, 所以一般都设计和制作专用的设备进行振动试验。

在这种情况下, 油膜滑台不再适用, 因而可考虑使用悬挂系统。为此, 必须设计一个刚性结构的专用 A 字形框架, 用于在振动时支撑仪表板。

对于一般用薄金属板制作的大型电子仪表板的振动试验, 也必须采用专用的振动夹具。一般在舰船上固定仪表板的相同位置处, 把仪表板固紧到振动夹具上。

用钢丝绳把仪表板和夹具的组合物悬挂在 A 字形框架上 (见图 14-12)。

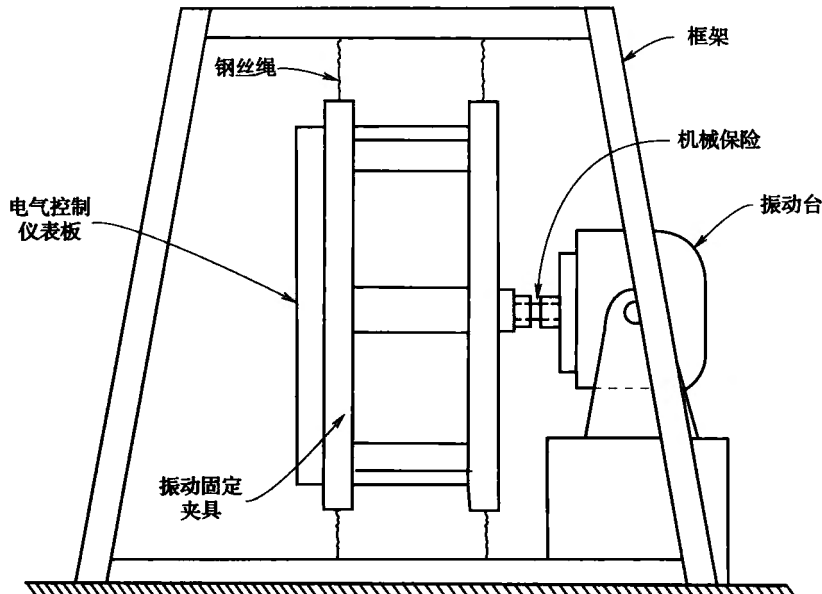


图 14-12 悬挂大型电子仪表板的振动台

机械保险装置对这类安装是非常适用的。由于钢丝绳悬挂系统的阻尼非常小，所以倾覆力矩可能很严重。电子仪表板产生的很大的角位移会使振动台头部转动，从而使振动台头部的电动线圈缠绕，与静止不动的励磁线圈发生摩擦，最终引起系统的电气短路。

14.12 机械保险装置

机械保险装置是一种安全装置，只要不产生过大的倾覆力矩，它就能把振动运动从振动台头部传递给试件，而在倾覆力矩损坏振动台头部之前，该保险装置就会断裂。典型的保险装置如图 14-13 所示。

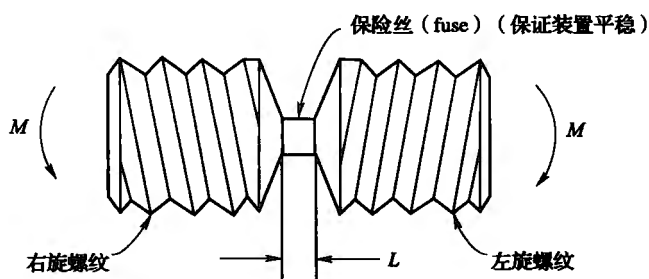


图 14-13 典型的机械保险装置的放大图

将机械保险装置等效为一个受到拉伸和压缩的杆，可求出它的弹簧刚度。为此，可直接采用式 (14-3)。

$$S_b = Mc/I \quad (14-6)$$

式中： M = 弯曲力矩， $\text{lb} \cdot \text{in}$ ；

I = 惯性矩， in^4 ；

c = 保险装置截面半径， in 。

把悬挂系统看作是一个二质量系统，两个质量之间有弹簧相连（见图 14-14），可近似求出系统的固有频率。用本书第 2 章给出的方法，固有频率公式为：

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{Kg}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2} \right) \right]^{1/2} \quad (14-7)$$

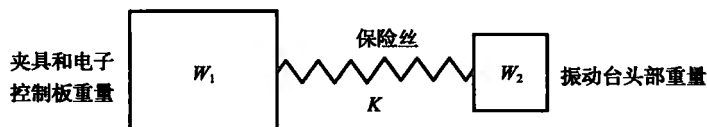


图 14-14 把悬挂系统模拟为一个二质量系统

相对于振动台头部重量 W_2 而言，如果仪表板的重量 W_1 很大，则上述公式变为：

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{Kg}{W_2} \right)^{1/2} \quad (14-8)$$

该式与本书第2章的单自由度公式相似。

14.13 从摆动模式中区分出弯曲模式

在很多场合，若不使用相应的仪器，要想确定在振动时到底发生了什么情况是相当困难的。图14-15所示为一个大型刚性振动夹具法向振动时的情况，夹具的每一端都放置了一个加速度计。如果输入为 $2G$ ，而每一端加速度计的读数为 $10G$ ，那么夹具的振动模式是什么样的呢？

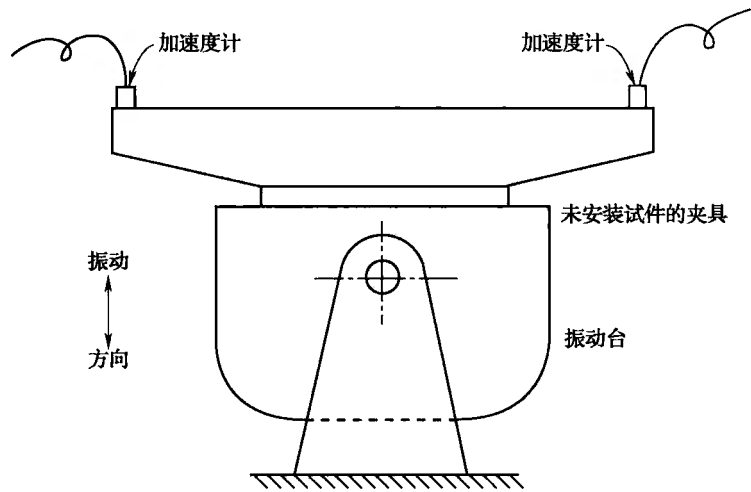


图14-15 仅安装两个加速度计的振动台和试验夹具

有三种不同的振动模式都能具有这些特性，它们是纯平移、转动和弯曲（见图14-16）。如果不使用更多的加速度计，也就是说，如果不在更多的点进行监测，要想不用频闪灯就能告诉正在发生什么情况，那是非常困难的。

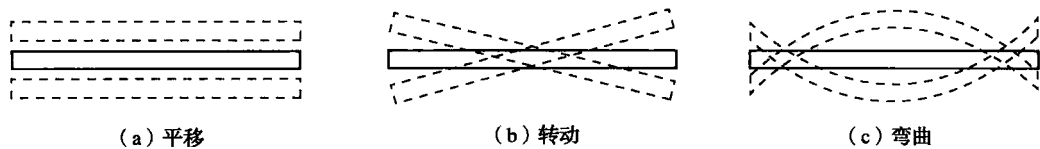


图14-16 试验夹具的三种不同振动模式

14.14 推杆联轴器

油膜滑板一般是用螺栓直接连接到振动台头部上的。如果试验频率低于 500Hz ，而试件又比较轻，这样做一般还是适用的。但是，当试验频率高达 2000Hz ，而试件又很重时，

靠把滑板连接到振动台头部的几颗螺栓，也许就没有足够高的弹簧刚度，不能在高频时提供所需的作用力。经常出现的情况是，由于柔软的螺栓—弹簧系统的作用，振动台头部输出 30G，而滑板仅能接收到 3G。

为了提高螺栓连接系统的刚性，常采用推杆联轴器。这种联轴器可以使用许多个螺栓进行连接。尽管又增加了一个螺栓结合面，但螺栓数量增多了，从而可以提高系统总的刚性。

如图 14-10 所示的振动系统，如果滑板是用螺栓直接连接到振动台头上的，则连接面可能就是图 14-17 所示的那样。按照图 14-18 所示的螺栓连接方式，在滑板上可能只能有 5 个螺栓。

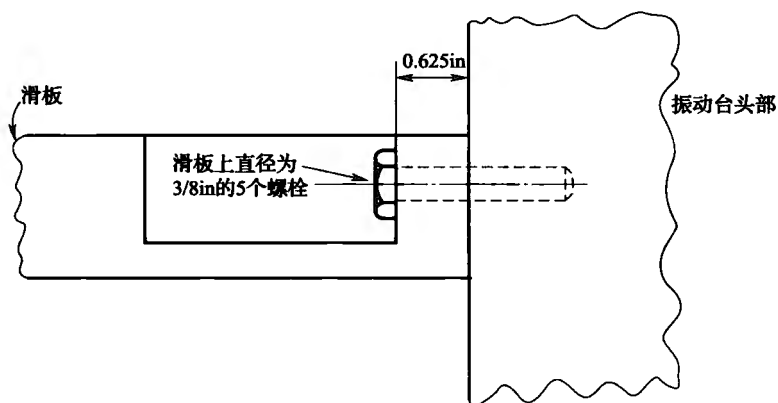


图 14-17 用螺栓把滑板连接到振动台头部

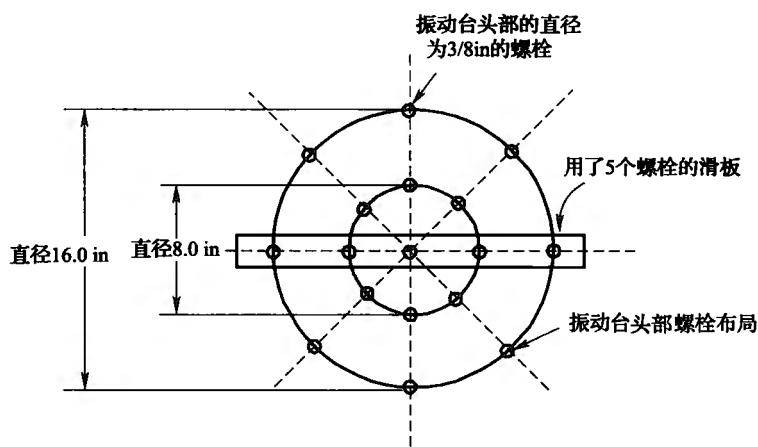


图 14-18 振动台头部典型的螺栓连接方式

图 14-17 所示的螺栓连接系统是非线性的，由于作用在滑板上的拉力都加在了螺栓上，这就使得拉伸截面面积很小。而推力直接作用在滑板上，都加在了滑板部件上，这就使得压缩截面面积很大。这种系统的负载—变形图与图 14-19 类似。

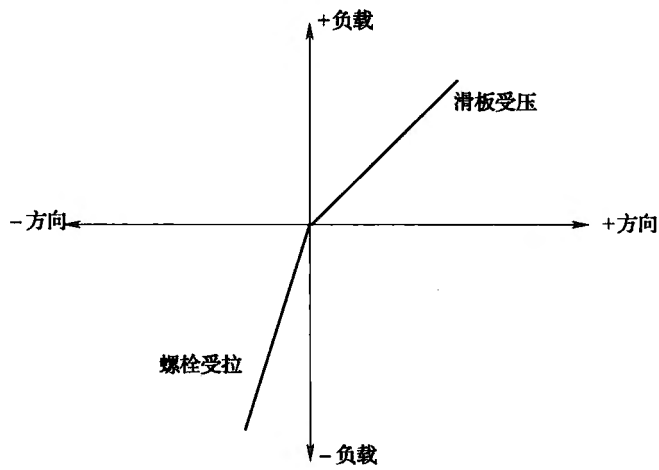


图 14-19 非线性弹簧的负载—变形曲线

非线性系统与线性系统的响应特性是不一样的，固有频率的公式也是不一样的。但是，如果把非线性系统近似为一个线性系统，则可用线性系统的公式来评价其近似的性能特性了，如下所述。

对于图 14-10 所示的振动系统，可将其质量集中，看作是带有一个弹簧（螺栓看作是弹簧）的二质量系统（见图 14-20），这样就能近似求出其固有频率。

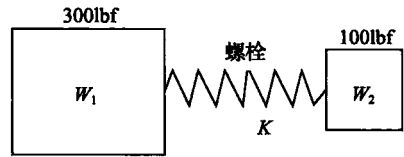


图 14-20 把滑板模拟为一个二质量系统

重量 W_1 等于：

滑板	150	lbf	
振动夹具	90	lbf	
电子箱	60	lbf	
$W_1 = 300$		lbf	(14-9)

重量 W_2 是振动台头部重量。假设用的是 C-126 型 MB 振动台，额定作用力为 9000lbf，其振动台头部重量：

$$W_2 = 100\text{lbf} \tag{14-10}$$

由式 (14-3) 可求出螺栓的弹簧刚度如下：

$$K = \frac{A_s E}{L}$$

式中： $E = 30 \times 10^6 \text{lbf/in}^2$ （钢制螺栓）；
 $L = 0.625 + 1$ 个螺栓的直径（见图 14-17）；
 $L = 0.625 + 0.375 = 1.00\text{in}$ （长度）；
 $A_s = 0.0876\text{in}^2$ （作用在直径为 3/8in 细牙螺栓上的应力面积）；
对于 5 个螺栓的情况，弹簧刚度为：

$$K = \frac{5 \times (0.0876) \times (30 \times 10^6)}{1.00} = 13.10 \times 10^6 \text{lbf/in} \tag{14-11}$$

将式 (14-9) ~ 式 (14-11) 代入式 (14-7):

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{Kg}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2} \right) \right]^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(13.1 \times 10^6) \times (3.86 \times 10^2)}{3.00 \times 10^2} \times \left(1 + \frac{300}{100} \right) \right]^{1/2}$$

$$f_n = 1310\text{Hz} \quad (14-12)$$

由于系统实际上是非线性的, 所以固有频率要稍高于上述值。但是, 如果要求大 G 力的话, 这一系统不适于进行高达 2000Hz 的振动试验。由于弹簧系统相对较软, 在远高于螺栓系统谐振以上的频率, 振动台头部的大 G 力, 只能在滑板上产生相当小的 G 力。

即使螺栓的弹簧刚度表明, 在振动油膜滑动系统时可能会产生谐振, 但是螺栓中的大的预加载荷可能不允许谐振发生。为了产生谐振, 作用在油膜滑板上的动态载荷必须大于螺栓中的预加载荷。

如果使用屈服强度 S_y 为 35000lbf/in² 的钢制螺栓, 把滑板直接固定到振动台头部上, 则每一个螺栓的最大可允许预加载荷为:

$$P = A_s S_y = (0.0876) \times (35000) = 3060\text{lbf} \quad (14-13)$$

根据式 (14-4) 可求出每一个螺栓所需的装配力矩:

$$T = 0.2DP = 0.2 \times (0.375) \times (3060) = 230\text{in} \cdot \text{lbf} \quad (14-14)$$

5 个螺栓上的总预加载荷为:

$$P_t = 5 \times (3060) = 15300\text{lbf} \quad (14-15)$$

根据输入的 G 力、重量和谐振传输率, 可近似求出作用在滑板上的动态载荷:

$$P_d = G_{in} W_1 Q \quad (14-16)$$

假设输入为 10G 峰值正弦振动、传输率为 6, 则动态载荷为:

$$P_d = 10 \times (300) \times (6) = 18000\text{lbf} \quad (14-17)$$

式 (14-17) 给出的动态载荷大于式 (14-15) 给出的螺栓总的预加载荷, 这就是说, 螺栓的预加载荷不够大, 不足以阻止在式 (14-12) 给出的 1310Hz 处产生谐振。

一个推杆联轴器, 设计用 11 个螺栓连接到振动台头部上, 如图 14-21 所示。为获得最大的刚性, 可将滑板焊接在推杆联轴器。为获得最大的有效刚性, 所有的螺栓接合面应给螺栓施加拉伸载荷, 而不施加剪切载荷。

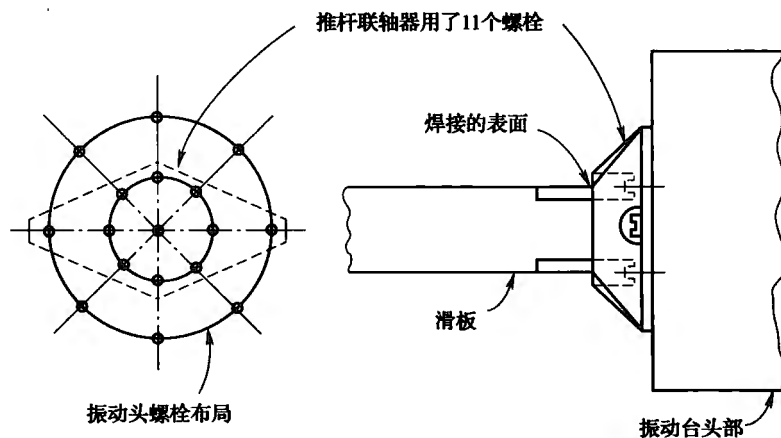


图 14-21 有 11 个螺栓的推杆联轴器以增大刚性

螺栓连接界面的剪切载荷可使彼此之间在高频时产生滑动。即使在配合面上使用了若干大的压入配合销，在大的 G 载荷的作用下，仍将产生滑动，所以要想获得最好的结果，螺栓只应承受拉伸载荷。

14.15 滑板纵向谐振

如果滑板足够长，在沿纵向振动时可能会产生谐振。用式（14-1）可求出这些状态下的结构固有频率。设一滑板长度为 30.0in，纵向振动时，滑板的宽度并不重要，可设为单位宽度 1.0in（见图 14-22）。为求其固有频率，需要有以下数据：

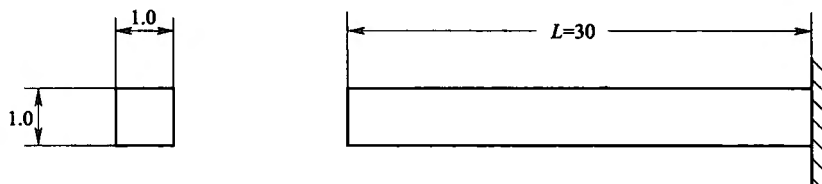


图 14-22 宽度为单位尺寸的油膜滑板

$A = 1.0\text{in}^2$ （横截面积）；

$E = 10.5 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ （铝的弹性模量）；

$g = 386 \text{ in/s}^2$ （重力加速度）；

$W = (1) \times (1) \times (30) \times (0.1) = 3.0 \text{ lbf}$ ；

$L = 30 \text{ in}$ 。

代入式（14-1），纵向固有频率为：

$$f_n = \frac{1}{4} \left(\frac{A E g}{W L} \right)^{1/2} = \frac{1}{4} \times \left[\frac{(1.0) \times (10.5 \times 10^6) \times (3.86 \times 10^2)}{3.0 \times 30} \right]^{1/2}$$

$$f_n = 1680 \text{ Hz} \quad (14-18)$$

这就是滑板本身的固有频率。如果再加上夹具和电子箱的质量，固有频率将有所下降。要想对滑板、振动夹具、电子箱、推杆联轴器和振动机头部等做综合分析，则必须把它们的组合看成是一个多弹簧-质量系统，或者一个在计算机中使用有限要素模型方法（FEM）的分布式系统。

14.16 振动台的加速度生成能力

振动台是用正弦振动的峰值力磅力（lbf）来标定的，它也决定了该机器所消耗的最大允许功率。为了计算系统可以产生的最大 G 力，必须知道机器的额定力以及运动质量的全部重量，则有以下公式：

$$G_{\text{峰值}} = \text{额定力} / (\text{振动台头部重量} + \text{滑板重量} + \text{试件重量}) \quad (14-19)$$

对 C-126 型 MB 振动台，可求出本书 14.14 节所示系统的峰值 G 力，该机器的额定峰值力是 9000lbf。将式（14-9）和式（14-10）代入式（14-19），峰值 G 力为：

$$G_{\text{峰值}} = 9000 / (100 + 300) = 22.5 \quad (14-20)$$

14.17 伺服控制加速度计的位置

从振动台头部传递到振动试验件的 G 力, 可受振动台头部或放置在试件附近的加速度计直接控制。当 G 力受振动台头部控制时, 振动台头部可在整个频带内保持恒定的 G 力。如果滑板或振动夹具产生了谐振, 则在谐振点处 G 力便积累增大, 结果对试件的输入远大于振动台头部的输出。在谐振点以上的频率, 情况则相反, 对试件的输入远低于振动台头部的输出。

当 G 力受放在试件附近的加速度计控制时, 振动台可改变振动台头部的输出, 使控制加速度计在整个频带内保持恒定的 G 力。如果控制加速度计放置在谐振结构上, 则在结构通过其谐振点时, 应降低振动台头部的输出。而在大于谐振点的频率, 应增大振动台头部的输出, 以使控制加速度计保持恒定的 G 力。

对于标准的压电式加速度计, 一般都使用若干个同一型号加速度计来监视和记录加速度数据, 这种加速度计也常用作伺服控制加速度计。这些小型装置都带有螺栓, 以便把它们固定在最合适的设备上。许多实验室也使用黏结剂来安装加速度计, 如齿科胶、伊士曼 910 快干胶, 甚至双面胶带。这些方法对于监视加速度数据的加速度计很适用。但绝不能用这些方法把控制用加速度计固紧到振动系统上。

伺服控制加速度计实际上是控制振动台头部的 G 力输出。如果伺服控制加速度计在振动试验时脱落了, 则振动台头部就接收到该加速度计提供的反馈, 结果使加速度力迅速增大, 直到振动台头部的限位开关切断电源为止。此时, 已经产生了损坏, 能够非常快速地产生极大的 G 力。一旦昂贵的电子系统承受了远大于其规范规定的加速度载荷, 则没有好的办法来确定其实际和潜在的损伤。在发生这一问题的大多数情况下 (而且在许多地方已经发生了这种情况), 电子设备必须送去返修, 因为用户不会接受这种在投入使用后可能很快就会失效的产品。

由于伺服控制加速度计的位置能够决定试件实际所接收的 G 力, 所以选择这类加速度计的位置对于振动试验的成功是十分重要的。滑板上的谐振夹具如图 14-23 所示。

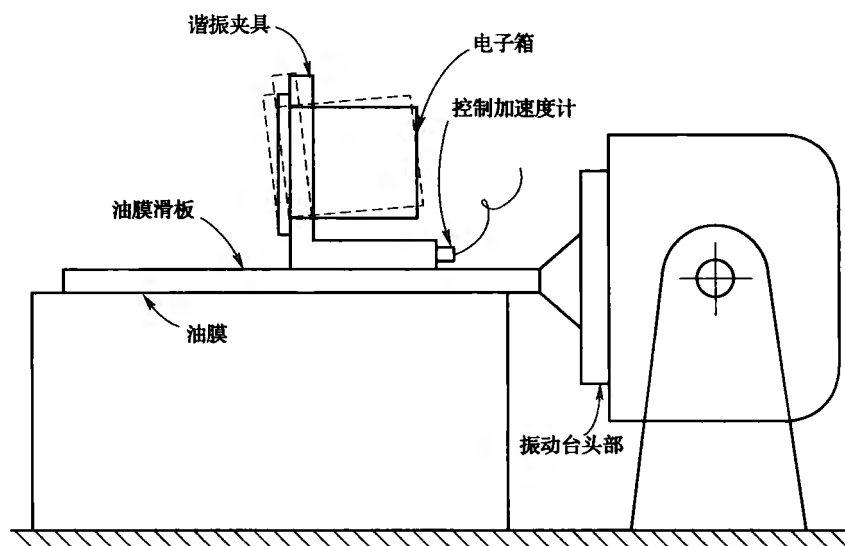


图 14-23 油膜滑板上的谐振夹具

如果谐振夹具顶部的传输率为 10, 当控制加速度计的值为 $2G$ 时, 则在谐振峰值承受的是 $20G$ 。也就是说, 在夹具的谐振点上, 电子箱可能要承受到 $11G$ 的平均值, 而不是要求的 $2G$ 的输入。

如果控制加速度计安装在谐振夹具的顶部, 则夹具的底部在谐振峰值时仅承受 $0.2G$ 。也就是说, 在夹具的谐振点上, 电子箱可能承受的是 $1.1G$ 的平均值, 也不是要求的 $2G$ 的输入。

当然, 该问题最好的解决办法是设计无谐振夹具。但这是不可能的, 折中才是唯一的办法。所以, 控制加速度计大概应放置在夹具的半中间位置。

14.18 估算结构件传输率 Q 的更精确的方法

在确定传输率 Q 的大小时, 阻尼在振动结构中起重要作用, 这种传输率是当结构以其固有频率受到激励时将要研究的。动态耦合和调相关系也可以起到重要作用。当阻尼增大时, 更多的动能将转化为热能, 这样可用于对结构做功的能量就会减少, 从而使得传输率降低。当阻尼减小时, 只有较少的动能转化为热能, 这样可用于对结构做功的能量就会增多, 从而使得传输率增大。它还可以与动态位移和应力相关。较高动态位移和应力值将产生降低传输率的较大阻尼。较低的数值将产生增大传输率的较小阻尼。输入加速度 G 值也起到重要作用, 因为高的输入加速度 G 值会形成降低传输率的高应力和高阻尼。低的输入加速度 G 值具有相反的影响。对式 (2-30) 的检查表明, 当 G 值保持不变时, 位移 Y_0 与频率的平方成反比。当频率加倍时, 位移将降低到原来的 $1/4$ 。减小的位移会降低应力, 也减小阻尼, 因而使传输率增大。上述信息将形成两个很重要的结论:

- ①提高固有频率将增大传输率;
- ②增大输入加速度 G 值将降低传输率。

将上述结论与多年来积累的与不同类型的电子支撑结构的试验数据综合在一起, 这些支撑结构又细分为三组: 某些电子线路的支撑梁、带某些周边支撑的 PCB 和小型密封电子机箱。在双对数纸上画出数据, 看其是否可开发出类似于 $S-N$ 曲线的某种通用的直线。在混合大量的近似值之后, 最终选择的通用方程如下:

$$Q = A \left[\frac{f_n}{(G_{in})^{0.6}} \right]^{0.76} \quad (14-21)$$

式中: $A=1.0$, 梁式结构;

$A=0.50$, 插入式 PCB 或周边支撑的 PCB;

$A=0.25$, 小型电子底板或电子机箱;

f_n ——固有频率 (Hz);

G_{in} ——正弦振动输入加速度 G 值 (无量纲)。

上述方程与电子组件相关, 因此预计梁结构支撑带有某些连接线或电缆的几个电子元器件。预计 PCB 能很好地装载若干电子元器件的混合体。预计其为最长尺寸在 $8 \sim 30$ in 之间的小型机箱, 带有螺栓连接的盖板, 用于为 PCB、线束、电缆和连接器一类的各类电子部件提供入口。

例题：插入式 PCB 预期的传输率

确定其固有频率为 280Hz 的插入式 PCB，在 0.2G、2G、5G 和 8G 的峰值正弦振动加速度 G 值下，预期的近似传输率。

解：从 0.2G 开始使用式 (14-21)，且数值 $A=0.50$ ：

$$Q = 0.50 \times \left[\frac{280}{(0.2)^{0.6}} \right]^{0.76} = 75.4 \tag{14-22}$$

峰值正弦输入加速度 G_{in}	预期的 Q 的近似值	峰值正弦输入加速度 G_{in}	预期的 Q 的近似值
0.2	75.4	5.0	17.4
2.0	26.4	8.0	14.0

上述数值与在众多的 PCB 上进行的振动试验数据的相关性非常好。本书中许多有关 PCB 的示例问题均使用了基于固有频率平方根——其导出的数值是 16.7 的近似的传输率。它接近于上述 5.0G 的峰值正弦输入值。

以下 14.19 节 ~ 14.25 节给出了振动试验的历史案例。

14.19 振动试验夹具的交叉耦合效应

开始这一节的最好方法是描述与一个小型电子模块相关联的事件。将电动冲击台设置为垂直方向振动。振动试验夹具呈立方框架形状，该框架通过图 14-24 所示的 12 个铝棒焊接组装在一起，每个铝棒测得的尺寸是 1.0in 见方、9.0in 长。夹具用螺栓固定在冲击台面的上面，而小型电子模块由螺栓连接在夹具的上面。一个小的加速度计靠近试验模块黏结在夹具的上面，以便在垂直方向控制 5.0G 的峰值正弦输入值。受试模块的额定值为 25G 峰值。正弦扫频振动从 25Hz 开始，且模块处于通电工作状态。在 200Hz 附近的某个位置模块出现故障。每个人都心烦意乱，因为他们并未料到额定值为 25G 的该模块会在 5G 试验中出现问题。将模块供货商叫到现场，并抱怨他们提供的 25G 额定值的虚假的广告宣传。模块供货商再次证实并保证 25G 的额定值，并且建议雇用某个人来检查他们的问题。

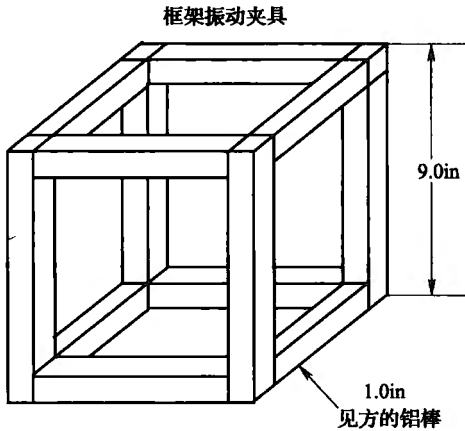


图 14-24 利用 1.0in 见方的铝棒焊接在一起的粗糙的振动夹具

外聘的顾问来到现场，并请求额外增加两个加速度计装在两个水平轴上以监测交叉耦合的大小。项目管理者拒绝了该请求，声称在夹具中不存在交叉耦合。顾问问他们是否有试验数据可以证明不存在交叉耦合。项目管理者答复交叉耦合数据是不必要的，而且那是浪费时间。他们断言，当系统在垂直方向经受振动时，它只能在垂直方向运动，而不可能在其他方向运动。顾问于是坚持要求多装两个水平取向的加速度计固定到夹具上，以检查交叉耦合响应。项目管理者再次拒绝了这一请求。大家离开大约 1h 后，直到项目管理者允许在夹具水平方向上多装两个加速度计。试验数据显示，对于 5.0G 的峰值垂直输入水平峰值响应为 104G。对于顾问来说，框架式夹具在水平方向具有很低的固有频率是很明显的。顾问建议用一个小的实心铝块夹具代替框架式夹具，因为前者具有高达 2000Hz 以上的固有频率，问题得到了解决。

在我们的动力学世界中，自然倾向总是趋向于提高效率。形变理论说，负载下的结构将以保持应变能量最小的方式变形。叙述同一件事情的另一个理论说：任何时间结构均在经受振动，并且它将通过在生成最小应变能量的方向上移动来做出响应。而最大响应的方向往往是与输入方向不同的方向。

14.20 螺栓连接构件中的逐步振动剪切故障

农业机械构件上的粗壮的轮轴利用许多大的螺栓连接在图 12-25 所示的刚性框架上。每隔几年轮轴就会变松，因为许多大螺栓已经剪断。当螺栓断裂时，农民一直在更换螺栓以保持农业机械的工作。利用来自粘贴到车轴上的加速度计的数据，对螺栓进行了动态应力分析。分析假定有一半螺栓可能承载交变剪切负载。分析表明螺栓是不应该出现故障的，因此农民认为螺栓是有缺陷的。已经安装了有较高质量和较高强度的螺栓。它们用了稍长一段时间之后，还是会出故障。

螺栓连接部位要求匹配零件中有大的固定孔，以使得对大批生产的、具有标准制造公差的零件的组装容易进行。对处于交变载荷下的螺栓连接部位的检查表明：在振动期间螺栓会稍作移动，而在两个螺栓连接的零件之间的摩擦试图防止相对运动。摩擦和振动就像油和水，它们是不能混合的。螺栓连接的零件将继续运动直到一个螺栓接收到负载。接收负载的第一个螺栓将变为一个支点，该零件将继续运动直到第二个螺栓也接收到负载。这两个螺栓之间的这种加载将交替进行，直到一个螺栓折断，这样另一个螺栓将接收负载。这种过程将一再反复，直到螺栓连接的组件断裂分离。当在批生产机械加工零件中采用较松的公差时，在螺栓连接的组件中只有两个螺栓承受交变载荷，而与许多螺栓如何使用无关。如果使用快速铆接代替螺栓，铆钉扩大充满铆孔，这样在铆接零件之间就不可能有相对运动。在这种情况下，所有铆钉都将承受部分交变载荷。如果不能使用铆钉，则应增加两个（或多个）大的压配合销钉，这

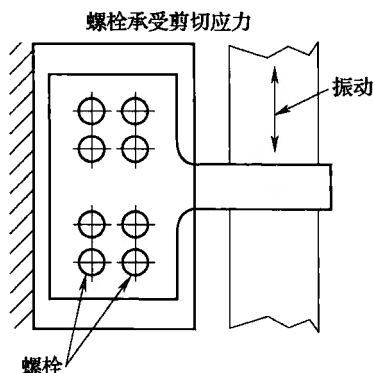


图 14-25 在经受交变动载荷的螺栓连接部位的渐进剪切

些销钉具有大到足以承载交变剪切负载的剪切区域。标准实践是螺栓理应承载拉伸应力，而销钉理应承受剪切应力。

14.21 采用剪切负载的螺栓的推杆耦合振动台

振动试验经验有限的工程师常常被要求设计专用的电子设备试验夹具。常常使用螺栓连接固定，因为它们能够快速且容易地安装和拆卸。使用铝油膜滑台和螺栓耦合机构的这种类型的典型安装示于图 14-26。

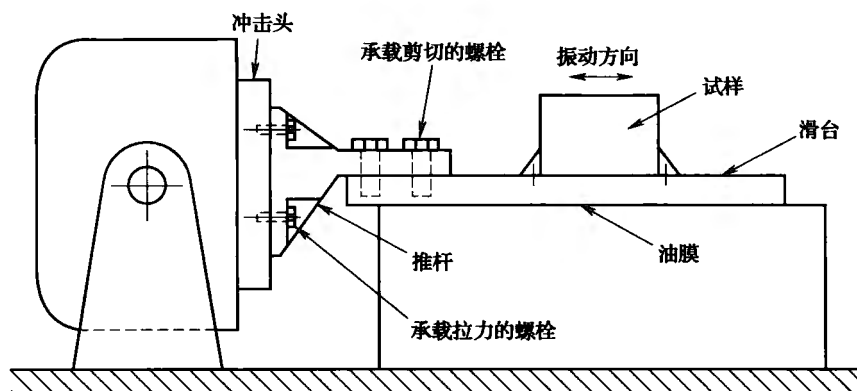


图 14-26 使用推杆联轴器的油膜滑台振动夹具的不良安装，这种联轴器装有以剪切形式加载的连接螺栓

当试样很重时，振动台不能以高频给滑台传送很高的加速度 G 值，因为分界面螺栓连接的滑台滑动量太大。这种类型的安装依赖从冲击头给滑台传送负载的螺栓连接界面上的摩擦。对于低于 800Hz 的强迫频率而言，这种系统能很好地工作。在冲击头强迫频率约为 1000Hz 且峰值正弦振动输入为 10G 的情况下，螺栓连接部位的滑动量传送给滑台的峰值振动大约只有 2G。当夹具螺栓孔中提供了空隙能够易于安装时，就失去了冲击头到滑台的刚性连接，因为在没有滑动的情况下螺栓连接部位的接口摩擦不能承载很高的力。能够增大螺栓的拉紧扭矩，或者能够增加额外的耦合，或者能够使用较大的螺栓，但是这些更改都不能使得高频试验性能有很大的改善。

14.20 节已经指出：螺栓应该承载拉伸应力，而销钉应该承受剪切应力，所以建议使用销钉。为了安装精确加工的压配合铆钉，钻三个直径为 1.0in 的孔并铰孔。在将它们放入夹具压配合之前，将三个硬钢铆钉放入冷却箱，以保证铆钉在回到室温时能够膨胀而获得良好的紧配合。试验工程师的直觉相信，铆钉夹具将解决他们的高频试验问题。试验利用 1000Hz 的强迫频率和 10G 的峰值正弦振动输入重新进行。滑台加速度计仅仅显示 3G 的峰值，而不是预期的 10G 的峰值。试验工程师想：滑台加速度是不是有缺陷？它没有缺陷。那么出了什么问题呢？一再作用于软铝的硬钢铆钉，在大约 4s 的时间内引起图 14-27 所示的铝拐角局部变硬。在每秒 1000 个循环下，4s 大约有 4000 次应力反转，这就使铆钉变松。解决这个问题的好方法是将滑台焊接到推杆耦合机构上，这样其连接到冲击台头部的所有连接螺栓均承受拉伸应力，如图 14-28 所示。

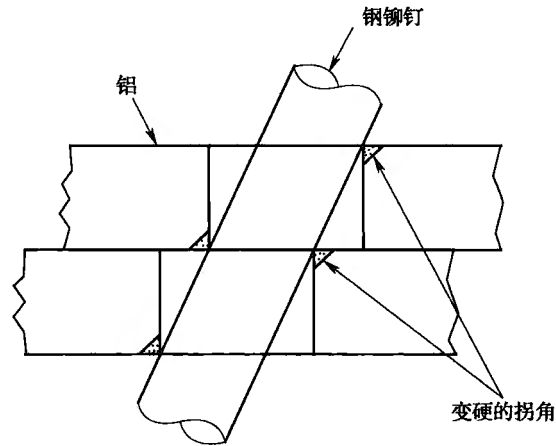


图 14-27 由于高频振动期间软铝拐角迅速变硬导致推杆联轴器中的压配合铆钉效能丧失

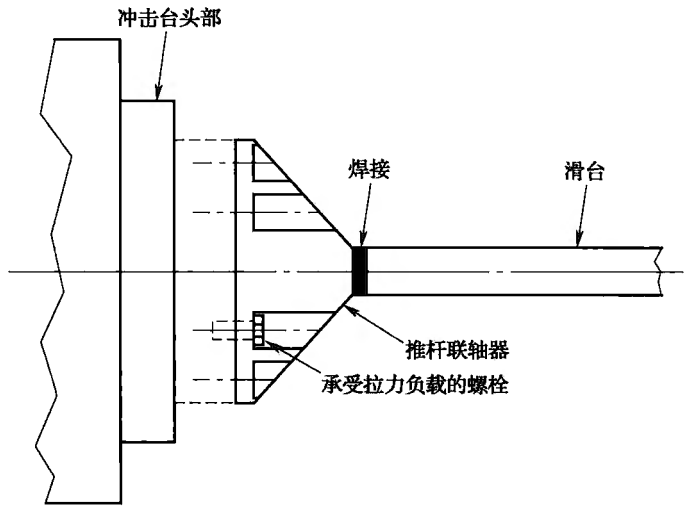


图 14-28 振动夹具的良好布局：焊接到滑台上推杆联轴器和许多承受拉力负载的安装螺栓

14.22 螺栓连接 PCB 的中心以改善其振动疲劳寿命

插入式 PCB 通常因为其中心没有支撑而具有相当低的固有频率，这样它们常常会成为“油壶”。其结果是传输率 Q 值增大，更快速地产生引线和焊点疲劳故障。当单独对其中心具有制成的插入式 PCB 进行振动试验时，其固有频率和疲劳寿命均大为增加。为研究这一想法，制造了一个壁厚为 0.090in 的圆形铝钎焊底座，用以安装 20 个每个重量为 1.0lbf 的空插入式 PCB。底座使用一个直径为 0.25in 的钢棒，穿过底座的两端，并通过每个 PCB 中心的孔。在每两个 PCB 之间均放入一个具有精密公差的空圆柱状铝衬套，这样当钢棒在其两端被螺栓连接或夹紧时，每个 PCB 的中心就可能固定在一起，如图 14-29 所示。为了避免任何可能的振动问题，在底座的四周钎焊了一个长度为 1.0in、厚度为

0.38in 的硬的加强肋。穿过底座的钢棒被放在下面，靠近四周的加强肋。底座的两端使用了倍增条 (doubler)，以确保 1.0in 长的加强肋能够代替较薄的 0.090in 厚的铝壁承载动载荷。

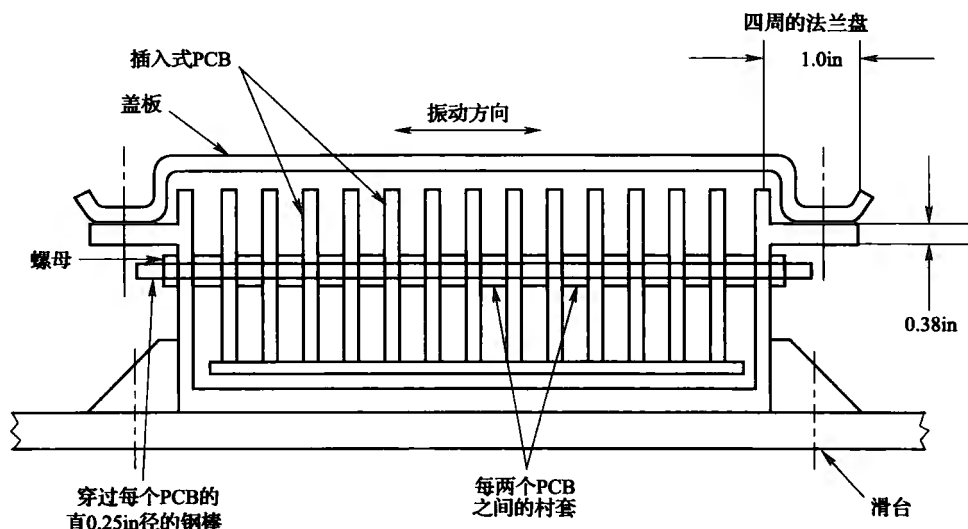


图 14-29 用于改善支撑以提高 PCB 固有频率的穿过每个插入式 PCB 中心的长钢棒，它未曾工作，高的动载荷破坏了底座

有 20 个空 PCB 的组装好的底座利用若干个小加速度计进行测量，并且用螺栓连接到油膜滑台上，该滑台又用螺栓连接到一个电动振动台的头部，用于进行范围为 20 ~ 2000Hz 的 5.0G 峰值正弦振动试验。振动输入沿底座的纵轴，垂直于 PCB 的板面，强迫频率缓慢地升高，同时用几个 X-Y 绘图仪打印出安装在试验底座上的几个加速度计的响应。如果强迫频率接近 425Hz 的固有频率，就出现类似于火车通过试验区的噪声的急剧增大，很快随之而来的事情可以用爆炸来形容，因为坚固的钎焊的电子底座与很硬的周边的加强肋完全撕裂。

事后的结论是很清楚的。很明显，当所有 PCB 都固定在一起的时候，它们可能具有相同的固有频率。除非某人有亲身经历的经验，否则要设想一个 20lb 的质量进入谐振条件时可以获得动能的量级是非常困难的。当只有 5.0G 峰值正弦振动输入加速度值，一个传输率约为 20 的 20lbf 的质量将产生 $20 \times 20 \times 5 = 2000\text{lbf}$ 的动载荷，作用在前后两个加强肋上。这就在每个加强肋上产生了 1000lbf 的动态力。在底座宽度为 8.0in 的情况下，在一个加强肋上的近似的弯矩将是 $500 \times 4 = 2000\text{lbf} \cdot \text{in}$ 。加强肋上的惯性矩将是 0.0316in^4 。一个加强肋上的动态弯曲应力将近似为：

$$S_b = \frac{Mc}{I} = \frac{(2000) \times (1.0/2)}{0.0316} = 31645\text{lbf/in}^2 \quad (14-23)$$

利用 36000lbf/in^2 的钎焊铝的极限抗张强度和 6.4 的疲劳指数，根据式 (8-2) 可以求得 6061 T-4 铝钎焊底座的近似的疲劳寿命如下：

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right) = (1000) \times \left(\frac{36000}{31645} \right)^{6.4} = 2282 \text{ (故障前循环数)} \quad (14-24)$$

故障前时间可以根据底座的 425Hz 的固有频率估算如下:

$$\text{故障前时间} = \frac{2282(\text{故障前循环数})}{(425 \text{ 循环数/s}) \times (60\text{s/min})} = 0.089\text{min} = 5.4\text{s} \quad (14-25)$$

14.23 由于制造方法不当引起的振动故障

在 3.5G RMS (均方根) 飞行验收试验期间, 一个惯性导航系统的自旋陀螺的小转轴出现了故障。包括大的应力集中因子在内的转轴的动态应力和疲劳分析表明, 它不应该出现故障。机加的直径为 0.25in 销钉的端部缩至 0.065in 的较小的直径, 在转轴内的台阶上有一个很小的半径。故障就发生在这个转轴内的台阶上。有一些疑问与机加操作是如何进行的有关。如果使用了单个刀具的车床, 则小直径的切削作用有可能产生弯曲应力, 而这种弯曲应力可能高到足以出现小的初始裂纹。在振动验收试验期间, 这种裂纹有可能会增大, 从而产生明显的系列故障。参观了制造现场, 并且与车间监督员进行了讨论。车间监督员因为知道他总是容许这样一位机床操作者在他的制造车间内工作而非常懊恼。监督员断言他比大多数项目工程师更了解疲劳断裂。他坚称他的所有工人都接到指令, 要使用相隔 120° 的三个刀具加工该转轴, 这样在转轴中就不可能出现初始裂纹。他的潜台词是, 工程师们精神太过紧张, 而将他们的不良设计的责任推诿给他的粗心的制造方法。一再检查工程动态负载和应力, 还是得到相同的结论: 振动量值没有高到足以引起转轴故障。再一次到制造现场进行了访谈, 但不是与监督员谈话, 而是到各个制造现场进行检查。果然, 在一个现场看到机加工工人仅仅使用一个刀具切割转轴。监督员后来打电话检查机加安装。想到他曾经只用一个切削刀具切削转轴时, 他脸色变白了。当他问机加工工人为什么用一个刀具而不是用三个切削刀具的标准实践时, 机加工工人说他认为用三个刀具安装和切割时间太长, 这样他就不能完成日常定额任务。单个刀具切割更快些, 很明显, 机加工工人除了用三个刀具进行加工之外还会用一个刀具加工。

上述情况是未按指令加工, 即未能确保指令得到执行的情况。有些监督员对于要服从他的指令太过懒散, 而当其他监督员觉得困难时, 必须核查他的指令是否正在得到执行。在任何情况下, 这些人总是假定他知道在他的领域正在发生什么事, 而他实际上并不知道。在关键性调查中他们常常传递错误信息, 在这里要想得到能够用于作出正确决策的良好数据是很困难的。

14.24 实际上因大型底座跌落引起的所谓振动故障

一个四人机械工程师小组征询振动专家对于在大型昂贵惯性导航铸铝底座中遇到的、他们称之为振动故障的意见。0.25in 厚的铸件有一个深的 V 形裂口, V 形裂口每边长约 2in。该裂口延伸入底座的深度约为 0.50in, 这样在 V 形裂口的两边, 底座的壁厚是清晰可见的。振动专家提醒人们注意这种深而集中的裂口伸入到厚铸件中, 并且宣称此裂口不是振动故障。裂口很可能是由于底座跌落到硬地面的高冲击力引起的。四个工程师坚称他们有证据证明底座没有跌落过。当问他们证据在哪里时, 他们答复说他们问过项目组的每

一个人底座是否跌落过，每个人都说没有。因为底座刚好做完了振动试验，他们的结论就是：只有一个可能，那就是裂口肯定是由振动引起的。振动专家暗示，在他的直觉中，没有人会承认跌落过一个价值至少 15 万美元的底座。

这个事件的悲哀部分就是，四个取得资格的机械工程师不可能说出明显的碰撞裂口与振动诱发裂口之间的区别。这个事件得到的教训就是：当他们害怕丢掉他们的工作时，他们会说谎。而且这件事情还说明，要正确获得与故障相关的信息常常是很困难的，尤其是当人们害怕有可能丢掉他们的工作时。

14.25 增强现有系统振动和冲击能力的方法

军事采办机构现在决定放弃许多通用的与军用电子设备采购相关的文件，因为它们增加了成本。为了降低电子设备的成本，他们已经转向最佳民用实践电子设备。民用电子设备没有要求军用大纲通常需要的高温可靠性。这就意味着，当民用设备用于军用大纲时，必须提供最好的冷却。这常常可以通过使用一个更强有力的风扇来改善冷却，或者通过增加较大的热交换器，或者通过增加较大的对流冷却风扇来实现。

提高可能用于军用大纲的民用项目的耐振动和冲击能力，通常要求对现有 PCB 和现有底座封装进行某些结构上的调整。通过利用一种半软的硅橡胶或某种类型的泡沫材料来不完全地包封 PCB，常常能将 PCB 做得更能耐振动和冲击。这样做会提高疲劳寿命，但会使得修理非常困难。已经成功地利用缓冲器来将民用硬件转化为军用大纲的使用。当 PCB 的固有频率受到激励时，缓冲器通过彼此碰撞工作。碰撞作用明显地减小了动态位移，也就延长了疲劳寿命。将若干直径为 0.25in 的环氧玻璃棒靠近 PCB 成对粘贴在其中心附近，且每对缓冲器之间只有很小的间隙时，它们能够很好地工作。要在 PCB 的中心附近的元器件之间找到空地，可能是困难的。通过查看每个 PCB 的每侧空白的图样，常常可以找到好的缓冲器位置。按照正确的顺序将这些玻璃棒分组一起放在灯光下，以寻找缓冲器对的最佳位置。

已经使用了一种快速固定的方法，用以提高装满插入式 PCB 的电子机箱的振动和冲击能力，这些 PCB 是利用许多小橡胶球或者类似于乒乓球的小而轻的空心球填满机箱的。当机箱填满这些空心球时，PCB 的位移不会很大，这样其振动和冲击性能就会得到明显改善。在机箱中通过从 PCB 到机箱侧壁的传导冷却，这种系统能够很好地工作。机箱盖板不是螺接的，小球洒出时要保存起来。这就为维修任何 PCB 给出了自由的入口。然后更换小球并更换盖板以完成维护和修理。

有时候结构自身要求某种加固。这常常能够通过螺钉固定和胶结方法来完成。加固的拐角或倍增条侧板能够粘贴到机箱的关键部位，如果电器连续性或额外加固需要的话，再增加一些小螺栓。当只有少数几个系统需要加固时，这种快速固定方法工作得很好。当必须改进数百个系统时，为新的应用重新设计整个系统也许更为廉价。

第 15 章 电子设备的环境应力筛选

15.1 引言

二三十年前，电子设备制造商就使用了老练程序，剔除有缺陷的电子元器件。新的电子元件放入置于 $55 \sim 71^{\circ}\text{C}$ 的某个高温箱式装置中，并且通电工作数天时间。在电子系统中使用了经过这种工艺后存留下来的元器件，再销售给用户。这种实践消除了许多薄弱的元器件，并形成了更为可靠的产品。因为电子产品变得更为复杂也更为精密，老练程序不再称职，而且故障率开始一再增大，需要某种新的筛选工艺和程序。使用不会激励正在进行筛选的电子系统中的任一固有频率的较低频率，将 $2.2G$ 的峰值正弦振动激励加入高温浸泡条件。这种振动和温度筛选常常称为颠簸和烘烤试验。这种方法困扰了坚称筛选是制造工艺而不是试验的人们许多年。争论的前提是：在试验中是不希望出现故障的，而在筛选中是希望出现故障的。筛选的目的是去掉早期故障的初始失效率群体，如图 15-1 所示。潜在的制造缺陷析出变成硬电子故障，这样它们就能够在将产品交付给用户之前在工厂进行修理。用户因为有了更可靠的产品而更为高兴。优质产品的新闻迅速扩散开来，因此销量更多，并且每个人都很高兴。

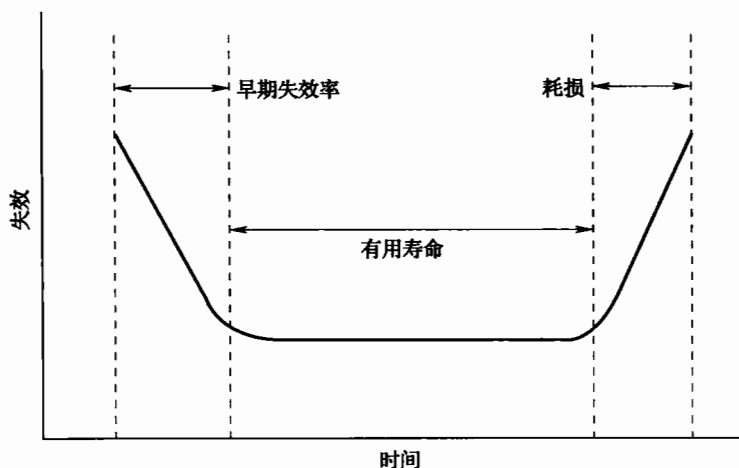


图 15-1 示出早期失效、有用寿命和耗损的可靠性“浴盆”曲线

15.2 环境应力筛选理论

取决于大纲的目的，环境应力筛选（ESSEE）可以以许多不同的方式定义。一个简单

的定义与它的相关，它是要为提高电子设备的可靠性提供一种费用有效化的方法。另一个大众化的定义是：筛选的目的是以某种方式激励电子线路，将迫使隐藏的缺陷发展为硬故障，这样产品就能在发运之前在工厂得到修理，从而使用户收到一个可靠的产品。筛选想法的背后是说，隐藏的缺陷和瑕疵是与制造和组装工艺和程序相关的，而与产品的基本设计无关。但是，各种筛选的经历已经显示，它们既能揭示不当的制造实践，又能揭示不良的设计实践。对筛选数据的仔细检查常常揭示元器件的故障形式：不当的工艺过程可以显现出来，电路设计错误也可以变得显而易见，还可以揭示粗心的制造方法。在筛选工艺中大量的故障，或者筛选期间为数不多的故障，都可以看成是筛选工艺自身的不足。美国在 1979 年发布的题为“海军制造筛选大纲”的海军的 NAVMAT - P - 9492 中可以找到电子设备应力筛选的很有效的文件。

筛选工艺的最终目的是取消筛选的要求。筛选工艺最终应该能使工程师和制造者团队持续不断地改进他们的技术。不断改进设计、硬件和制造质量的过程最终应该做到利用低成本实现高质量这一点，这样筛选就不再是长期的要求。随着时间的推移，如果硬件质量没有持续的改进，则很明显这种筛选过程就不是有效的而且需要加以改变，而且它也绝不能一直使用下去，最终使公司额外地浪费金钱。

15.3 筛选环境

最常见的筛选通常基于实际操作环境。最通用的筛选是热循环和某种形式的振动。经验已经证明，某种形式的热循环筛选和振动筛选对于消除制造缺陷是有效的。对于设计用于工作在很安静且很稳定的空调办公室的电子设备来说，筛选也是有效的，因为预计在这种地方绝不会出现热循环和振动条件。军用电子设备的经验已经证明，在消除制造缺陷方面热循环筛选比振动筛选更为有效。但是，仍然强烈建议使用这两种类型的筛选以加强筛选效果。这两类筛选能够分别进行，也能够组合在一起同时进行，可以通电工作也可以不通电工作。当系统通电工作时，比较容易发现故障。但是，这种筛选方法是很费钱的。少数成功的筛选已经使用冲击脉冲，而某些筛选已经使用噪声。时间就是金钱，因此强烈希望缩短筛选时间，以节省经费。某种早期的热循环筛选使用了使温度跃升和陡降的热冲击以缩短时间。垂直或水平的两个不同的温度箱彼此紧靠着放置。一个温度箱设定为 $+100^{\circ}\text{C}$ ，而另一个温度箱设定为 -40°C 。使用一个活塞装置放置电子单元，从一个箱子转换到另一个箱子大约用时为 5s。在每个极端的温度箱内停留的时间取决于电子单元的尺寸。这种方法已经放弃。因为这种筛选诱发的故障比现场遇到的故障多得多。以可接受的费用为基础，在试图寻找一个能为现场提供良好可靠性结果的温变速率的时候，调查并试验了温度循环的升降速率。所调查的温变速率的范围为 $2 \sim 30^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 。对于 $-55 \sim +71^{\circ}\text{C}$ 的温度循环，同时在升温期间通电而在降温期间断电， $20^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 的升降速率受到好评。有少数几个公司发现他们的筛选在 $2^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 升降速率下工作最好。大多数公司提出要使用的升降速率在 $10 \sim 20^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 。对于又大又重的电子元器件和 PCB 自身应使用热电偶，去寻找在高低温下达到稳定的近似时间。这种信息对于规定高低温下的停留时间是很有用的。

不同形式的振动暴露在寻找电子系统中的潜在缺陷已经获得很大的成功。以每分钟半个倍频程的速率进行的 20Hz—2000Hz—20Hz 的扫频正弦振动也有一些益处。以从许多不同的公司获得的成功的筛选数据为基础的、覆盖 20 ~ 2000Hz 频率范围的数分钟的宽带随机振动，似乎是最有效的振动形式。通常，在三个主轴的每个轴上施加大约 5min 周期的振动，总时间共约 15min。当所有 PCB 均以相同方向安装时，在典型情况下沿垂直于 PCB 板面的轴向施加 10min 的振动。当 PCB 安装在两个不同方向时，常常使用沿两个垂直于 PCB 的不同的轴向同时振动。其典型安装使用了两个不同的振动台，它们有一个振动彼此成 90° 安装的水平面的油膜滑台。这是一项花费很大的操作。带活塞驱动锤振动台的几个低成本的空气压缩振动器沿所有三个轴振动，并提供绕所有三轴的转动，以同时激励 6 个自由度。驱动锤通常有一个将振动与热循环综合在一起进行的装置。这是筛选的一大进步。缺点是没有可用于平滑任何高谐振传输率尖峰的峰—谷滤波器，这样它就有可能损伤好的电子元器件。单轴电动振动台一次只能激励一个轴，这是一个缺点。这些振动台系统常常带有峰—谷滤波器，这是一个优点。通用的随机振动剖面见图 15-2。

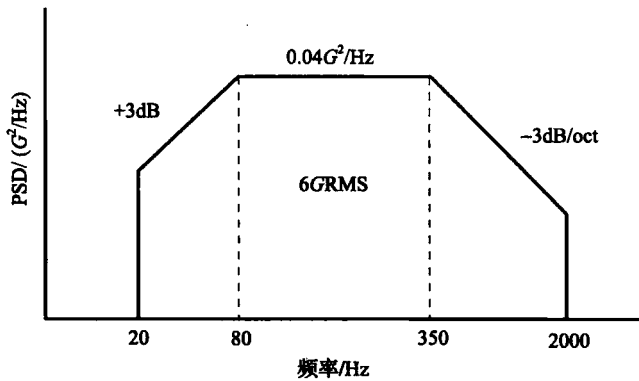


图 15-2 取自 NAVMAT-P-9492 的推荐的 ESS 随机振动 PSD 剖面

在小型电子机箱中，利用频率范围为 80 ~ 350Hz、功率谱密度（PSD）为 $0.004 G^2/Hz$ 的 6.0G RMS 输入加速度值的军用大纲是成功的。这里定义的小机箱是指其最大尺寸约为 24in。如果使用不当的话，随机振动可能是非常危险的，特别是对于大型机箱或机柜而言。为保证大纲的成功，需要对结构动力学和累积疲劳损伤有很好的了解。可以用若干不同的方法开发宽带随机振动。最精确的控制方法是使用很贵的电动振动台。有些电动振动机械可以使用闭环盒式磁带控制（这是一种早期的模拟式随机振动控制方式——译者注），以进行低成本的随机振动。一些公司提供了将热循环能力组装在一个相对狭小的外壳内的、低成本的气动活塞锤为随机振动机械。

6.0G RMS 的随机振动量值对于大型机柜可能是很有破坏性的。这可以通过针对一个重量为 500lbf 的 6ft 的机柜，比较（美国）海军的 MIL-S-901 的冲击要求和 MIL-STD-167 的振动要求进行验证。海军使用一个 3000lbf 的非常大的冲击锤来碰撞支撑机柜进行冲击试验的夹具。它能产生大约 150G 的输入冲击值。而机柜内部的电子设备通常会经受大约 200G 的冲击值。这些机柜几乎总是能够通过这种冲击试验。

但是，同一个机柜很少能够通过大约历时 1min 的 1.0G 的峰值输入正弦振动试验，因此常常请求并同意弃权。这就意味着，历时 1min 的 1.0G 峰值输入正弦振动试验会比 150G 峰值输入冲击试验产生更大的损伤。这种比较的目的是，验证振动能够激发给大型结构造成很大损伤的固有频率。对于随机振动筛选来说，要遵循的一个好的初步法则是，单位为 ft 的电子机箱的最长尺寸 (L) 乘以 G RMS 输入值不应超过大约 6.0 的数值，如下：

$$(L) \times (G \text{ RMS}) \leq 6.0 \quad (15-1)$$

它意味着，一个 6ft 高的电子机柜不应在未经大量验证试验的情况下暴露在一个大于大约 1.0G RMS 的随机振动筛选量值中。而一个 1ft 长的电子机箱不应在未经大量验证试验的情况下暴露在一个大于 6.0G RMS 的筛选量值中。一个 3.0ft 的电子机箱不应在未经大量验证试验的情况下暴露在一个大于 2.0G RMS 的随机振动筛选量值中。

15.4 预期筛选可接受时怎么办

- ①提供一个费用有效的筛选工艺。
- ②快速析出（原文有误——译者注）潜在缺陷，以使它们能够检测出来。
- ③不要消耗系统太多的寿命。
- ④不超过系统的设计能力。
- ⑤析出大部分潜在缺陷。
- ⑥提高硬件的现场可靠性。
- ⑦提供一些用与测量筛选效率的方法。

15.5 预期筛选不可接受时怎么办

- ①生成一个会引起好的元器件出故障的高的损伤量值。
- ②生成一个会引起外加缺陷的高的损伤量值。
- ③使之变成建立设计要求的基础。
- ④试着使用测得的操作环境作为筛选环境。
- ⑤用掉 5% ~ 10% 的有效疲劳寿命。

15.6 是否筛选的问题

许多公司并不相信筛选工艺在提高他们的产品的现场可靠性中是有效的。事实上他们有数据证明，筛选工艺实际上降低了他们的产品的现场可靠性。同样地，也有大量的公司相信筛选工艺明显地提高了他们的产品的现场可靠性，而且他们还有支撑他们立场的实际案例。这两部分的结论都是正确的。任何一个筛选大纲的成功都必须针对其大纲的特殊要求进行剪裁。每个公司都想节省经费。某些公司将他们的大纲当作一双可拉长的短袜来处理——用一个尺寸适应所有尺寸。他们的姊妹公司跨过江河耗尽大量的时间和金钱建立了

他们看起来非常成功的筛选。为什么不简单地使用它们的成功的筛选而节省大量的时间和经费呢? 于是执行了这种筛选, 结果却变成一场灾难。这是一个有力的证据, 在要为不良筛选负责的人员的心中筛选就算不上一项工作。但是, 有来自数百个公司的强有力的证据证明, 筛选就是一项工作。

15.7 筛选大纲开始前的准备

电子产品常常就像一些孩子, 每个人都有不同的个性。当他们没有受到正确对待时, 他们会提出抗议并且行为不端。所以必须了解“孩子”的习性和产品的特性, 以便提出有效筛选的建议。在执行任何筛选大纲之前, 应该了解电子硬件的物理特性。它包括对于在系统中使用的各个电子元器件和材料的热性能、动力学和疲劳特性的了解。这种了解通常通过分析和试验两种方法进行。只有分析也许不能精确到足以建立有效的筛选, 这取决于分析的知识和经验。只有试验也是不够的, 同样取决于试验人员的知识和经验。另一个因素是可以获得的试验设备的类型。为进行适当的筛选, 需要温度循环试验箱、自动温度记录仪、有随机能力的电动振动台、油膜滑台、众多的小加速度计、众多记录通道以及若干闪光灯。所有这些设备都是昂贵的。许多小单位没有资金可供使用。有些单位可能早已有振动台, 但只有正弦振动能力。或者他们可能早已有一些低成本的气动冲击式振动台。没有热和振动能力的公司常常利用具有这些能力的外部卖方转包商, 进行他们的热和振动筛选。

只要他们控制不当, 振动筛选就可能非常危险, 而且可能引起的问题最多。通过正弦振动调查, 可以得到不同结构要素的固有频率和传输率 Q 值。可以使用真实硬件或全尺寸模型硬件, 但必须利用小型加速度计很好地进行测量。应使用大约 2.0G 的峰值输入, 以获取好的试验数据。应使用从 10Hz 到 2000Hz 再回到 10Hz 的扫频振动, 扫描速率约为 1oct/min。扫频应该在向上和向下两个方向上进行, 以确保它们看起来是类似的。如果画出来的 Q 曲线差异非常大, 这就是一个非线性系统的征兆。应该使用较高的 Q 值去评价随机振动响应。在能够推荐一个好的筛选之前, 必须了解和获得这一类信息。

另一部分在要推荐筛选之前很有价值的信息是电子硬件的易脆性 (fragility) 量值。这种量值能够通过分析或试验获取。最好的数据是通过试验真实硬件或全尺寸模型硬件获得的。硬件必须利用小加速度计很好地测量, 并利用提高的振动加速度 G 值的正弦谐振定频振动或宽带随机振动进行试验, 直到出现故障为止。如果系统没有通电工作, 要了解是否发生故障或何时发生故障可能是困难的。这种试验可能每过几分钟就不得不停下来检查各种电缆、连接器、引线和焊点是否出现故障。故障率高的插入式 PCB 在其中心具有高的传输率, 因此应仔细检查这些区域, 特别是在 PCB 中心附近存在大型表面安装或通孔安装的元器件的时候。发现故障时应该做好记录, 并应停止试验, 同时做好修理工作。然后应利用提高的振动加速度 G 值继续试验, 直到出现故障为止。这种提高试验 G 值、故障、修理和重新试验的过程要反复进行, 直到大部分寿命明显已经用完。

某些有随机振动能力的公司, 在电动振动台中使用了若干阶梯滤波电容器, 以降低最关键的插入式 PCB 中心的有效传输率 Q 的值, 使之从 18 左右降低到 2 左右。这就减小了

在 PCB 中心的加速度量值与 PCB 边缘的加速度量值之间的巨大的差异。这种工艺使整个 PCB 板面的响应加速度量值平缓,从而按照某些 ESS 人员的意愿,形成了更好的筛选。这个硬币的另一面是,真实世界是没有峰—谷滤波器的,因此在真实世界中,插入式 PCB 的中心总是具有比 PCB 边缘更高的加速度量值。但这是存在许多相反意见的另一个领域,即实际操作环境是否应该对建议的筛选方法具有影响的问题。

如果经费能够支持在一对不同的样本上重复进行振动易脆性试验,就可能很是美好的,因为在不同样本上的故障总是不同的。这是因为材料特性方面存在差异,以及经受试验的物理尺寸方面制造公差也存在差异。参看本书第 13 章 13.8 节中的更多的敏感度分析,指出了小小的公差不同是如何引起引线和焊点中很大的疲劳寿命的不同的。如果只允许工程师仅使用一个样机试验模型进行试验,他们就应该感激不尽了。许多单位的态度是样机试验模型不再是必要的,因为所有必要的信息都存在他们的计算机中。这样,当可以获得试验模型时,重要的是要注意今后要使用的物理尺寸,以有助于定义所制造的零部件的力、应力以及所要求的公差。

还建议用样机或生产硬件进行热循环试验,以了解不同热循环速率以及不同的最高和最低温度下,引线和焊点的故障机理和疲劳特性。热循环试验中的焊点故障,不像振动试验中的焊点故障那样引人注目。热循环损伤的累积很缓慢,而振动损伤的累积很快。利用全尺寸模型焊点能够获得的良好试验结果,在生产硬件中将使用相同的方法生成。在筛选大纲中希望的近似的热循环数,常常是以图 15-3 所示的系统中元器件数目为基础的。图 15-3 显示,仅使用 8~10 个热循环就足以筛选有 4000 个元器件的系统。研究表明,许多军用供货商对于大型复杂电子组件使用了 10~20 个热循环,而对单个电子元器件使用了 20~40 个热循环。

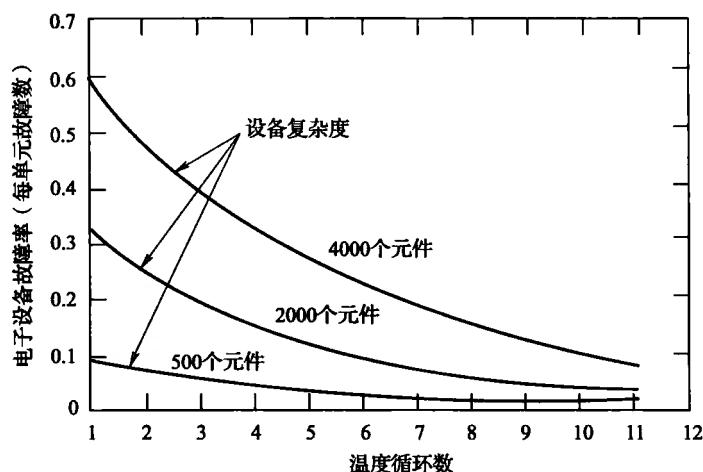


图 15-3 基于设备复杂度的推荐的热循环数

已经为一个新的空军飞行电子系统开发了一个很成功的焊点易脆性试验,或者验证寿命试验。这种试验是在具有各种表面安装和通孔安装的元器件的一系列 PCB 上进行的。这些试验的目的在于证明,PCB 设计和制造方法可以提供具有 10000h 无故障工作周期 (FFOP) 的使用寿命。系统原计划要提供 20000h 的 FFOP。这就意味着,设计寿命使用了

2.0 的安全因子,以满足初始工作寿命要求。制造团队使用了生产气相焊接方法以组装试验的 PCB,因此试验结果可以精确地反应生产方法。试验中总共使用了 1000 个热循环。每个试验组均使用了 500 个热循环。第一个试验组的 500 个循环的温度为 $-50 \sim +50^{\circ}\text{C}$,第二个试验组的 500 个循环的温度为 $0 \sim +100^{\circ}\text{C}$ 。这就在没有极端温度变化的情况下,覆盖了 150°C 的整个温度范围。两个小组使用的温度升降速率都是 $20^{\circ}\text{C}/\text{min}$,并且在每个极值温度上停留 30min 时间。这些单元没有通电工作。焊点故障的定义是在 35 倍的显微镜下检查是否存在明显的裂纹。要在温度箱内检查焊点是不可能的,所以每过 25 个循环就从温度箱内取出试验 PCB,并放在室温下用显微镜检查。要由几个人进行目视检查,因为在大约 150 个热循环后,焊点变成了波纹状。要区别裂纹与带有阴影的波纹之间的差别是非常困难的,因为波纹的阴影看起来很像裂纹。试验用热电偶测量,以记录不同关键元器件和 PCB 的温度变化率。这种信息被用作选择推荐的热循环筛选大纲的温度循环变化率和峰值温度的指南。

15.8 组合的热循环、随机振动和通电工作

有关应力筛选的经验研究表明,将随机振动、热循环和通电工作全部组合在一起,在相同的时间内能析出大多数潜在缺陷,但是相对成本较高。带有与之构成一个整体的热循环箱的气动活塞冲击锤振动台,非常便于进行这种形式的筛选。这样设备成本低,但时间和人员要求成本高。需要许多不同的技术小组,协调、控制和记录处于这些条件之下的筛选结果。典型的筛选从对系统进行电气检查开始。由于系统通电工作通常所需要的大型电气控制柜会存在问题,这一过程难得进行得很顺利。将大型电气控制柜通过粗糙地面从远处移向筛选间,常常由于振动能够振松引线、螺栓并使电连接器分离,而引起内部电气问题。监控电气系统的电气工程师,很少会了解与电气控制柜设计有关的问题。这是两种不同的工作,通常要由两个不同的小组来完成。与筛选相关的每个人要坐下来,等待试验控制柜工程师到场修理试验设备。前一部分人员会很无聊,他们会回到自己的办公室,或者去喝咖啡。试图使小组成员聚在一起,又会失去了 2h。这些实际问题浪费了大量时间和金钱。为使这些问题事先得到解决,协调工作安排是必要的。因为与这种工作相关联的问题,是许多单位选择他们的系统不进行通电工作试验的另一个理由。

利用组合热循环和振动环境的正常筛选程序要在不振动的情况下运行要求的热循环数的 $1/2$ 。接着再进行组合有热循环的 10 ~ 15min 的随机振动,然后再在不振动的情况下做完剩余的热循环。当环境筛选系统放在一个气动活塞冲击锤试验箱之内时,组合的热循环和振动是容易进行的。随机振动被分为若干小部分,一部分在热循环的高温部分施加,一部分在热循环的低温部分施加。

利用电动振动台系统的组合热循环和振动筛选更为耗时,也更费钱,因为筛选试样必须安装、拆卸并再次安装。电子系统的筛选仍将在专用温度箱内运行大约要求的热循环数的 $1/2$ 。从热循环箱中拆下电子系统,并安装到振动台上。常常将一个专用的板箱放在电子组件上。这种板箱通常连接到一个本地热循环箱上,或者一个可移动的热循环箱上。环绕电子系统的周围空气则能进行温度循环,同时电子组件暴露在随机振动之中 10 ~ 15min。

然后从振动台上拆下电子组件，并重新放入热循环箱内，以完成剩余的热循环。每个人都祈求，在安装、拆卸和从一个实验室到另一个实验室的转运以及完成筛选的不同部分的筛选过程中，不要跌落和损坏。而这种情况可能在此前已经发生过，并且在其他某个地方也可能还发生过。为将振动与热循环组合在一起进行，有几个公司制造了放在电动振动台上的热循环箱。这种组合装置通常只允许振动台沿垂直轴移上和移下。这些组合试验箱通常不用于沿水平轴的振动，因为对于一个大型电子系统来说，水平轴的振动必须使用一个油膜滑台。这就容易看出，为何只有很少几个公司愿意不怕麻烦，同时进行组合的热循环、振动和通电工作。即使筛选数据证明这种方法能够提供最好的结果，但复杂的程序、人员的要求以及为实现这些可靠性的提高所包括的时间，常常都不是费用有效的。

15.9 分开的热循环、随机振动和通电工作

分开进行热循环、随机振动和通电检查的筛选环境是大多数单位的选择。分开的筛选环境可能不像组合环境那样好，但它们执行起来要容易得多，也廉价得多。正常的程序是首先对系统进行电气检查，以验证其工作是否正确。然后是系统经受大约要求的热循环的一半，但不通电工作。在初始热循环之后通电检查系统，再次验证其工作是否正确。在该点不可能看到在初始热循环阶段出现的任何间隙故障。因此强烈建议，在热筛选之后的电气检查期间要对系统进行某种形式的动态激励，以便有可能揭示在静态条件下不可能看到的间隙故障。能够使用的最容易的动态激励是，当对系统进行电气检查的时候，用普通铅笔的橡皮头部分，快速而果断地敲击电子系统的不同部位。这可能不是一个很好控制的动态条件，但常常能揭示间隙故障。下一阶段包括沿一个或多个轴向的 10 ~ 15min 的随机振动。许多公司选择在这一阶段不做任何通电工作。但这是使系统通电工作以寻找任何间隙故障的一个很好的位置。硬故障在任何静态电气检查之下均可以看到，但间隙故障通常要求某种形式的动态激励以揭露故障。立即恢复系统，以便在部通电工作的条件下完成剩余的热循环。

15.10 筛选环境顺序的重要性

从许多单位参与筛选大纲获得的数据中，没有发现筛选的顺序对整个结果有明显的影响。但如果热循环是在筛选大纲的首先或最后进行的，或者随机振动是在一开始、中间或最后进行的，这一结论呈现的重要性并不太大。当筛选顺序存在差异时，筛选结果会存在差异吗？答案是会存在差异，但差异并不大。重要的是要施加某种形式的热循环和某种形式的宽带随机振动。已经证明，这两种环境在快速揭示生产电子设备中的潜在缺陷具有很高的成功率。它适用于民用、工业用和军用设备。热循环数、温度变化率和随机振动却都必须进行剪裁，以适应每种类型的电子单元。它并不像一双可拉长的短袜，一个尺寸适应所有类型。取自一个大型精密电子组件的筛选的一个分立元器件的筛选不得不明显地不同。筛选大纲的成功和失败是由生产单元的现场故障率决定的。一个高的现场故障率通常表示筛选大纲不好。它还是这个筛选大纲必须做出某种更改以降低现场故障率的标志。而

低的现场故障率通常是筛选大纲很好的标志。

15.11 如何求取热循环筛选中的损伤

在热循环条件下, PCB 与安装在 PCB 上的各种元器件之间热膨胀系数的差别能够产生偏移差。这些偏移差在元器件本体、引线、引线中的焊点, 以及电缆和线束中可能产生很高的应力。这些因素取决于不同类型的有引线或无引线元器件(它们能够表面安装或穿孔安装在 PCB 上)的几何尺寸、电缆和线束中的应变消除, 以及热循环条件。在热循环条件下, 焊接能够引起大量问题。这是因为它们在近 100°C 的高温下的弹塑性和蠕变特性。在 100°C 下, 将焊接的悬臂条迅速移过一个幅值 A , 并且假定它产生大约 $1000\text{lb}/\text{in}^2$ 的初始应力。暂时保持幅值 A 恒定。在大约 2h 的时间周期内焊接应力将接近 0。马上使焊接条通过相同的幅值 A 迅速回到其原来的初始位置。与原来的初始位置的 0 应力相比较, 现在焊接应力量值仍是 $1000\text{lb}/\text{in}^2$ 。如果焊接条在相反方向继续快速位移通过负的位移幅值 A , 则焊接应力将是 $2000\text{lb}/\text{in}^2$ 。在这种情况下, 焊接的蠕变和应力消除特性可以产生双倍的焊接应力。当焊接在高温下移位并长时间保持移位条件时, 蠕变效应可能消除应力使之下降到接近 0 的条件。然后焊接在相反方向移位过相同的幅值, 焊接应力能够加倍。较高的应力量值将缩短焊点的有效疲劳寿命。焊点在室温下有一个高达 $6500\text{lb}/\text{in}^2$ 的短期极限强度。具有焊点蠕变经验的广泛试验和分析已经证明, 一个好的经验是保持焊点应力降至大约 $400\text{lb}/\text{in}^2$ 的量值, 以保证热循环条件下的较长的无故障工作寿命。

在热循环事件期间的长时间高温停留点上, 当温度反转类似的幅值时, 能够产生由于上述蠕变增加的焊接应力条件。高的焊点应力能够很迅速地降低焊点的预期的疲劳寿命。当焊点中的蠕变能够消除原来应力水平的 100% 到接近于 0 的条件, 则热循环事件能够使原来焊点应力水平增大 100%。当焊点中的蠕变能够消除原来焊点应力水平的 50%, 则热循环事件能够使原来焊点应力水平增大 50%。当焊点中的蠕变能够消除原来焊点应力水平的 25%, 则热循环事件能够使原来焊点应力水平增大 25%。当焊点中的蠕变为 0%, 同时应力消除为 0% 时, 则热循环事件能够使原来焊点应力水平增大 0%。

评价结构疲劳寿命的标准方法是要检查单幅值应力与产生故障所需要的循环数之比。在典型正弦波情况下, 单振幅指的是从 0 到峰值的位移。这与双振幅的 $1/2$ (即峰峰值的 $1/2$) 是相同的。相同的原理适用于热循环。单振幅应力与单幅值温度循环是相关的。这是温度循环的双幅值的 $1/2$, 或峰峰值的 $1/2$ 。但焊点不是线性材料, 它的蠕变相当多, 特别是在高于 100°C 的高温下。因此, 上述方法旨在提供一个评价包括某种蠕变的焊点的近似的疲劳寿命的更精确的方法。

有许多争论与评价焊点应变和应力的分析方法有关。在热循环事件分析中是应该使用峰峰值温度范围, 还是应该使用峰峰值温度范围的一半进行分析呢? 在一个焊点没有发生蠕变的快速温度循环事件中, 焊点应该像线性材料一样来处理。在这种情况下, 应该使用峰峰值温度循环范围的一半。在蠕变相当多的热循环事件条件下, 应该使用峰峰值温度循环范围进行分析。当没有信息可用于电子设备时, 或者当希望采用保守的设计时, 可以考虑采用峰峰值温度循环范围进行分析。

如果焊点蠕变信息表明上述说明太过复杂,使用双幅值或峰峰值温度循环范围进行保守的分析就没有那么不恰当。这与在焊点中很少或者不发生蠕变时在快速温度循环中使用 2.0 的安全因子是相当的。在热循环条件下焊点的疲劳指数 (b) 约为 2.5。当在疲劳寿命计算中使用 2.0 的安全因子时,它将使计算的疲劳寿命约为 $1/5.6$ 。

15.12 随机振动筛选中疲劳寿命极限总量估计

沿一个轴的大约 10min 时间的随机振动已经证实,必须有一个用于定位潜在缺陷的有效的筛选。它虽然不像在电子组件上进行的令人印象深刻的若干热循环那样有效,但它确实有助于寻找附加的潜在故障。随机振动是有效的,因为它是宽带的,因而它能够在底座支撑结构、各种各样的内部 PCB,以及互连电缆和线束中激发许多不同的固有频率和更高的噪声。装有 PCB 的较小(小于 30in)的电子底座通常具有高于 100Hz 的固有频率。这就意味着,每秒钟的振动在结构上将累积 100 次应力反转。而每次应力反转将用掉系统疲劳寿命的一部分。当全部寿命均已用掉时,系统将出现故障。大多数关键结构要素将首先出现故障。链条的强度与薄弱环节的强度是一样的,因此薄弱环节将首先出现故障。在不知道系统中薄弱环节的实际疲劳寿命的情况下,要估算振动筛选中用掉的疲劳寿命有多少是不可能的。一旦一个特定的电子线路的设计已经确定了薄弱环节的近似的疲劳寿命,问题就变成要获得一个费用有效的筛选,应该用掉其多少疲劳寿命。要回答这个问题是困难的,因为每个人对这个领域的想法和感觉都不同。

有些人感觉为达到可接受的筛选,用掉电子系统大约 5% 的疲劳寿命是可以接受的。他们可能想起,这种情况与购置一辆新汽车有 100000mile 的保单的情况相类似。他们的汽车的里程表有 5000mile 的显示,而这是为获得 100000mile 的保单所要求的。这就表示只用掉寿命的 5% 的,但是有 5000mile 的新汽车的想法现在看来是不同的,因为这种想法是不可接受的。在工程师中进行了项目应该用掉多少疲劳寿命才可以接受的筛选的调查显示,答案在用掉疲劳寿命的 0% ~ 10% 之间变化。

另一个问题是在用掉大约 25% 的寿命之前,提出了对于在连续筛选中安排电子系统保持故障状态的担心。这种系统还应该交付吗?用户应该了解寿命已用掉 25% 的信息吗?如果发生了用户拒收的情况,应该提出交涉吗?答案是这些问题取决于电子系统的定价。如果系统成本低于 50 美元,就要提出交涉。而如果系统成本高于 1000 美元,就要发运产品,即使分析表明大约已有 50% 寿命已经用掉。这实际上是一个很简单的问题。对于昂贵的电子系统来说,典型程序是将会发生公司副总会见会计或律师的情况,或者会见很好地了解交易而不了解工程的交易主管的情况。副总将会安排与计算出 25% 或 50% 寿命数字的工程师的会见,并要求他提供一个计算副本。会见将非常短暂。副总会看一眼详细分析,并且快速翻查到他自称了解了什么的页面。不到一分钟时间,副总就对分析提出了责问。工程师将被要求在没有任何附加试验的情况下坚定地保证对于一个系统的分析的精度。疲劳具有如此之大的散布,以至于精确地计算一个特定系统用掉的疲劳寿命的量是不可能的。而当以许多系统而不是单一的系统为基础进行统计时,估算疲劳寿命的概率是可

能的。工程师必须回答,在没有附加试验的情况下不可能精确地保证单个系统的计算精度。于是副总断言工程师的分析是有缺陷的,并且工程师要面对已经发运的系统。这种事情已经发生了很多次,并且还会一再发生,因为没有一个人在缺乏过硬的证据的情况下愿意丢失任何金钱。

有两个特大型公司最近陷入了 ESS 的争执,原因是一个价值 15 万美元的电子组件在大约 20min 的随机振动 ESS 环境中出现了故障。它最终获得通过并发运给用户,但用户因为它已经用掉太多的寿命而拒收该组件。系统制造商断言分析表明,系统有足够的剩余寿命可以完成大约 5 次任务的等效寿命。而用户并不相信这种分析,并且要求提供更多的证据证明系统能以很高的概率完成它所要求的任务。制造商不能提供任何能够满足用户要求的证据。于是陷入了僵持而且没有任何一边做出让步。最终决定是两个公司分摊该单元的费用,并且在单元通电工作的情况下,继续施加工作随机振动环境,直到出现故障为止。也许是运气,也许是工程计算较好,疲劳寿命试验显示系统有足够的剩余寿命,足以完成全部 5 次任务。两个公司同意使用这次破坏性试验的结果,以解决与过 ESS 故障有关的任何未来问题。

许多公司试图避免使用太多的疲劳寿命的问题,以减少每个故障—修理循环之后的振动和热循环暴露。在每个故障—修理循环之后,振动加速度 G_{RMS} 可以降低 50%,或者振动持续时间可以降低 50%。这种降低的比例常常适用于每个故障—修理循环之后要求的热循环数。

计算近似的振动疲劳寿命的方法,可以根据综合大量的振动试验和有限元分析方法开发的数据库获得。应使用若干样机模型在提高后的加速度量值下,进行振动试验直到出现故障。因为疲劳试验数据存在很大的散布而可能出现相当大的误差,一个模型是不够的。试验单元应该利用生产性制造方法由生产团队制造。这些样机模型必须利用放在关键部位的许多小型加速度计进行仔细的测量。首先应该进行正弦扫频振动,以寻找关键部位的固有频率和传输率 Q 值。应使用闪光灯检查各个固有频率的振动波形,以便对故障机理获得更好的了解。下一步是从大约 5G RMS 的输入量值开始的白噪声进行宽带随机振动。保持该量值大约 20min。如果没有故障,则以 2G RMS 的增量提高输入量值,并在每个量值保持大约 20min,直到观察到故障。记录、修理并拍照每个故障,而后继续提高 G_{RMS} 值,直到系统实际上已经没有更多的剩余寿命。利用观察和记录的各种结构要素的平均试验疲劳寿命,进行计算机生成系统结构有限元分析,以获取来自有限元分析的物理常数。这种类型的数据,可以用于计算在其他电子系统中的类似结构要素,在经受类似的随机振动条件下的近似的疲劳寿命。

评价上述电子系统的疲劳寿命特性的方法很好用。问题是要使大纲管理者和副总工程师相信,以提供经费、人员和进行这一系列试验的时间。对于要求提供执行这种大纲的经费的典型回答是一个字:不。给出的理由是:公司已经为工程师提供了价值数百万美元的、带有软件的快速新型计算机,以建立和试验样机模型,因此没有更多的必要。在花费了所有的经费之后,许多公司的执行者并不想倾听有关建立和试验样机模型的任何请求,因为在他们的意识中这将意味着浪费金钱。

经验表明,PCB 是组件最关键的部分,因此它们常常首先出现故障。在进行任何

形式的振动或冲击的动态分析之前,或者能够推荐任何 ESS 大纲之前,重要的是要了解底座组件是如何设计的。因为随机振动是宽带的,所以它能够激发底座和 PCB 频率范围内的每个固有频率。这就意味着,底座谐振有可能与放大的 PCB 谐振耦合在一起,而这将会导致 PCB 迅速出现故障。在能够进行各个独立的 PCB 的动态分析之前,必须了解底座与各种各样的 PCB 之间的动态耦合特性。但是如果遵循了倍频程规则,则底座与 PCB 之间的动态耦合将急剧地降低,因此耦合效应也可以忽略不计而只有很小的误差。倍频程的意思是频率加倍。底座与 PCB 的固有频率必须按照大于 2:1 的频率比隔开。此外,任何一个 PCB 的重量都必须小于底座重量的 10%。具备了这两个条件,底座与 PCB 之间的动态耦合将很小。因此,PCB 的动态输入将近似地与底座的动态输入相同。

例题:振动和热循环筛选中用掉的疲劳寿命

求取在随机振动和热循环筛选中,用掉的电子系统的近似的疲劳寿命的总量。该电子系统底座中装有若干个 5.0in × 7.0in × 0.070in 厚的插入式玻璃纤维 PCB。建议的振动筛选是三个轴每个轴振动 5min,用 $0.060G^2/\text{Hz}$ 功率谱密度的白噪声输入总共振动 15min。遵从倍频程规则,因此 PCB 的动态输入将与底座的输入大致相同。建议的 15 个热循环的温度范围是 +88 ~ -36℃,温度变化率是 20℃/min,且在每个温度极值上停留时间是 1.0h。对于振动和热循环筛选来说,预期最关键的元器件之一是图 15-4 所示的长度为 1.2in 的混合器件。该器件平行于 5.0in 的边缘装在 PCB 的中心。引线从该器件的底面伸出,能够穿过通孔或表面安装在 PCB 上。

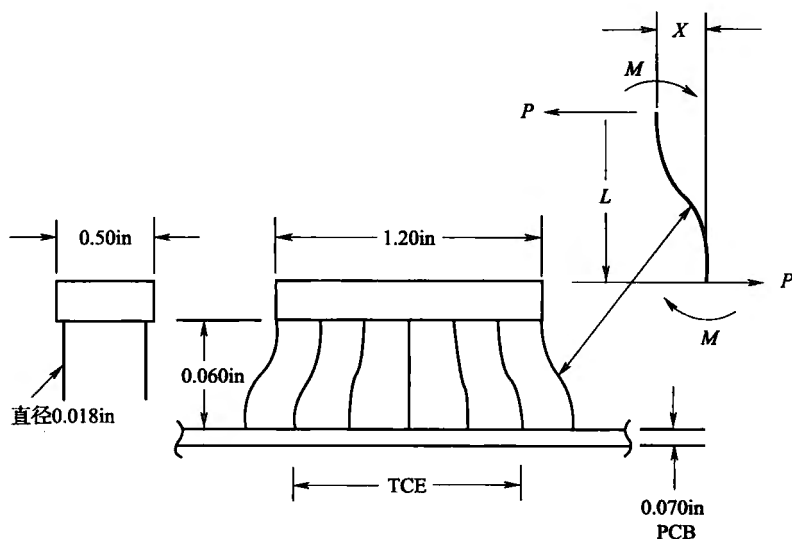


图 15-4 PCB 与器件热胀系数 (TCE) 之差将使热循环环境中的引线弯曲

解①: 在随机振动筛选中用掉的疲劳寿命。在 PCB 的引线和焊点中,要达到大约 20×10^6 个应力循环的疲劳寿命,所需要的固有频率可以根据如下所示的本书第 9 章的随机振动求取:

$$f_d = \left(\frac{29.4Chr \sqrt{(\pi/2)PL}}{0.00022B} \right)^{0.8} \quad (15-2)$$

式中: $C=1.26$ (引线从器件底面伸出的元器件类型);

$h=0.070$ (PCB 厚度);

$r=1.0$ (安装在 PCB 中心的元器件的相对位置因子);

$P=0.060G^2/Hz$ (PCB 上的功率谱密度输入);

$L=1.20in$ (关键混合器件的长度);

$B=5.0in$ (边缘平行于关键器件长度的 PCB 的长度)。

$$f_d = \left[\frac{29.4 \times (1.26) \times (0.070) \times (1.0) \times \sqrt{(\pi/2) \times (0.06) \times (1.20)}}{0.00022 \times (5.0)} \right]^{0.8} = 208Hz \quad (15-3)$$

器件引线和焊点的近似疲劳寿命约为:

$$\text{寿命} = \frac{20 \times 10^6 (\text{故障前循环数})}{(208 \text{ 循环数/s}) \times (3600s/h)} = 26.7h (\text{故障前时间}) \quad (15-4)$$

15min (0.25h) 的随机振动筛选将用掉如下的寿命量:

$$\text{用掉的寿命} = \frac{0.25h}{26.7h} = 0.0094 = 0.94\% \quad (15-5)$$

即如果使用 5 倍的随机振动筛选的话, 大约将用掉其寿命的 5%。

解②: 引线上的热循环筛选效应。元器件与 PCB 之间的热膨胀之差 (胀差) X 将随元器件的质心而变。引线之间的最大距离将是元器件本体的对角线尺寸。用于求取胀差的温度差将取自最高温度和最低温度的中点 (中间温度)。它将是峰峰值温度范围之半。注意胀差 X 确定了引线内的相对弯曲位移和弯曲应力。

当不存在焊点蠕变效应时, 它还确定了焊点中的剪切应力。在快速热循环期间, 焊点通常是没有蠕变的。在 125°C 的温度和 $3000\text{lb}/\text{in}^2$ 的起始焊接应力下, 焊点内的蠕变效应在大约 45s 的时间内, 将降低该应力值大约 50%。在热循环事件中, 这将会使有效焊点应力提高约 50%。而当焊点蠕变效应降低 25% 的应力量值时, 热循环事件能够提高有效焊点应力约 25%。焊点蠕变能够提高有效焊点应力并引起更快速的疲劳故障。焊点蠕变因子是以高温下的应力量值、温度和高温下的停留时间为基础的。下标 P 和 C 分别是指 PCB 和元器件:

$$X = (\alpha_p - \alpha_c)L(\Delta t) \quad (15-6)$$

式中: $\alpha_p = 15.0 \times 10^{-6}\text{in}/\text{in}/^\circ\text{C}$ (环氧玻璃纤维板在 $X-Y$ 平面的热胀系数 (TCE));

$\alpha_c = 6.0 \times 10^{-6}\text{in}/\text{in}/^\circ\text{C}$ (陶瓷元器件本体的热胀系数);

$L = \frac{1}{2} \times \sqrt{(1.20)^2 + (0.50)^2} = 0.65\text{in}$ (从质心到一端的器件本体对角线的长度);

$\Delta t = \frac{1}{2} \times [(88) - (-36)] = 62^\circ\text{C}$ (峰峰值温度范围一半);

$X = (15.0 - 6.0) \times 10^{-6} \times (0.65) \times (62) = 3.627 \times 10^{-4}\text{in}$ (相对位移)

(15-7)

元器件引线 (wire) 与 PCB 和电子元件本体的硬度相比非常一致。因此, 可以假定偏移全部变成引线弯曲, 且只有很小的误差。离质心最远的一端引线将承受最大弯曲。引线

的长度并非延伸到器件本体或 PCB 的接口处为止。有限元分析和试验数据表明,弯曲的引线的有效长度延长一倍直径进入器件本体,以及延长大约一倍直径进入 PCB 焊点(在通孔安装条件下)。引线的弯曲偏移,可以通过将引线看作是两端固定且可能横向运动的匀质梁来求取。偏移方程可以从结构手册中获得如下:

$$X = \frac{P_w (L_w)^3}{12E_w I_w}, \text{ 于是 } P_w = \frac{12E_w I_w X}{(L_w)^3} \quad (15-8)$$

式中: $X = 3.627 \times 10^{-4} \text{ in}$ (见式 (15-7));

$E_w = 20 \times 10^6 \text{ lbf/in}^2$ (柯伐引线弹性模量);

$d_w = 0.018 \text{ in}$ (引线直径);

$I_w = (\pi/64) (d_w)^4 = (\pi/64) \times (0.018)^4 = 5.15 \times 10^{-9} \text{ in}^4$ (引线惯性矩);

$L_w = 0.060 + 2 \times (0.018) = 0.096 \text{ in}$ (有效引线长度,包括伸入器件的一倍引线直径长度和伸入 PCB 的一倍引线直径长度在内)。

$$P_w = \frac{(12) \times (20 \times 10^6) \times (5.15 \times 10^{-9}) \times (3.627 \times 10^{-4})}{(0.096)^3} = 0.507 \text{ lbf} \quad (15-9)$$

引线弯曲力矩可以由力矩之和求得:

$$M_w = \frac{P_w L_w}{2} = \frac{(0.507) \times (0.096)}{2} = 0.0243 \text{ lbf} \cdot \text{in} \quad (15-10)$$

引线弯曲应力可以从结构手册中查取如下:

$$S_w = \frac{M_w C_w}{I_w} = \frac{(0.0243) \times (0.018/2)}{5.15 \times 10^{-9}} = 42466 \text{ lbf/in}^2 \quad (15-11)$$

柯伐引线的热循环疲劳寿命可以利用疲劳方程由图 3-1 求得:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^b = (1000) \times \left(\frac{84000}{42466} \right)^{6.4} = 78691 \text{ 个 (引线故障前热循环数)} \quad (15-12)$$

电子系统在其寿命期内绝不可能累计如此多的热循环,因此只要引线中没有会产生高的应力集中的突然且很深的切口或刮伤,引线出故障的概率就非常之小。

解③: 焊点 (solder) 上的热循环筛选效应。引线中的倾覆力矩迫使引线弯曲,从而在焊点中产生图 15-5 所示的剪切撕裂应力。这种剪切撕裂应力的量值能够由下式求取:

$$S_{sr} = \frac{M_w}{h_s A_s} \quad (15-13)$$

式中: $M_w = 0.0243 \text{ lbf} \cdot \text{in}$ (引线焊点中的倾覆力矩,见式 (15-10));

$h_s = 0.070 \text{ in}$ (假定与 PCB 厚度相同的焊点高度);

$d_w = 0.018 \text{ in}$ (引线直径);

$d_{PTH} = 0.030 \text{ in}$ (电镀通孔直径);

$d_{av} = (d_w + d_{PTH}) / 2 = (0.018 + 0.030) / 2 = 0.024 \text{ in}$ (焊点剪切区域平均直径);

$A_s = (\pi/4) (d_{av})^2 = (\pi/4) \times (0.024)^2 = 4.52 \times 10^{-4} \text{ in}^2$ (焊点剪切撕裂区域);

$$S_{sr} = \frac{0.0243}{(0.070) \times (4.52 \times 10^{-4})} = 768 \text{ lbf/in}^2 \text{ (标称剪切撕裂应力)} \quad (15-14)$$

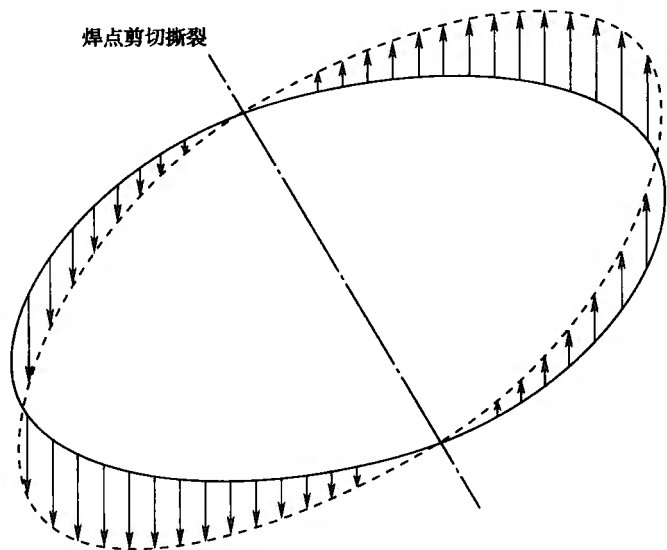


图 15-5 热循环期间由于引线弯曲引起的通孔焊点中的剪切撕裂应力形式

预计焊点在 88℃ 的温度下将蠕变并消除自身的应变。在 1h 之后预计蠕变的量将达到图 15-6 所示的 25% 左右。预计热循环事件将提高如下所示的 25% 的剪切撕裂应力值，即：

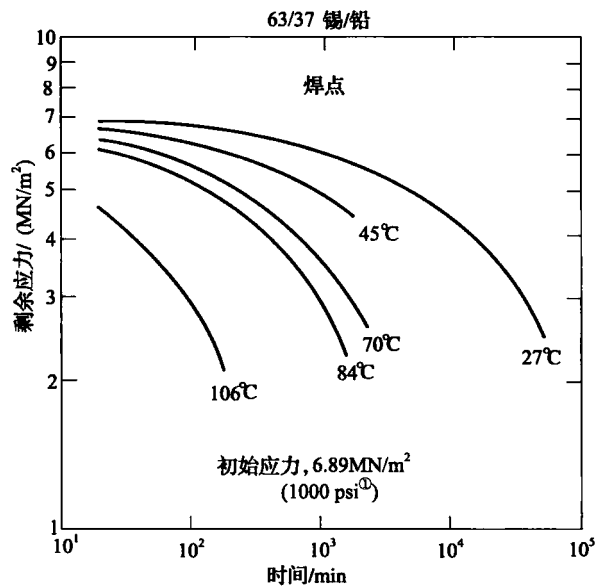


图 15-6 在不同温度下由于焊点蠕变使 1000lb/in² 的焊点应力随时间而降低的曲线

$$\text{调整的 } S_{ST} = 1.25 \times (768) = 960 \text{ lb/in}^2 \quad (15-15)$$

① 1psi (lb/in²) = 6.895kPa。——译者注

焊点的近似的热循环疲劳寿命可以利用疲劳方程由图 3-2 求得:

$$N_2 = N_1 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^b = (80000)^{\textcircled{1}} \times \left(\frac{200}{960} \right)^{2.5}$$

$$= 1585 \text{ 个 (焊点故障前热循环数)} \quad (15-16)$$

由 15 个热循环数用掉如下的疲劳寿命量:

$$\text{用掉的寿命} = \frac{15 \text{ 个循环数}}{1585 \text{ 个循环数}} = 0.0095 = 0.95\% \quad (15-17)$$

即如果使用 5 倍的热循环数筛选的话, 大约将用掉其寿命的 5%。

^① 此数是概数, 按式 (15-12), $N_1 = 78691$ 。——译者注

参 考 文 献^①

- [1] Stephen H. Crandall. Random Vibration, Technology Press, Wiley, New York.
- [2] Charles E. Crede. Vibration and Shock Isolation, Wiley, New York, 1957.
- [3] Edward J. Lunney and Charles E. Crede. The Establishment of Vibration and Shock Tests for Airborne Electronics, Wright Air Development Center, Technical Report 57 - 75, January 1958, ASTIA Document AD142349.
- [4] Arthur W. Leissa. Vibration of Plates, National Aeronautics and Space Administration, 1969.
- [5] Norman E. Lee. Mechanical Engineering as Applied to Military Electronic Equipment, Coles Signal Laboratory, Red Bank, NJ, June 22, 1949.
- [6] Geoffrey W. A. Dummer and Norman B. Griffin. Environmental Testing Techniques for Electronics and Materials.
- [7] Charles E. Crede and Edward J. Lunney. Establishment of Vibration and Shock Tests for Missile Electronics as Derived from the Measured Environment, Wright Air Development Center Technical Report 56 - 503, December 1, 1956, ASTIA Document AD118133.
- [8] Rough road tests, performed at A. C. Spark Plug. Division of General Motors, Milwaukee, WI, July 15, 1959.
- [9] W. C. Stewart. "Determining Bolt Tension," Mach. Des. Mag., November 1955.
- [10] R. W. Dickey and H. J. Long. "Torque Tension Charts for Selection and Application of Socket Head Cap Screws," Mach. Des. Mag., September 5, 1957.
- [11] Kent's Mechanical Engineer's Handbook, Design and Production Volume, Wiley, New York, 1950.
- [12] B. Saelman. "Calculating Tearout Strength for Cantilevered Beams," Mach. Des. Mag., January 1954.
- [13] E. F. Bruhn. Analysis and Design of Aircraft Structures, Tristate Offset Co., Cincinnati, OH, 1952.
- [14] M. R. Achter. Effects of High Vacuum on Mechanical Properties, U. S. Naval Research Laboratory, Washington, DC, 1961.
- [15] McClintock and Argon. Mechanical Behavior of Materials, Addison - Wesley, Reading, MA, 1966.

① 本书参考文献按原文排版。——译者注

- [16] A. M. Freudenthal. Fatigue in Aircraft Structures, Academic Press, New York, 1956.
- [17] Marks Handbook. McGraw - Hill, New York, 1951.
- [18] R. E. Peterson. Stress Concentration Design Factors, Wiley, New York, 1959.
- [19] R. J. Roark. Formulas for Stress and Strain, McGraw - Hill, New York, 1943.
- [20] S. L. Hoyt. Metals and Alloys Data Book, Reinhold, New York, 1943.
- [21] C. Lipson and R. Juvinal. Handbook of Stress and Strength, Macmillan, New York, 1963.
- [22] H. J. Grover, S. A. Gordon, L. R. Jackson. Fatigue of Metals and Structures, Bureau of Aeronautics, Department of the Navy, 1954.
- [23] M. A. Miner. "Cumulative Damage in Fatigue," J. Appl. Mech., 12, September 1945.
- [24] Reynolds Metals Co., Structural Aluminum Design Handbook, 1968.
- [25] F. B. Stulen, H. N. Cummings, W. C. Schulte. "A Design Guide Preventing Fatigue Failures," Mach. Des. Mag., Part 5. June 22, 1961.
- [26] F. R. Shanley. Strength of Materials, McGraw - Hill, New York, 1957.
- [27] MIL - Handbook - 5A. Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures. Department of Defense, Washington, DC.
- [28] J. W. S. Rayleigh. The Theory of Sound, Dover Publications, Mineola, NY, 1945.
- [29] S. Timoshenko and S. W. Krieger. Theory of Plates and Shells, McGraw - Hill, New York, 1959.
- [30] R. W. Little, Master's Thesis, University of Wisconsin, 1959.
- [31] G. B. Warburton. "The Vibrations of Rectangular Plates," Proc. Inst. Mech. Eng., 168 (12), 1954.
- [32] F. J. Stanek. Uniformly Loaded Square Plate with No Lateral or Tangential Edge Displacements, Ph. D. Thesis, University of Illinois, 1956.
- [33] P. A. Laura and B. F. Saffel, Jr., "Study of Small Amplitude Vibrations of Clamped Rectangular Plates Using Polynomial Approximations," J. Acoust. Soc. Amer., 41 (4), 1967.
- [34] M. Vet, "Vibration Analysis of Thin Rectangular Plates," Mach. Des. Mag., April 13, 1967.
- [35] Road Shock and Vibration Environment for a Series of Wheeled and Track - Laying Vehicles, Report DPS - 999, March - June, 1963.
- [36] Navships 900, 185, A Design of Shock and Resistant Vibration Electronic Equipment for Shipboard Use.
- [37] D. S. Steinberg, "Circuit Components vs. G Forces," Mach. Des. Mag., October 14, 1971.
- [38] Steinberg & Associates, Assessment of Vibration on Avionic Design, prepared for Universal Energy Systems, Dayton, OH, August 1984.

- [39] R. N. Wild, Some Fatigue Properties of Solders and Solder Joints, IBM Report 74Z00044S, July 1974.
- [40] Werner Engelmaier, Effects of Power Cycling on Leadless Chip Carrier Mounting Reliability and Technology, Bell Laboratories, November 1982.
- [41] S. O. Rice, "Mathematical Analysis of Random Noise," Bell Sys. Tech. J., July 1944.
- [42] Raymond D. Mindlin, "Dynamics of Package Cushioning," Bell Sys. Tech. J., pp. 353 - 461, July - October 1945.
- [43] D. S. Steinberg. "Snubbers Calm PCB Vibration," Mach. Des. Mag., March 24, 1977.
- [44] M. McWhirter, "Shock Machines and Shock Test Specifications," Sandia Corp. Lecture Series, 1970.
- [45] J. Sugamele, Evaluation of Acoustic Environmental Effects on Flight Electronic Equipment, Boeing Airplane Co., 1966.
- [46] R. W. Hess, R. W. Fralich, and H. H. Hubbard, Studies of Structural Failures Due to Acoustic Loading, NACA T. N. 4050, 1957.
- [47] NAVMAT P - 9492, Navy Manufacturing Screening Program, Department of Navy, May 1979.
- [48] Institute of Environmental Science, 940 E. Northwest Highway, Mt. Prospect, IL 60056.
- [49] W. Silver, Proposed Recommended Practice in Applying Broadband Vibration Screening to Electronic Hardware, IES Shock and Vibration Committee, February 1981.
- [50] A. J. Curtis and R. D. McKain, A Quantitative Method of Tailoring Input Spectra for Random Vibration Screens, Hughes Aircraft Co., June 1987.
- [51] Martin Dynamics Manual, Section 4, "Vibration of Beams," p. 102, September 25, 1957.
- [52] R. A. Wilk, "Wear of Connector Contacts Exposed to Relative Motion," IES Proceedings, Random Vibration Seminar, Los Angeles, March 25 - 26, 1982.
- [53] MIL - HDBK - 304, Military Standardization Handbook Package Cushioning Design, Department of Defense, Washington, DC, November 1964.
- [54] D. S. Steinberg, Cooling Techniques for Electronic Equipment, Second Edition, Wiley, New York, 1991.